

傅里叶变换光学基本原理讲座

第四讲 阿贝成象原理与相衬显微镜

钟 锡 华

(北京大学物理系)

一、阿贝成象原理

一百多年前,德国人阿贝 (Abbe, 1874 年) 在蔡司光学公司任职期间研究如何提高显微镜的分辨本领问题时,提出了关于相干成象的一个新原理. 现在看来,当初的阿贝成象原理已为现代变换光学中正在兴起的空间滤波和信息处理的概念奠定了基础. 因为任何图象都可作傅里叶展开,最基本的图象是正弦光栅. 下面我们就以正弦光栅为物,说明并论证阿贝成象原理.

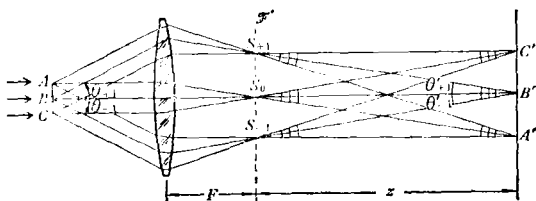


图 4.1 阿贝成象原理

如图 4.1,用平行光照明傍轴小物 ABC ,使整个系统成为相干成象系统,象成于 $A'B'C'$. 如何看待这个系统的成象过程呢?

一种观点着眼于**点的对应**:物是点 A 、 B 、 C 等的集合,它们都是次波源,各自发出球面波,经透镜后会聚到象点 A' 、 B' 、 C' 等. 物与象成点点对应关系:

$$\text{物} \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow A' \\ B \rightarrow B' \\ C \rightarrow C' \end{array} \right\} \text{象}$$

这是几何光学的观点.

另一种观点着眼于**频谱的转换**:物是一系

列不同空间频率信息的集合,相干成象过程分两步完成. 第一步是入射光经物平面 (x, y) 发生夫琅和费衍射,在透镜后焦面 \mathcal{S}' 上形成一系列衍射斑. 第二步是干涉,即各衍射斑发出的球面次波在象平面 (x', y') 上相干迭加,象就是干涉场. 上述两步成象的理论是波动光学的观点,这就是阿贝成象原理.

下面我们以单频信息的物(即正弦光栅)作为特例,论证上述两种观点的等效性. 设物光波前为

$$\tilde{U}_0(x, y) = A_1(t_0 + t_1 \cos 2\pi f x), \quad (4.1)$$

如果它产生的三列平面衍射波能被透镜接收,则在其后焦面上形成三个衍射斑 S_{+1}, S_0, S_{-1} . 下一步我们把 S_{+1}, S_0, S_{-1} 看成三个点源,考察它们在象平面上产生的干涉场

$$\tilde{U}_i(x', y') = \tilde{U}_0(x', y') + \tilde{U}_{+1}(x', y') + \tilde{U}_{-1}(x', y'),$$

右边三项分别是三个点源在傍轴条件下的波前函数. 在作合成运算的具体过程中,要考虑正弦光栅衍射的三个斑的振幅关系和位相关系,并借用物象等光程性,得

$$\tilde{U}_i(x', y') = A_1 e^{iq(x', y')} [t_0 + t_1 \cos(k \sin \theta'_{+1} x')].$$

根据几何光学中的阿贝正弦条件:

$$\frac{\sin \theta'_{+1}}{\sin \theta_{+1}} = \frac{y}{y'} = \frac{1}{V},$$

其中 V 是横向放大率,并注意到衍射角满足 $\sin \theta_{+1} = f\lambda$ 以及 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$,可将象场函数改写为

$$\tilde{U}_i(x', y') \propto A_1 e^{iq(x', y')} [t_0$$

$$+ t_1 \cos(2\pi f x' / V)] \quad (4.2)$$

将物面上的波前 $\tilde{U}_0(x, y)$ 与象面波前 $\tilde{U}_1(x', y')$ 对比一下, 可以看出两表达式是相似的. 公共的相因子 $e^{i\varphi(x', y')}$ 不反映在强度分布中, 由此可得到如下结论:

(1) 空间频率 $f \rightarrow f/V$, 或者说空间周期 $d \rightarrow Vd$, 这表示几何放大, 不影响象质.

(2) 决定象质的是反衬度 γ , 它可由交流成分和直流成分系数之比求出, 对于物和象都有

$$\gamma_o = \gamma_i = \frac{t_1}{t_0},$$

故

$$\frac{\gamma_i}{\gamma_o} = 1,$$

这就是说, 象的反衬度没有下降.

以上的结果似乎十分理想, 这是因为我们未考虑衍射斑的半角宽度. 如果考虑这一点, 反衬度是要下降一些的.

这样, 我们就以正弦光栅为例, 证明了阿贝成像原理. 对于更复杂的物的图象, 我们可用傅里叶分析的方法把它展成各种不同空间频率信息的迭加.

二、空间滤波概念

用频谱语言来表达, 阿贝成像原理的基本精神是把成像过程分成两步: 第一步衍射起“分频”作用, 第二步干涉起“合成”作用. 许多有意义的事情就发生在这频谱一分一合的过程中.

过去我们熟悉的一大类成像光学仪器(如显微镜、照相机)要求图象尽可能还原, 亦即我们希望所成的象除几何尺寸放大或缩小外, 尽可能与原物相似. 从阿贝成像原理的眼光来看, 这要求在分频与合成的过程中尽量不使频谱改变. 如果物平面包含一系列从低频到高频的信息, 由于实际透镜的口径总是有限的, 频率超过一定限度的信息将因衍射角过大而从透镜边缘之外漏掉(见图 4.2), 所以透镜本身总是一个“低通滤波器”. 丢失了高频信息的频谱再合

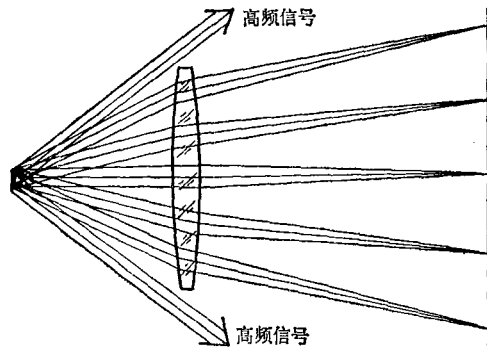
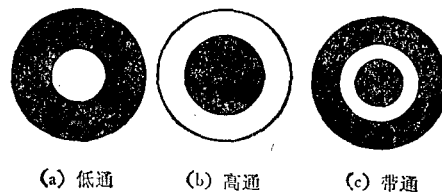


图 4.2 光瞳的低通滤波作用

成到一起时, 图象的细节将变得有点模糊. 因此要提高系统成像的质量, 就应该扩大透镜的口径. 这是在分析光学仪器的象分辨本领时早已得到的结论, 不用阿贝成像原理我们也知道它. 然而图象还原并非所有光学仪器的要求, 人们还有更积极的需要, 那就是改造图象. 阿贝成像原理的真正价值在于它提供了一种新的**频谱语言**来描述信息, 启发人们用**改变频谱**的手段来**改造信息**. 现代变换光学中的空间滤波技术和光学信息处理, 就概念来说, 都起源于阿贝成像原理.

最简单的空间滤波的作法如下. 阿贝成像原理告诉我们, 物信息的频谱展现在透镜的后焦面(傅氏面)上. 我们可在这平面上放置不同结构的光阑, 以提取(或摒弃)某些频段的物信息, 亦即我们可主动地改变频谱, 以此来达到改造图象的目的. 用频谱分析的眼光来看, 傅氏面上的光阑起着“选频”的作用. 广义地说, 凡是能够直接改变光信息空间频谱的器件, 通称**空间滤波器, 或光学滤波器**. 图 4.3 是一组具有不同频率特性的简单空间滤波器. 下面我们介绍一些简单的空间滤波实验.



(a) 低通 (b) 高通 (c) 带通

图 4.3 简单的空间滤波器

三、阿贝-波特空间滤波实验

空间滤波实验是对阿贝成象原理最好的验证和演示。

用一块黑白(矩形)光栅作物,将它置于前焦面附近。用一束单色平行光照明光栅,经透镜后在较远处形成一个实象。在透镜的后焦面 \mathcal{F}' 上安置一个可调的单缝作为光阑,以提取不同的衍射斑(见图 4.4)。借助于目镜观测象面上图象的变化。

黑白光栅的振幅透过率函数 $t(x)$ 及其频谱是我们早已熟悉的,如图 4.5(a), (b) 所示,前者是方波,后者是准分立谱,各级主极大受单缝因子的制约。我们按以下步骤作观测实验:

(1) 调整傅氏面上单缝的宽度,只让 0 级通过[见图 4.4(b)(1)],则象面上呈现一片均匀照明,丢失了全部周期性的交流信息。

(2) 展宽单缝,让 0 级和 ± 1 级通过,挡掉其余衍射斑,则象面上的振幅分布 $\tilde{U}_1(x')$ 如图 4.5(c) 左所示,是基频和直流成分的迭加,二者的比例与光栅中 a (缝宽) 与 d (间隔) 之比有关。当交流成分的振幅大过直流成分时,就会出现负值。此时象面上强度分布 $I(x')$ 如图

4.5(d) 左所示。在相邻的亮纹之间出现另一套细小的亮纹。条纹的黑白界限没有原物那样明锐。

(3) 再展宽单缝,让 0 级, ± 1 级和 ± 2 级通过,挡掉其余衍射斑,则二倍频信息也参加成象,振幅分布更接近方波形状,黑白界限比实验(2)清晰。

(4) 设法挡掉 0 级,而让其它所有衍射斑通过。这时象面上的振幅分布差不多仍是方波,只是没有直流成分[见图 4.5(c) 右],由于很高次的谐波实际上被透镜边缘挡掉,波型的稜角或多或少变得圆滑了一些。强度分布如图 3.5(d) 右所示,除原物透光部分仍是亮的外,原来不透光部分也是亮的。在一定的 a 与 d 的比例下,后者比前者还可能更亮。这种现象叫做反衬度反转(部分反转)。

上述一类实验首先是阿贝于 1874 年报道的,后来波特 (Porter, 1906 年) 也报道了这类实验。这些实验以其简单的装置十分明确地验证了阿贝成象原理,而且为光学信息处理提供了深刻的启示。但由于它属于相干光学的范畴,需要有足够强的单色光,所以直到 1960 年激光问世后,它才重新振兴起来。从那时起空间滤波技术和光学信息处理才得到迅速发展,并成为现代光学中的一个热门。

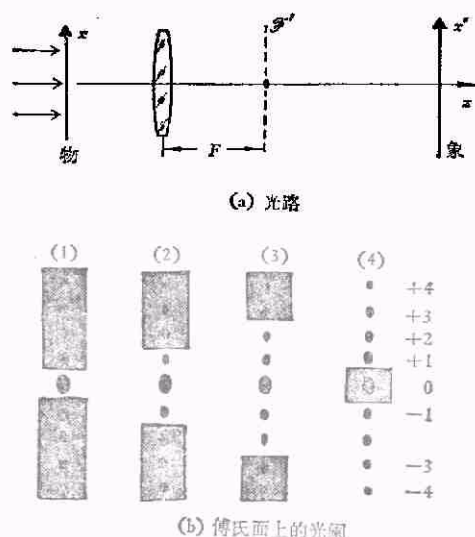


图 4.4 空间滤波实验装置

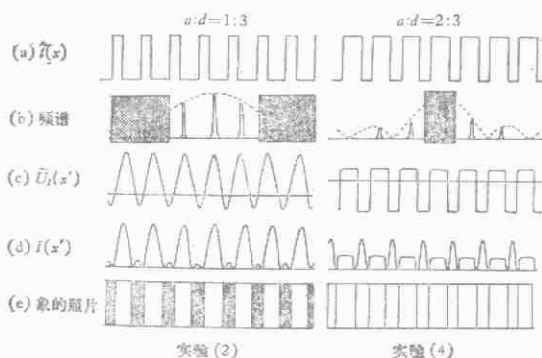


图 4.5 频谱、复振幅和强度的变化

[例] 设黑白光栅 50 条/mm, 入射光波长 6328 \AA , 为了使傅氏面上至少能够获得 ± 6 级衍射斑, 并要求相邻衍射斑的间隔不小于 2 mm , 透镜焦距及直径至少要有多大?

【解】 相邻衍射斑的角间隔为 $\Delta\theta \approx \lambda/d$, 线距离为 $\Delta l \approx F\Delta\theta$ 所以焦距应为

$$F \geq \frac{\Delta l}{\Delta\theta} = \frac{\Delta l d}{\lambda} \approx 64\text{mm.}$$

6 级衍射斑的衍射角为

$$\sin \theta_6 = 6\lambda/d \approx 0.2.$$

由于物平面在前焦面附近, 要使 6 倍频信息进入透镜, 其直径 D 应满足

$$D \geq 2F \sin \theta_6 \approx 26\text{mm.}$$

四、相衬显微镜

置于透镜后焦面上的空间滤波器既可以是振幅型的, 也可以是位相型的。位相型的空间滤波器如同滤波电路中的相移器那样, 它改变了物信息的位相频谱, 简单说来, 这相当于改变了傅氏面上衍射斑的位相。由于这些衍射斑是下一步相干迭加场(象面)的次波源, 所以位相型滤波器将改变象面上的复振幅分布而实现了信息处理, 泽尼克 (Zernike, 1935 年) 的相衬显微镜是这方面工作的一个首创。相衬法的原理如下。

如果样品是无色透明的生物切片或晶片, 则它们的透过率函数应当是纯位相型的, 写为

$$\tilde{t}(x, y) = \exp[i\varphi(x, y)], \quad (4.3)$$

其绝对值平方为 1。如用普通显微镜观察这类样品, 图象的光强没有什么变化; 即使考虑到实际样品的透明度各处多少有些差别, 图象的光强反衬度也是很小的。这就是说, 普通显微镜对于以位相信息为主的样品失去了助视的功能。如何利用位相信息来调制象面上的光强分布, 正是相衬法要解决的问题。具体做法是在一块玻璃基片的中心滴上一小滴液体或蒸镀一层薄膜, 使其光学厚度 nh 为 $\lambda/4$ 或 $3\lambda/4$, 这就制成了一块位相板, 然后将这块位相板当作空间滤波器置于显微镜物镜的焦面处, 并调节介质液滴的位置使之对准后焦点, 如图 4.6 所示。

先分析不加位相板时的光场。在正入射的相干光照明下, 物平面的复振幅分布为

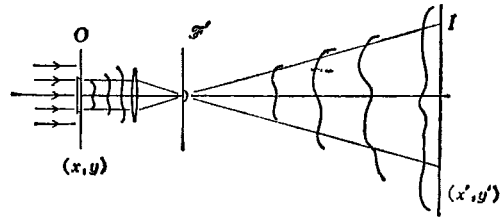


图 4.6 相衬法原理

$$\begin{aligned} \tilde{U}_o(x, y) &= A_1 \tilde{t}(x, y) = A_1 \exp[i\varphi(x, y)] \\ &= A_1 \left[1 + i\varphi(x, y) - \frac{1}{2} \varphi^2(x, y) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3!} i\varphi^3(x, y) + \dots \right]. \end{aligned}$$

根据相因子判断法, 第一项 A_1 是直流成分, 代表沿光轴传播的平面衍射波成分, 它在傅氏面上是集中于后焦点的 0 级衍射斑; 级数展开式中的其它各项代表复杂的波前, 它产生弥漫的衍射波, 其频谱分散在傅氏面上各处。在加入位相板以后, 0 级斑相移 $\pi/2$ (或 $3\pi/2$)。须知, 点源的相移将牵动整个光场(象面)的相移。所以这时象面上的复振幅分布改变为

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x', y') &= A_1 \left[i + i\varphi - \frac{1}{2} \varphi^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3!} i\varphi^3 + \dots \right]^{1)} = A_1 \left[(i - 1) \right. \\ &\quad \left. + 1 + i\varphi - \frac{1}{2} \varphi^2 - \frac{1}{3!} i\varphi^3 + \dots \right] \\ &= A_1(i - 1) + A_1 \exp[i\varphi(x', y')] \\ &= A_1[(\cos \varphi - 1) + i(\sin \varphi + 1)]. \end{aligned} \quad (4.4)$$

象面上的光强分布成为

$$\begin{aligned} I(x', y') &= \tilde{U}(x', y') \cdot \tilde{U}^*(x', y') \\ &= |(\cos \varphi - 1) + i(\sin \varphi + 1)|^2 \cdot A_1^2 \\ &= \{3 + 2[\sin \varphi(x', y') \\ &\quad - \cos \varphi(x', y')]\} \cdot A_1^2. \end{aligned} \quad (4.5)$$

显然, 这时象面上不再是一片均匀照明了, 出现了与物的位相信息相关的光强分布。特别重要的是在 $\varphi(x, y) \ll 1$ 情况下, $\cos \varphi \approx 1$, $\sin \varphi \approx \varphi$, 于是光强分布简化为

1) 在讨论这类问题中, 照例总是设横向放大率为 1, 而把眼光集中于分布函数以及相联系的反衬度的变化问题上。

$$I(x', y') \approx [1 + 2\varphi(x', y')] \cdot A_i^2. \quad (4.6)$$

上式表明,象面上的强度分布与样品的位相信息成线性关系,或者说,样品的位相信息线性地调制了象面上的光强分布,出现了亮暗起伏(有反衬)的图象,这正是人们所希望的。不过应当注意,既然 $\varphi \ll 1$,那么上式第二项仍然远小于第一项,这说明象面上仍然有较强的本底。不过在工艺上我们还可以想些办法来减弱本底,以提高底片的反衬度。

泽尼克的相衬法用改变频谱面上位相分布的手段,巧妙地实现了强度的位相调制,这是光信息处理实际应用的最早项目,因此而获得了诺贝尔奖金。

图 4.7 三张照片是这样拍摄的。在一张玻璃基片上用透明胶描绘一个“光”字,作为位相型原物。其中 (a) 是不加任何滤波时所拍摄的图象;(b) 是暗场法拍摄的图象;(c) 是相衬法拍摄的图象。

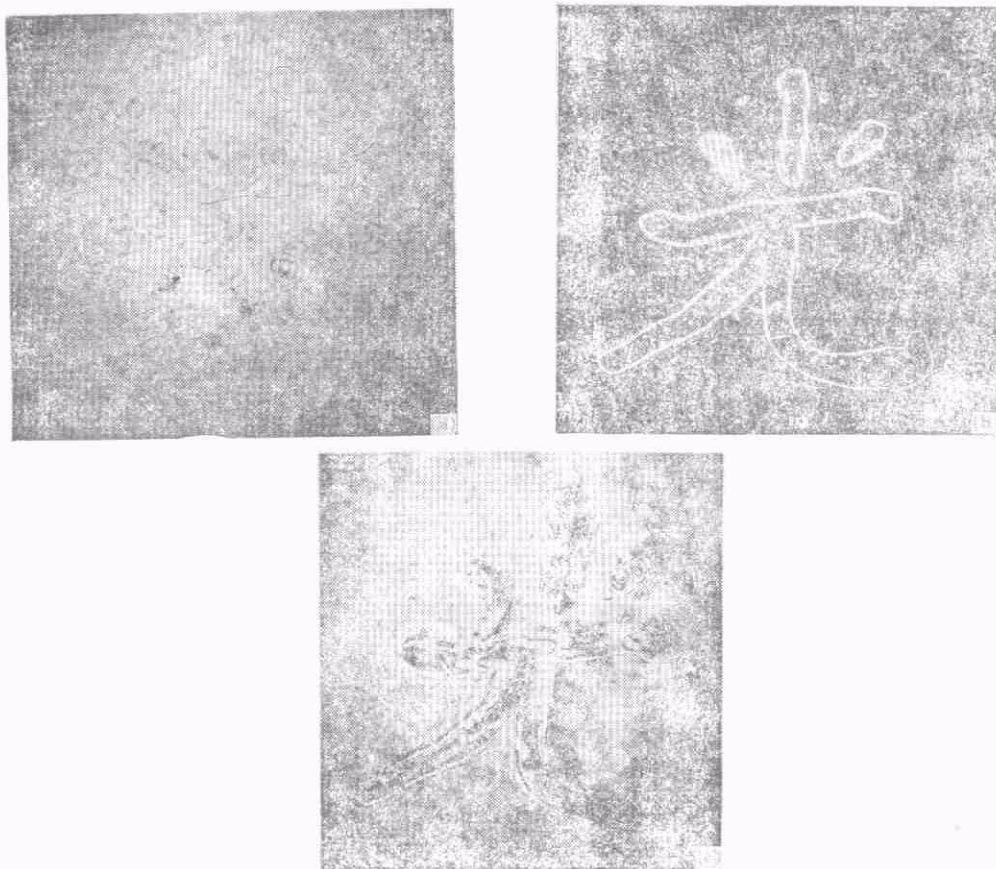


图 4.7 位相型图象(暗场法与相衬法对比)

(上接 684 页)

稳定放电初期 Z_{eff} , C 都稍有下降的趋势,或许不很真实,可能是计算中没有考虑杂质影响的结果。

我们在工作中得到装置组韩共和、刘春城、耿秀敏、唐继辉及微波小组刘轶群、崔滨生等同志的大力支持,在此表示衷心感谢。

物理

参 考 文 献

- [1] 物理所 104 组、电工所 403 组,物理学报,29(1980),3.
- [2] 物理所 104 组、电工所 403 组,物理学报,29(1980),6.
- [3] 卢鹤绂等,受控热核反应,上海科学技术出版社,1962 年.
- [4] R. Petraso et al., *Rev. Sci. Instr.*, 51 (1980), 5.