

上也仅仅只有几年的历史，然而通过试验已证明这一技术是使金属非晶化的有效手段。尤其是在金属和合金的表面形成具有优良力学性能，耐腐蚀性能的非晶态保护层方面，这种方法具有很大的潜力并可期望在生产实际中得到应用。

用离子注入方法发现并获得了若干新的非晶系统，例如 Cu-W, Fe-Dy, Cu-Ta, Ni-Dy 和 Pt-Au，也大大地吸引了人们的注意。

在非晶磁性合金方面，目前已用  $B^+$ ,  $Dy^+$  注入 Fe, Ni 形成了非晶相。因而进一步提出了用离子注入方法制造稀土-钴非晶磁性合金以及非晶磁性薄膜的可能性。在超导合金方面，用离子注入方法可以研制非晶的超导体。离子注入方法具有任意选择离子-靶的组合及其成分的特点，不受传统合金化规则（如相平衡、固溶度）的限制，因而研制非晶合金是极为有利的。此外，注入所形成的非晶系统，可以严格地保证合金的成分和纯度，没有传统的液态急冷法所带来的杂质误差的影响。

鉴于液态急冷法和气相沉积法只能得到非晶带，丝或薄膜，应用上受到一定的限制。而大面积的扫描离子注入可以获得大块金属表面的非晶态保护层，同时在室温下进行离子注入，即

可使金属表面形成非晶态，这些优点是其它方法所不能涉及的。目前，离子注入技术用于金属非晶化的试验研究和机理探讨工作正在深入进行，预计其发展前景是美好的。

## 参考文献

- [1] 王运新、林德明，物理，9-3 (1980), 260.
- [2] 王一禾，仪表材料，11-4 (1980), 50.
- [3] G. Dearnaley et al., Ion Implantation, Amsterdam North-Holland Publishing Co., (1973).
- [4] S. M. Myers, *J. Vac. Sci. Technol.*, 17-1 (1980), 310.
- [5] J. A. Poate et al., Applications of Ion Beams to Materials, Conf. Ser. 28 Insti. Phys., London and Bristol, (1975), 204.
- [6] A. G. Cullis et al., *Philosophical Magazine B*, 37-5 (1978), 615.
- [7] A. Ali et al., *Philosophical Magazine B*, 37-3 (1978), 353.
- [8] S. T. Picraux, Site Characterization and aggregation of Implanted Atoms in Materials, Plenum Press New York and London, (1978), 325.
- [9] W. A. Grae et al., *Radiation Effects*, 49-1 (1980), 65.
- [10] S. P. Singhal et al., *Appl. Phys. Lett.*, 32-1 (1978), 25.
- [11] W. A. Grant, *J. Vac. Sci. Technol.*, 15-5 (1978), 1644.
- [12] G. J. Dienes et al., Radiation Effects in Solids. Interscience, London, (1957), 3, 32.
- [13] G. Carter, *Radiation Effects*, 36-1 (1978), 1.

## 电子散射和原子核的电荷分布

赵叔平 刘宗廉

(中国科学技术大学近代物理系)

### 一、电子——揭开原子核秘密的有力探针

核的大小与形状是怎样的？核内电荷又是如何分布的？……为了得到解答，可以向核上发射一些试探粒子，观察这些粒子与原子核之间所发生的各种现象。但是，只有当试探粒子的波长与核的大小同数量级或更小一些时，才能通过散射实验探索原子核的秘密。如果入射

粒子的波长比被观测的原子核的尺寸大，这个原子核看起来就好象一个点粒子，无法显示其内部的结构。比较合适的“试探”粒子主要有中子、质子和电子。其中电子被认为是最理想的探针粒子，原因是它与核的作用主要是电磁相互作用，这是人们了解得最清楚的一种力的作用。用电磁相互作用的理论——量子电动力学去解释很多实验结果，都是十分成功的。当电子的动能远远超过它的静止能量时，它的德布罗意波长  $\lambda$  和动能  $E$  之间，存在如下的关系：

$$\lambda = \frac{hc}{E}. \quad (1)$$

可见电子能量愈高，波长愈短。原子核的直径粗略估计为  $10^{-13}$  cm 数量级，这就要求电子的能量至少要超过 100 MeV。能量愈高，实验的精确度愈高。现在，由于高能电子同步加速器、直线加速器和对撞机的建成，已实现了高能电子与原子核散射的各种实验。

电子被核散射的实验示意图如图 1。这与卢瑟福散射实验十分类似，只是以电子代替了  $\alpha$  粒子。一定能量的电子轰击靶后发生偏转，探测散射到各种角度的电子，确定散射截面与角度的关系，这是经常使用的方法。此外，在另一类实验中，不观察散射电子，而是探测靶核的反冲或是探测被电子弹射出的粒子及靶核被激发后的衰变产物。

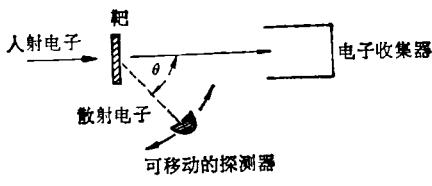


图 1

如果在散射过程中，入射电子的动能没有损失，只是因为电磁力的作用使它的方向发生了偏转，这种散射称为弹性散射。这时原子核的内部状态不改变，没有新粒子产生。弹性散射可用于探测核基态电荷分布的大小与形状，许多唯象的电荷密度都是通过电子弹性散射截面而确定的，它是研究原子核的电荷与半径的主要手段。当入射电子能量提高时，非弹性散射的几率逐渐加大，这时电子动能有损失，原子核也将从基态被激发到较高的能态，进而会发生多极跃迁。因此可以利用电子与原子核的非弹性散射观察各级跃迁，通过测量跃迁的强度和辐射的性质，进一步研究激发态粒子的自旋、同位旋以及核动力学方面的问题。例如，当用高能电子去轰击核子时，从实验上发现了核子不是点粒子，它的内部存在着点状电荷的部分，这为层子模型提供了有力的实验根据。

本文主要讨论电子与原子核的弹性散射，介绍如何从理论上通过弹性散射的实验截面来确定原子核的电荷密度，并且给出几种目前公认为比较好的原子核电荷分布模型。

## 二、电子与原子核弹性散射的微分截面

### 1. 简单的运动学描述

在实验室系(散射前，靶核处于静止状态的坐标系)，一个能量为  $E_1$ ，动量为  $\mathbf{p}_1$  的电子被电荷为  $Ze$  的核弹性散射的运动学图象可简单地用图 2 来说明。散射电子的能量为  $E_2$ ，动量

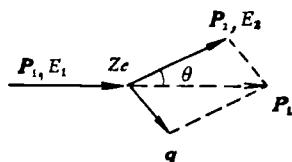


图 2 电子与核弹性散射的动量分析图

为  $\mathbf{p}_2$ ，散射角是  $\theta$ 。对于弹性散射，电子没有能量损失，所以有

$$E_1 = E_2 = E, \quad \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p} \\ (\mathbf{p}_1 = |\mathbf{p}_1|, \quad \mathbf{p}_2 = |\mathbf{p}_2|)$$

可以定义

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 \text{ (称为转换动量)}$$

则

$$q = |\mathbf{q}| = |\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2| = 2p \sin \frac{\theta}{2}. \quad (2)$$

### 2. 莫特截面

为了求得两个带电点粒子的散射截面，玻恩近似是经常采用的一种微扰论方法。由于表征电磁相互作用的耦合参数就是电子电荷  $e$ ， $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \sim \frac{1}{137}$ ，这是个相当小的量，因此当把散射振幅展开成  $\alpha$  的级数时，往往只需最低阶的近似就可得到相当满意的结果。假定入射粒子与靶粒子是没有内部结构的点粒子，并假定入射粒子和散射粒子都可以用平面波来描述，则由量子力学，这个散射的振幅可以写成

$$f(\mathbf{q}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}/\hbar} d\mathbf{r}, \quad (3)$$

其中  $m$  是入射粒子的静止质量,  $V(\mathbf{r})$  是散射位势。对于电子  $e$  与一个电荷为  $Ze$  的核的弹性散射, 当把核看做点粒子时, 散射位势主要是库仑位势的作用。莫特考虑了电子自旋与核外包围的电子云的屏蔽效应, 利用(3)式, 求出了第一阶近似下的微分截面——莫特截面:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \frac{Z^2 e^4}{4 E^2} \cdot \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2} \left(1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)}, \quad (4)$$

$M$  是靶粒子的静止质量。

### 3. 形状因子

由于核具有内部结构, 所以不能简单地当作点粒子来处理, 只适用于点粒子散射的莫特截面也必须修正。因为电子是轻子, 实验证明它的行为可当做点粒子看待, 这样只需考虑靶核的空间分布来修改公式就成了。可以证明, 电子从靶核上的弹性散射微分截面<sup>[1]</sup>是

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[ |F_L(q)|^2 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} |F_T(q)|^2 \right], \quad (5)$$

$F_L(q)$  与  $F_T(q)$  分别叫做电、磁形状因子。 $F_T(q)$  是一个横向的形状因子, 主要是磁偶极矩的贡献, 只在接近  $180^\circ$  角的大角度散射时这种贡献才较显著, 在其它角度时, 与  $F_L(q)$  的贡献相比, 可以忽略。电形状因子  $F_L(q)$  是一个径向的形状因子, 与原子核的电荷分布相关。设靶核的归一化几率密度为  $\rho(\mathbf{r})$   $\left[\int \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 1\right]$ , 则靶核的电荷密度应为  $Ze\rho(\mathbf{r})$ 。 $F_L(q)$  与  $\rho(\mathbf{r})$  以傅里叶变换形式相联系:

$$F_L(q) = \int \rho(\mathbf{r}) e^{iq \cdot \mathbf{r}/\hbar} d\mathbf{r}. \quad (6)$$

对于具有球对称密度分布的靶核, 电荷密度只是径向  $r$  的函数, 这时

$$F_L(q) = \frac{4\pi}{q} \int r \rho(r) \sin(qr/\hbar) dr. \quad (7)$$

形状因子在散射问题中是一个十分重要的量, 它是实验观测与理论分析之间最方便的组

带。例如, 我们从理论上预言了一种原子核电荷分布  $Ze\rho_{\text{球}}(\mathbf{r})$ , 那么就可以用(6)式或(7)式算出电形状因子  $F_L(q)$ 。对于  $\theta$  约为  $180^\circ$  以外的其它角度, 我们将所得的  $F_L(q)$  代入(5)式, 就可以计算电子与核的理论弹性截面  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{理}}$ , 从而就可以使理论截面与实验截面之间进行对照比较。如果  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{理}}$  与  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{实}}$  可以符合, 就说明从理论上预言的分布  $\rho_{\text{球}}(\mathbf{r})$  是可以描述核的密度分布的。如果理论与实验不符合, 原则上讲, 可以重新选择新的电荷密度, 直到符合并得到满意的  $\rho_{\text{球}}(\mathbf{r})$  为止。需要指出的是, 理论上预言的电荷密度, 总是包括有一个或几个参数, 在物理要求允许的前提下, 它们可以在一定的范围内变动。例如, 高斯型的电荷几率密度

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-(r/b)^2}$$

含有一个参数  $b$ , 费米型电荷几率密度

$$\rho(r) = \rho_0 [1 + e^{(r-R)/a}]^{-1}$$

含有两个参数  $a$  和  $R$  等等(其中  $\rho_0$  是由归一化的归一化系数)。理论上可以对这些参数进行选择, 在它们许可的范围内, 如果能使  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{理}}$  与  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{实}}$  之间有一定程度的符合, 这个理论分布就是有价值的, 否则就必须抛弃。

### 三、球形核的电荷分布

理论工作者在研究核的电荷分布时, 为了简单, 首先假定靶核具有球对称性的密度分布, 即  $\rho(\mathbf{r})$  只是径向  $r$  的函数, 与  $\theta, \varphi$  无关。这时, 对应的电形状因子只由(7)式的一维积分给出。在近二十多年中, 曾经提出了各式各样的电荷密度模型。根据与实验符合的要求, 下面略举几种。

#### 1. 一参数的电荷分布

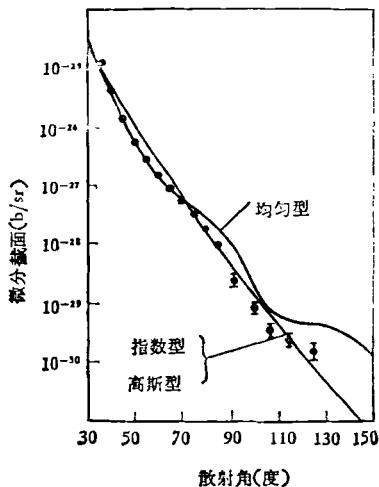
这是最早、最简单的分布<sup>[2]</sup>, 整个分布中只有一个可供选择的参数。表 1 列出几种一个参数电荷分布的几率密度和电形状因子。

表中的  $a, b, k$  分别为指类型、高斯型、均匀型三种电荷分布中的唯象参数。将表中的电

表 1 某些一参数电荷分布的几率密度和电形状因子

几率密度 $\rho(r)$	电形状因子 $F_L(q)$
指数型 $\rho(r) = \rho_0 e^{-r/a}$	$(1 + q^2 a^2 / \hbar^2)^{-1}$
高斯型 $\rho(r) = \rho_0 e^{-(r/b)^2}$	$e^{-q^2 b^2 / 4 \hbar^2}$
均匀型 $\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & r < kR \\ 0 & r > kR \end{cases}$	$\frac{3[\sin(qkR/\hbar) - (qkR/\hbar)\cos(qkR/\hbar)]}{(qkR/\hbar)^3}$

形状因子  $F_L(q)$  的表达式代入(5)式就可计算  $(d\sigma/dQ)_\text{理}$ ，对于各个散射角，可绘出截面的理论曲线。图 3<sup>[3]</sup> 表示能量为 125 MeV 的电子打到金靶上的弹性散射微分截面。不同散射角的实验截面值用黑点表示。指数型的参数  $a = 0.91$ ，高斯型参数  $b = 2.12$ ，它们可以用一条近乎直线的曲线来表示。图中另一条倾斜度变化大的曲线是均匀型电荷分布的理论曲线，取参数  $kR = 4.0$ 。从图中实验点的分布可以看出，在  $30^\circ < \theta < 70^\circ$  之间，均匀型分布与实验值符合较好，但当  $\theta > 70^\circ$  后，偏差就相当大了。而指数型与高斯型的理论曲线只经过少数实验点，较多的点都位于线外。这种情况表明，这种电荷分布只能与低能电子（小于 200 MeV）的散射截面实验值在一定程度上符合。实验还表明，当电子能量超过 200 MeV 时，则完全不能符合。因此，一个参数的电荷密度不是理想的分布。

图 3<sup>[3]</sup>

## 2. 二参数的费米分布

这也是较早提出的一种分布<sup>[4]</sup>。它的形式

为

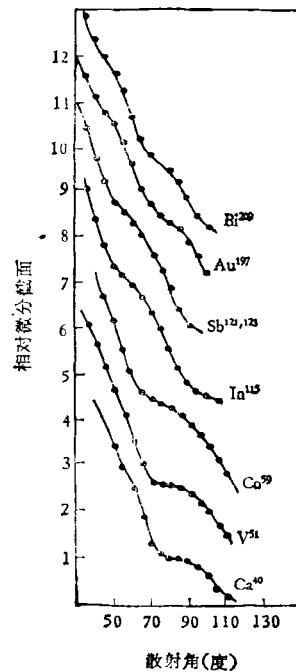
$$\rho(r) = \rho_0 / [1 + e^{(r-R)/a}]. \quad (8)$$

对应的电形状因子为<sup>[5]</sup>

$$F_L(q) = (4\pi^2 \rho_0 a R / q) [(\pi a / R) \times \sin(qR) \cosh(\pi a q) \operatorname{csch}^2(\pi a q) - \cos(qR) \operatorname{csch}(\pi a q)]. \quad (9)$$

对绝大多数的原子核（从 V 到 Bi），当入射电子能量小于 200 MeV 时，用(9)式代入(5)式所算出的微分截面都与实验数据较好的符合。因此这个分布对于低能电子散射是相当合适的。图 4<sup>[4]</sup> 给出了当入射电子能量为 185 MeV 时，电子在各种核上散射的角分布，各条曲线均用二参数费米分布画出。由图可见，理论曲线与实验都很好符合。

费米分布有助于了解原子核的内部结构。我们先讨论一下  $\rho_0$ ,  $a$ ,  $R$  的意义。将(8)式的

图 4<sup>[4]</sup>

$\rho(r)$  用图 5 表示。从图 5 可以看到,  $\rho_0$  是接近核中心处的核子密度。 $R$  是下降到中心值一半时的径向长度, 一般称为核的平均半径。而  $a$  是与原子核的表层厚度  $t$  有关的量,  $t$  的定义是从  $\rho_0$  的 90% 下降到  $\rho_0$  的 10% 所经历的距离。实验发现

$$t = (4 \ln 3) a \sim 4.4 a.$$

对所有的核, 都近似满足下列数值:

$$\begin{aligned} \rho_0 &\sim 0.17 \text{ 核子/fm}^3, \\ a &\sim 0.54 \text{ fm}, \\ R &\sim 1.2 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \end{aligned} \quad (10)$$

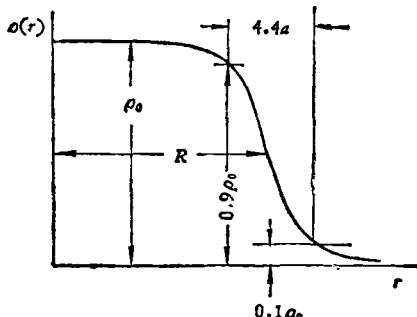


图 5

其中  $A$  是原子核的总核子数。可见, 对所有的核, 中心区域的核子密度近似为一常数, 表层厚度也大约相同, 而且核的平均半径以与  $A^{\frac{1}{3}}$  成比例的规律变化。这些结果使人们对核的密度与大小有了一定的认识。所以费米分布是比较得到公认与广泛使用的电荷分布之一。

### 3. 梯形分布和修正高斯型分布

它们都是两个参数的电荷分布<sup>[5]</sup>。梯形分布的几率密度是

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0, & 0 < r < R + a \\ \rho_0(R + a - r)/2a, & R - a < r < R + a; \\ 0, & r > R + a \end{cases} \quad (11)$$

修正高斯型分布的几率密度是

$$\rho(r) = \rho_0/[1 + e^{(r^2 - R^2)/a^2}]. \quad (12)$$

Hahn 等人用这两种密度进行理论截面的计算并发现, 对低能电子也可给出较满意的符合。然而, 如果将这两种电荷密度与二参数费米密度画在一个图上(见图 6<sup>[6]</sup>), 可以发现, 这三种密

度的曲线十分类似。实际上, 对于同一个实验, 用这三种密度进行符合时, 所选的参数  $R$  和  $a$  值都相同。实际应用时, 一般多用费米分布, 这两种分布用得较少。

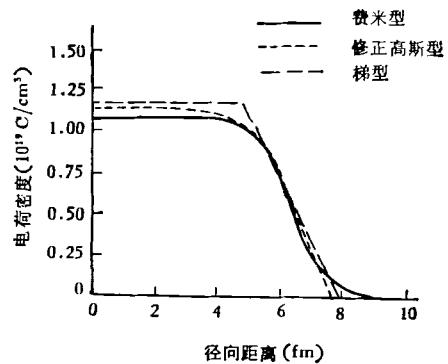


图 6 金的二参数电荷密度<sup>[6]</sup>

### 4. 三参数的费米分布

当电子能量提高时, 在较大的散射角方向上, 用二参数费米分布, 理论曲线与实验点偏离较大。为此, Hahn 等人在二参数费米分布的基础上, 进行修改, 又引入了三个参数的费米分布<sup>[4]</sup>:

$$\rho(r) = \rho_0 \left( 1 + \omega \frac{r^2}{R^2} \right) / [1 + e^{(r-R)/a}], \quad (13)$$

即多了一个参数  $\omega$ 。这种分布适合用于电子能量超过 200 MeV 时的弹性散射。图 7<sup>[7]</sup> 是当入射电子能量为 248 MeV 和 502 MeV 时, 在  $Pb^{208}$  靶上的散射。理论曲线由三参数费米分布算

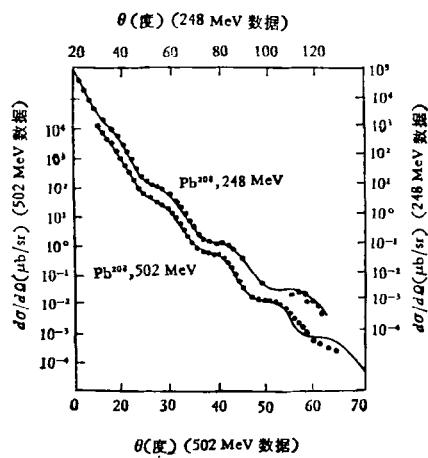


图 7<sup>[7]</sup>

出。由图7可见，在 $\theta < 60^\circ$ 之前，理论曲线都顺利地通过了所有的实验点，但 $60^\circ$ 角后在曲线的尾部，248 MeV的理论曲线与实验点略有偏离，当502 MeV时，偏离较大。可见三参数的费米分布适用于电子能量小于500 MeV的情况，对于500 MeV以上的电子散射，最好再进行修正。

### 5. 附加振动型电荷分布

为了使高能电子散射的理论值与实验数据间有满意的符合，有人尝试在三参数的费米分布上再加上一个电荷分布<sup>[8]</sup>

$$\Delta\rho(r) = (Apq_0^2/2\pi^{\frac{3}{2}})\{[(\sin q_0 r)/q_0 r] + (p^2/2q_0^2)\cos q_0 r\}e^{-p^2r^2/4}. \quad (14)$$

一般称 $\Delta\rho(r)$ 为附加振动型电荷分布。以 $\text{Ca}^{40}$ 、 $\text{Ca}^{48}$ 为例，当能量达到750 MeV时的入射电子打到Ca靶上，利用三个参数的费米分布与附加振动型电荷分布的共同贡献 $\rho(r) + \Delta\rho(r)$ 所计算出的 $(d\sigma/dQ)$ ，在实验误差范围内都与实验数据符合，见图8<sup>[9]</sup>。当然这种分布的形式最复杂，参数有六个( $w, R, a, A, p, q_0$ )，因此相应的计算比前面几种分布都要烦琐。但到目前为止，对500 MeV以上的高能电子，它给出了最好的结果。

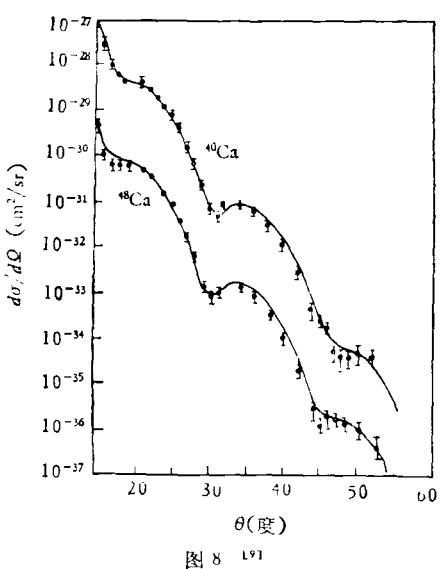


图8 <sup>191</sup>

### 四、结束语

以上简单介绍了几种唯象的原子核电荷分布。为什么原子核会有这么多种的电荷分布？到底真实的分布是什么样子呢？这里确实存在不确定性的问题。这是因为实验手段有限制，从上面各个图可以看到，实验数据点为数尚少，特别是缺乏大角度散射的数据，因而有可能使得若干条理论曲线同时符合一个实验的数据，这必然导致上面所说的不确定性。为了得出更精确的结果，要求提高散射实验的精确度，还要求其它的实验手段的配合，从多方面探测原子核的效应。例如，用 $\mu$ 介子X射线实验与电子散射实验联合起来确定核的分布，这方面的工作已经取得了一定的进展。

另外一个需要说明的问题是，这些电荷分布都是球对称的。实际上原子核是可能偏离球形分布的，例如对许多核，观测到电四极矩的存在。因此在计算形状因子时，还需要考虑磁偶极矩与电四极矩的贡献。最近，有人尝试引入与角度有关的电荷分布<sup>[10, 11]</sup>，来计算电子散射截面，但目前报道很少，这方面的工作尚处于开始阶段。

### 参考文献

- [1] R. G. Arnold et al, High Energy and Nuclear Structure, American Institute of Physics, New York, (1975), 373.
- [2] H. Frauenfelder and E. M. Henley, Subatomic Physics, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, (1975), 115.
- [3] D. R. Yennie et al, *Phys. Rev.*, 95(1954), 500.
- [4] B. Hahn et al, *Phys. Rev.*, 101(1956), 1131.
- [5] H. Überall, Electron Scattering from Complex Nuclei. Vols A and B. Academic Press, New York, (1971), 130.
- [6] M. A. Preston, and R. K. Bhaduri, Structure of the Nucleus, Addison-Wesley Publishing Co., Inc. Reading, Mass, (1975), 91.
- [7] See ref. [5], p. 380.
- [8] J. Bellicard, *Phys. Rev. Lett.*, 19 (1967), 527.
- [9] See ref. [5], p. 375.
- [10] W. Bertozzi et al, *Phys. Rev. Lett.*, 35 (1975), 776.
- [11] 赵叔平、刘宗廉, 中国科学技术大学学报, 增刊, (1982).