

参 考 文 献

- [1] E. W. Müller, *Z. Physik*, **106** (1937), 541.
 [2] E. W. Müller, *Z. Physik*, **131**(1951), 136.
 [3] E. W. Müller, *J. Appl. Phys.*, **27** (1956), 474.
 [4] E. W. Müller, *Phys. Rev.*, **102** (1956), 618.
 [5] T. T. Tsong, *Chemica Scripta*, **14** (1979), 7.
 [6] E. W. Müller, *Adv. in Electronics and Electron Physics*, Vol. 8, Academic Press, (1960).
 [7] 中村勝吾, 固体物理, **2** (1967), 33.
 [8] 西川治, 现代化学, **12** (1978), 38.
 [9] A. J. Perry and D. G. Brandon, *Phil. Mag.*, **16** (1967), 119.
 [10] A. J. W. Moore and S. Ranganathan, *Phil. Mag.*, **16**(1967), 723.
 [11] E. W. Müller and T. T. Tsong, *Field Ion Microscopy*, American Elsevier Publishing Company, Inc. New York, (1969).
 [12] J. A. Paritz, *Progress in Surface Sci.*, **8**(1978), 219.
 [13] Proceedings of the International Symposium on Application of FIM to metallurgy, Lake-Yamanaka, Japan, May 6—8, (1976).
 [14] Proceedings of the 27th International Field Emission Symposium, Tokyo, Japan, July 7—12. (1980).
 [15] Proceedings of the 28th International Field Emission Symposium, Oregon, U.S.A. July 27—31, (1981).

傅里叶变换光学基本原理讲座

第三讲 正弦光栅的衍射

钟 锡 华

(北京大学物理系)

一、空间频率概念

衍射屏可以是各式各样的，其屏函数的具体形式也各不相同。最基本的屏函数是具有空间周期性的函数。描述空间周期函数的重要概念是“空间频率”，鉴于它在变换光学中的重要性，我们在此作些说明。

读者对时间周期性函数，如简谐交流电，是较为熟悉的。同样，对空间周期性函数也应不难理解。下面我们对二者各举一例，且将对应

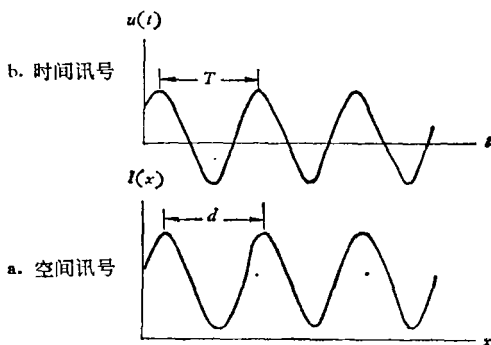


图 3.1 时间周期性讯号和空间周期性信息的类比

物理

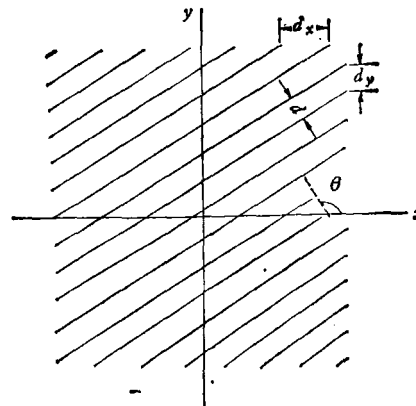


图 3.2 二维空间周期性函数具有两个空间频率

的概念并列在一起(图 3.1)。简谐交流电压

$$\begin{aligned} U(t) &= U_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \\ &= U_0 \cos(2\pi\nu t + \varphi_0), \\ &= U_0 \cos(2\pi t/T + \varphi_0). \end{aligned}$$

两光束干涉的强度分布

$$\begin{aligned} I(x) &= I_0[1 + \gamma \cos(px + \varphi_0)], \\ &= I_0[1 + \gamma \cos(2\pi/x + \varphi)], \end{aligned}$$

$$= I_0 \left[1 + \gamma \cos \left(\frac{2\pi x}{d} + \varphi_0 \right) \right].$$

时间周期 $T \leftrightarrow$ 空间周期 d

时间频率 $\nu = 1/T \leftrightarrow$ 空间频率 $f = 1/d$,

时间圆频率 $\omega = 2\pi\nu \leftrightarrow$ 空间圆频率 $p = 2\pi f$.

对干涉场来说,空间周期 d 就是干涉条纹的间隔,空间频率 f 就是单位长度内的条纹数目.由此可见,空间频率的概念本应比时间频率更为直观具体,但问题的复杂性来自空间的维数.波场是三维的,甚至一个波前也是二维的,因此空间频率不应当只是一个标量.上面举的例子是平行于 y 轴的条纹,在一般情况下当它的法线具有倾角 θ 时(见图 3.2), $I(x)$ 应写为

$$I(x, y) = I_0 [1 + \gamma \cos(p_x x + p_y y + \varphi_0)], \quad (3.1)$$

其中 $p_x = p \cos \theta$, $p_y = p \sin \theta$ 分别是沿 x, y 方向的空间圆频率;沿 x, y 方向的空间频率 f_x, f_y 和条纹间隔 d_x, d_y 分别为

$$f_x = p_x / 2\pi, \quad f_y = p_y / 2\pi,$$

$$d_x = 2\pi / p_x = 1 / f_x, \quad d_y = 2\pi / p_y = 1 / f_y;$$

相邻条纹的最小间隔为

$$d = 2\pi / \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = 2\pi / p$$

光学中常见的空间分布函数有两类:一是光强分布函数 $I(x, y)$,这是不小于 0 的二维实函数;二是波前上的复振幅分布函数 $\tilde{U}(x, y)$,这是二维的复函数.在不相干成象系统中关心前者;在相干成象系统中关心后者.上面我们只是以第一类的空间分布函数为例来说明空间频率的概念.对于第二类,空间频率的概念也是同样的.

二、正弦光栅¹⁾

复振幅透过率具有如下函数形式的衍射屏称为**正弦光栅**

$$\tilde{t}(x, y) = t_0 + t_1 \cos(p_x x + p_y y + \varphi_0). \quad (3.2)$$

可以看出,这函数的形式与两光束干涉场的强度分布函数十分相似,所以实际制备一块正弦光栅,就是拍摄一张两平行光束干涉条纹的照相底片(具体装置参见图 3.3).不过为了保证

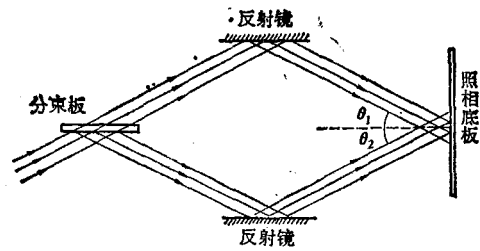


图 3.3 正弦光栅的制备

振幅透过率函数 $t(x, y)$ 与当初曝光时的光强 $I(x, y)$ 成线性关系,必须进行“线性冲洗”.要做到线性冲洗,必须按照底片的类型,适当选择显影液和显影时间,在工艺上是有一番讲究的,此处不去细说了.在线性冲洗后, $t(x, y)$ 与 $I(x, y)$ 具有如下关系:

$$t(x, y) = t_0 + \beta I(x, y),$$

式中 β 是某个常数.这时若把式(3.1)代入,即可看出, $t(x, y)$ 将符合正弦光栅的定义.

应当指出,理论上正弦光栅应具有无限大的面积,但任何照相底片却都是有很大的,亦即它们不是理论中的正弦光栅.实际正弦光栅与理论正弦光栅的差异所带来的后果将在后面叙述.

三、正弦光栅的衍射图样

平行光正入射在正弦光栅上(图 3.4),这时

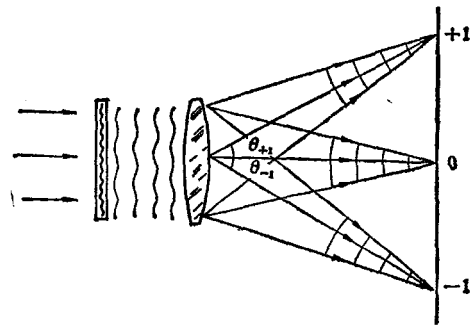


图 3.4 正弦光栅的夫琅和费衍射

入射波前为 $\tilde{U}_1(x, y) = A_1$, 从而透射波前为

$$\tilde{U}_2(x, y) = \tilde{U}_1(x, y) \tilde{t}(x, y)$$

$$= A_1 [t_0 + t_1 \cos(2\pi f x + \varphi_0)]$$

1) 此处所指的是振幅型的正弦光栅,不是位相型的正弦光栅.

利用欧拉公式:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_2(x, y) &= A_1 t_0 + \frac{1}{2} A_1 t_1 \{ \exp[i(2\pi f x + \varphi_0)] \\ &+ \exp[-i(2\pi f x + \varphi_0)] \} \\ &= \tilde{U}_0(x, y) + \tilde{U}_{+1}(x, y) \\ &+ \tilde{U}_{-1}(x, y). \end{aligned}$$

其中

$$\begin{cases} \tilde{U}_0(x, y) = A_1 t_0, \\ \tilde{U}_{+1}(x, y) = \frac{1}{2} A_1 t_1 \exp[i(2\pi f x + \varphi_0)], \\ \tilde{U}_{-1}(x, y) = \frac{1}{2} A_1 t_1 \exp[-i(2\pi f x + \varphi_0)]. \end{cases}$$

亦即, 从正弦光栅输出的是三列波。根据相因子判断, 指数都是线性的, 它们都是平面波, 其

中 \tilde{U}_0 是沿原方向的, \tilde{U}_{+1} 和 \tilde{U}_{-1} 是一对共轭波, 从第二讲中的表 1(1) 可以看出它们的方向角 θ_{+1} 和 θ_{-1} 分别满足下式:

$$\sin \theta_{\pm 1} = \pm f \lambda. \quad (3.3)$$

如果在透镜的后焦面上接收, 我们得到三个亮斑, 它们分别是 0 级和 ± 1 级衍射斑。

在上面的分析中未考虑光栅的有限宽度 D 。如果考虑到这一点, 应该是各级衍射斑都有一定的半角宽度。半角宽度为

$$\Delta \theta_0 = \frac{\lambda}{D}, \quad \Delta \theta_{\pm 1} = \frac{\lambda}{D \cos \theta_{\pm 1}}. \quad (3.4)$$

从傅里叶分析的角度来看, 正弦光栅是任何周期性衍射屏的基本组成部分, 因而它的夫琅和费衍射具有特殊的重要意义。现把上面得到的结论列成表格。

表 3.1 正弦光栅夫琅和费衍射特征

图 象	衍 射 斑			
	级 别	方向角 (θ)	振 幅	半角宽度 ($\Delta \theta$)
$\tilde{U}_2(x) = \tilde{U}_1(x)t(x)$ $= A_1 [t_0 + t_1 \cos(2\pi f x + \varphi_0)]$ 空间频率 f 直流成分 $A_1 t_0$ 交流成分 $A_1 t_1$ 光栅宽度 D	0 级	$\sin \theta_0 = 0$	$\propto D A_1 t_0$	λ/D
	+1 级	$\sin \theta_{+1} = f \lambda$	$\propto D A_1 t_1 / 2$	$\lambda / D \cos \theta_{+1}$
	-1 级	$\sin \theta_{-1} = -f \lambda$	$\propto D A_1 t_1 / 2$	$\lambda / D \cos \theta_{-1}$

四、正弦光栅的组合

利用上面的表 3.1, 可以十分简便地分析由几个不同频率或不同取向的正弦信息组合造成的夫琅和费衍射。下面看若干例子。

【例 1】将两正弦光栅 G, G' 条纹平行地迭放在一起 (平行密接), 设它们的透过率函数分别是

$$\begin{cases} G: t(x) = t_0 + t_1 \cos 2\pi f x, \\ G': t'(x) = t'_0 + t'_1 \cos 2\pi f' x. \end{cases}$$

用平行光正入射, 求夫琅和费衍射斑的方向角 (图 3.5)。

【解】正入射时 $\tilde{U}_1 = A_1$, 合成光栅的透过率是 $t(x)$ 和 $t'(x)$ 相乘, 故

$$\begin{aligned} \tilde{U}_2(x) &= \tilde{U}_1 t(x) t'(x) \\ &= A_1 [t_0 t'_0 + t_1 t'_0 \cos 2\pi f x \\ &+ t_0 t'_1 \cos 2\pi f' x \\ &+ t_1 t'_1 \cos 2\pi f x \cos 2\pi f' x] \\ &= A_1 \left[t_0 t'_0 + t_1 t'_0 \cos 2\pi f x \right. \\ &+ t_0 t'_1 \cos 2\pi f' x \\ &+ \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f - f') x \\ &\left. + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f + f') x \right]. \end{aligned}$$

上面的推导过程中用了三角函数的积化和差公式。上式五项中除第一项是常数外, 其余四项分别与不同频率的正弦光栅相当, 总共产生九列平面衍射波, 它们的方向角分别为:

$$\sin \theta = \begin{cases} 0 & (0 \text{ 级}) \\ \pm f\lambda & (f \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ \pm f'\lambda & (f' \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ \pm (f - f')\lambda & (\text{差频的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ \pm (f + f')\lambda & (\text{和频的 } \pm 1 \text{ 级}). \end{cases}$$

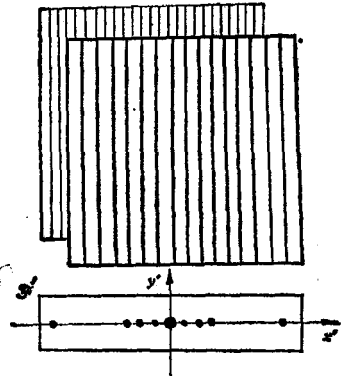


图 3.5 例 1——正弦光栅平行密接(相乘)

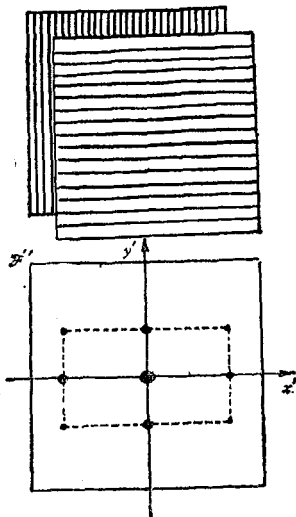


图 3.6 例 2——正弦光栅正交密接(相乘)

【例 2】将上题中的两正弦光栅 G, G' 条纹垂直地迭放在一起(正交密接),用平行光正入射,求夫琅和费衍射斑的方向角(图 3.6)。

【解】这时透过率函数应写为

$$\begin{cases} G: & t(x) = t_0 + t_1 \cos 2\pi f x, \\ G': & t(y) = t'_0 + t'_1 \cos 2\pi f' y. \end{cases}$$

正入射时 $\tilde{U}_1 = A_1$, 故

$$\begin{aligned} \tilde{U}_2(x, y) &= \tilde{U}_1 t(x) t'(y) \\ &= A_1 [t_0 t'_0 + t_1 t'_0 \cos 2\pi f x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ t_0 t'_1 \cos 2\pi f' y \\ &+ t_1 t'_1 \cos 2\pi f x \cos 2\pi f' y] \\ &= A_1 \left[t_0 t'_0 + t_1 t'_0 \cos 2\pi f x \right. \\ &+ t_0 t'_1 \cos 2\pi f' y \\ &+ \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi(fx - f'y) \\ &\left. + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi(fx + f'y) \right]. \end{aligned}$$

除第一项外,其余各项产生一对平面衍射波,共有九列平面波成分,它们的方向角分别为:

($\sin \theta_1, \sin \theta_2$)

$$= \begin{cases} (0, 0) & (0 \text{ 级}) \\ (\pm f\lambda, 0) & (f \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ (0, \pm f'\lambda) & (f' \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ \left. \begin{matrix} \pm (f\lambda, -f'\lambda) \\ \pm (f\lambda, f'\lambda) \end{matrix} \right\} (\text{交叉项的 } \pm 1 \text{ 级}). \end{cases}$$

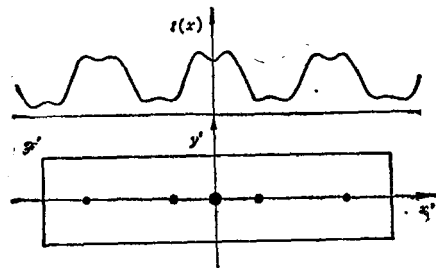


图 3.7 例 3——不同频正弦信息相加

【例 3】经分析,一张图片的振幅透过率函数为

$$t(x) = t_0 + t_1 \cos 2\pi f x - t' \cos 2\pi f' x,$$

求正入射条件下夫琅和费衍射斑的方向角(图 3.7)。

【解】由于衍射系统是相干光学系统,复振幅满足线性迭加关系,所以这张图片可以看作是两张独立的正弦光栅之和,它们各自有 3 个衍射斑,因 0 级是重合在一起的,故合起来总共有五个夫琅和费衍射斑,它们的方向角分别为

$$\begin{aligned} \sin \theta_0 &= 0 & (0 \text{ 级}), \\ \sin \theta_{\pm 1} &= \pm f\lambda & (f \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}), \\ \sin \theta'_{\pm 1} &= \pm f'\lambda & (f' \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}). \end{aligned}$$

在上面例题 1 和 2 中, 密接光栅可通过两次曝光的办法迭印在一起, 即可制备出来. 但例题 3 中两种频率信息相加的这种组合方式是不便于直接实现的. 讨论相加组合的理论意义在于傅里叶展开, 即任意周期函数的信息可展开为一系列不同空间频率的正弦信息之和.

五、任意光栅的屏函数及其傅里叶级数展开

凡屏函数是严格空间周期性函数的衍射屏(透射式或反射式的), 统称为**光栅**. 为简单起见, 这里只考虑一维光栅, 即其屏函数只依赖于一个坐标变量 x (图 3.8). 普遍地说一个函数

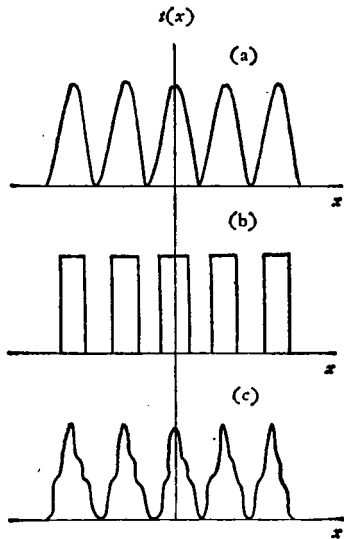


图 3.8 各种光栅的屏函数

- (a) 正弦光栅;
- (b) 黑白光栅;
- (c) 其它

具有严格的周期性, 是指它有如下性质: 对于任意 x ,

$$t(x+d) = t(x).$$

理论上的光栅应是无穷长的, 但任何一块实际光栅的有效尺寸 D 总是有限的. 换句话说, 上式只能在 $|x| \leq D/2$ 范围内成立; 超出此范围, $t(x) = 0$. 不过, 只要光栅内包含的单元总数 $N = D/d \gg 1$, 我们可近似地把它看成是周期

的. 这种只在一定的、但较大的范围内具有周期性的函数, 称为**准周期函数**. 下面我们在理论上计算时都先把光栅看成具有严格周期性的, 然后在必要的时候再考虑有限尺寸 D 带来的修正.

数学上处理周期性函数早有一套办法, 就是将它作傅里叶级数展开. 下面就来介绍这个问题.

傅里叶级数展开式通常有三种写法.

1. 正弦余弦式

$$t(x) = t_0 + \sum_{n>0} a_n \cos 2\pi f_n x + \sum_{n>0} b_n \sin 2\pi f_n x, \quad (3.5)$$

式中 n 是整数. 频率 $f_1 = 1/d$ 是基频, $f_n = n f_1$ 是基频的整数倍, 称为 n 次谐波的频率, 上式后两项皆对所有正整数求和. 傅里叶系数由以下积分式给出:

$$t_0 = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} t(x) dx, \quad (3.6)$$

$$a_n = \frac{2}{d} \int_{-d/2}^{d/2} t(x) \cos 2\pi f_n x dx, \quad (3.7)$$

$$b_n = \frac{2}{d} \int_{-d/2}^{d/2} t(x) \sin 2\pi f_n x dx. \quad (3.8)$$

2. 余弦相移式(见图 3.9)

$$t(x) = t_0 + \sum_{n>0} c_n \cos(2\pi f_n x - \varphi_n), \quad (3.9)$$

其中

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \varphi_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}$$

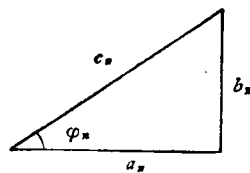


图 3.9 a_n, b_n 与 c_n, φ_n 之间的关系

3. 指数式

$$t(x) = t_0 + \sum_{n \neq 0} t_n e^{i(2\pi f_n x - \varphi_n)} = t_0 + \sum_{n \neq 0} \tilde{t}_n e^{i2\pi f_n x} \quad (3.10)$$

这里

$$\tilde{t}_n = t_n e^{-i\varphi_n} = \frac{1}{2}(a_n - ib_n), \quad (3.11)$$

注意,在式(3.10)中的求和已换为对所有非零的整数求和.复数傅里叶系数 \tilde{t}_n 可直接由以下积分式给出:

$$\tilde{t}_n = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} t(x) e^{-i2\pi f_n x} dx. \quad (3.11)$$

如果 $t(x)$ 为实函数(振幅型屏函数),则

$$\tilde{t}_n = \tilde{t}_{-n}^*, \text{ 或 } \tilde{t}_{-n} = \tilde{t}_n^*.$$

以上三种表示式各有特点,可根据方便任意选用.在我们这里,为了处理夫琅和费衍射问题,选用指数式将是最方便的.

傅里叶系数 \tilde{t}_n 的集合告诉我们原函数 $t(x)$ 中各种空间频率的成分占多大的比例.通常把这叫做**傅里叶频谱**,或简称**频谱**.一般说来,频谱可以是连续的(频率连续取值),也可以是分立的(频率只取某些分立值).从上面看到,周期函数展成傅里叶级数,其频率只取基频 f 整数倍的数值,故周期函数的频谱总是分立的.非周期性函数也可作傅里叶分析,但其频谱是连续的.任意二维周期函数 $t(x, y)$ 的傅里叶级数展开式为

$$t(x, y) = t_0 + \sum_{(n,m) \neq (0,0)} \tilde{t}_{nm} \cdot \exp[2\pi i(nf_x x + mf_y y)], \quad (3.12)$$

其中 n, m 为整数,傅里叶系数为

$$\tilde{t}_{nm} = \frac{1}{d_x d_y} \int_{-d_x/2}^{d_x/2} dx \int_{-d_y/2}^{d_y/2} dy t(x, y) \cdot \exp[-2\pi i(nf_x x + mf_y y)], \quad (3.13)$$

而 $t_0 = \tilde{t}_{00}$, $f_x = 1/d_x$ 和 $f_y = 1/d_y$ 分别是沿 x, y 方向的基频.

【例4】 求黑白光栅(也可以叫矩形光栅)屏函数的傅里叶级数展开式.

【解】 设光栅常数为 d , 宽为 a , 则

$$t(x) = \begin{cases} 1, & |x| < \frac{a}{2}; \\ 0, & \frac{a}{2} < |x| < \frac{d}{2}. \end{cases}$$

现试用傅里叶分析的手段重新处理黑白光

栅的夫琅和费衍射.当平行光正入射, $\tilde{U}_1 = A_1$, 则输出场

$$\begin{aligned} \tilde{U}_2(x) &= \tilde{U}_1(x) t(x) = A_1 t(x) \\ &= A_1 t_0 + A_1 \sum_{n \neq 0} t_n e^{i2\pi n x}. \end{aligned}$$

得傅里叶系数为

$$t_0 = \frac{1}{d} \int_{-a/2}^{a/2} dx = \frac{a}{d};$$

$$\begin{aligned} \tilde{t}_n &= \frac{1}{d} \int_{-a/2}^{a/2} e^{-i2\pi f_n x} dx = \frac{a}{d} \frac{\sin \pi f_n a}{\pi f_n a} \\ &= \frac{a}{d} \frac{\sin n\pi f a}{n\pi f a} = \frac{a}{d} \frac{\sin(n\pi a/d)}{n\pi a/d}. \end{aligned}$$

由相因子可以得知, n 级平面衍射波的方向角为

$$\begin{aligned} \sin \theta_n &= n\lambda = n\lambda/d \\ n &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

这就是大家以前熟悉的光栅公式. $\pm n$ 级主极强的振幅正比于傅里叶系数 t_n , 光强正比于 $|t_n|^2$, 故写成

$$I \propto |t_n|^2 = \left(\frac{a}{d}\right)^2 \left(\frac{\sin \alpha_n}{\alpha_n}\right)^2, \quad \alpha_n = \frac{n\pi a}{d}.$$

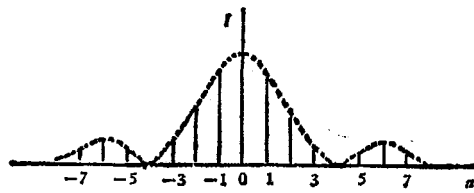


图 3.10 黑白光栅的分立谱

这里 $\alpha_n = \pi a \sin \theta_n / \lambda$, 上式也正是大家熟悉的单缝衍射因子.由于在上面的计算中未考虑光栅的有限尺寸 D , 故我们得到的是严格的宽度接近于零的分立谱(图 3.10). 计及有限尺寸, 每个谱斑有一半角宽度 $\Delta\theta = \lambda/D \cos \theta$. 当 $D \gg d$ 时, $\Delta\theta$ 远小于相邻谱斑的间隔, 这时衍射谱仍可近似地看成是分立的, 或者说, 它是**准分立谱**.

六、过高频信息产生的衰减波

在光栅的衍射系统中, 照明光波的波长 λ 和光栅的空间周期 $d = 1/f$ 两个量是互相独立

的,不要混淆. 对于 $d < \lambda$ 或者说 $f > 1/\lambda$ 的那些过高频信息来说,衍射斑的方向角满足

$$\sin \theta = f \cdot \lambda > 1. \quad (3.14)$$

这应如何理解? 形式上看,我们可以说上式的 θ 只有虚数解,没有物理意义,从而不存在与之相应的衍射波和衍射斑. 但要把这里发生了什么物理过程搞清楚,需要从二维的波前脱出来,回到三维空间的波场中去. 波前函数中具有相因子 $e^{ik \sin \theta x}$ 的一项,对应衍射场中一列平面波:

$\tilde{U}(x, y, z) = A \exp [ik(\sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot z)]$
即其波矢 k 的两个分量为 $k_x = k \sin \theta$ 和 $k_z = k \cos \theta$,而且

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}.$$

为满足波动方程,又要求 $k = 2\pi/\lambda$; 为满足边界条件,应有 $k_x = 2\pi f$, f 为衍射光栅的空间频率;故可以求出

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - (f\lambda)^2}.$$

对于过高频, $f\lambda > 1$, 这意味着 k_z 为虚数. 令 $k_z = ik$, 得此时的波场为

$$\tilde{U}(x, y, z) = A e^{-kz} e^{i2\pi fx}$$

从 x 方向看它是行波,仍具有空间周期性,但沿 z 方向看其振幅按指数急剧衰减,已经失去空间周期性. 此波不可能到达远场. 这正是大家在研究全反射时曾遇到过的那种消逝波.

从傅里叶分析的眼光看,一幅图象可能包含从低频到高频各种空间频率的信息. 上面的讨论告诉我们,若用波长为 λ 的光波对此图象的结构进行衍射分析,它是不能把 $f > 1/\lambda$ 的高频信息携带到衍射场里来的. 换句话说,用衍射方法分析图象结构的分辨率只能达到照明波长的数量级. 例如,可见光能达到的空间分辨率为 10^{-5}cm 量级,而用 X 光则可达到 10^{-6}cm 量级.

七、对夫琅和费衍射的再认识

在数学上,可以将一个复杂的函数作傅里叶展开,从这种观点出发,可以认为一张复杂的

物理

图片是由许多不同空间频率的单频信息组成的. 如果仅至于此,傅里叶分解只停留在抽象的数学手段上. 为了将这种分解在物理上付诸实现,还需有相应的装置和适当的措施. 这一讲的内容告诉我们,当单色光入射在待分析的图象上时,通过夫琅和费衍射,一定空间频率的信息就被一对特定方向的平面衍射波输送出来. 这些衍射波在近场区彼此交织在一起,到了远场区它们彼此分离,从而达到“分频”的目的. 常用的作法是利用透镜把不同方向的平面波会聚到后焦面 \mathcal{S}' 的不同位置上,形成一个个衍射斑(见图 3.11). \mathcal{S}' 上每一对衍射斑代

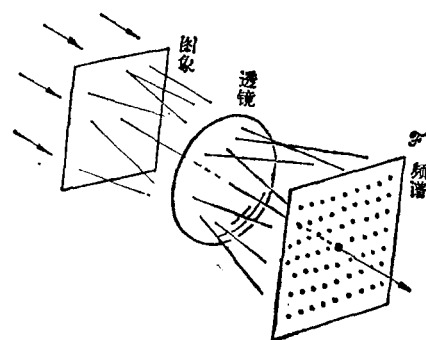


图 3.11 夫琅和费衍射系统是傅里叶频谱分析器

表原图象中一种单频成分,频率越高的成分其衍射角越大,在 \mathcal{S}' 上离中心越远. 各衍射斑的强度正比于傅里叶系数 i_n 的平方. 总之,原图象的傅里叶频谱直观地反映在夫琅和费衍射系统的后焦面 \mathcal{S}' 上. 这焦面就是原图象的傅里叶频谱面,或简称傅氏面. 所以,夫琅和费衍射装置就是傅里叶频谱分析器. 这就是现代光学对夫琅和费衍射的新认识. 这种新认识给光学和数学两方面都带来了好处: 它给了光学一种强有力的数学手段——傅里叶分析,同时也为数学上进行傅里叶变换的运算创立了一门新技术——光学计算技术.

综上所述,衍射系统的线性、正弦信息衍射的鲜明特征、函数的傅里叶分析手段以及夫琅和费衍射的分频作用,四者浑然一体,使夫琅和费衍射成为对光学信息进行频谱分析的物理手段. 虽然这些概念是通过周期屏函数(光栅)

(下转第 605 页)