

傅里叶变换光学基本原理讲座

第五讲 夫琅和费衍射实现了屏函数的傅里叶变换

钟 锡 华

(北京大学物理系)

一、接收夫琅和费衍射场的实验装置

通常按光源、衍射屏、接收场三者之间的距离是有限远还是无限远，将衍射装置分为菲涅耳和夫琅和费两大类。其实，由平面波照明衍射屏，并在无限远接收的装置，只能算作夫琅和费衍射的定义装置。还有其它几种装置，它们在一定条件下接收到的同样是夫琅和费衍射场。

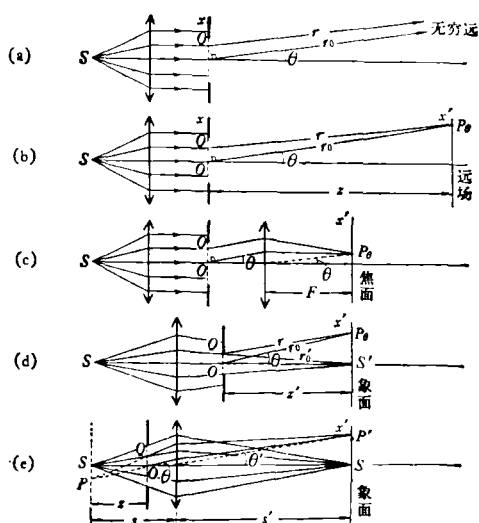


图 5.1 各种夫琅和费衍射装置

(a)定义装置；(b)远场接收；(c)焦面接收；
(d)象面接收(一)；(e)象面接收(二)

在图 5.1 中，装置 (a) 是定义装置，它在概念上倒是朴素的，能直观地将夫琅和费衍射与非涅耳衍射区别开来，但在实验上却是抽象的。其意义是强调衍射场的角分布，把复杂的衍射场分解成一系列平面衍射波，它给出夫琅和费衍射积分的标准形式。装置 (b) 由平面波照明

衍射屏，在远场条件下接收衍射场。它是定义装置的近似体现。这种装置比较简单，自从有了激光光源以后，它已在教学实验中经常使用。装置 (c) 也用平面波照明衍射屏，在透镜后焦面接收衍射场。这是我们很熟悉的装置，与装置 (b) 相比，其优点是可以大大缩短装置的长度。不过严格说来，此装置对透镜的要求是较高的，当然若只是为了教学上的演示，对透镜无需苛求。装置 (d) 和 (e) 都用球面波照明，在点光源的象面上接收衍射场。衍射屏既可置于透镜后方，如 (d) 所示，也可置于透镜前方如 (e) 所示。这种装置只要求傍轴条件，无需远场条件，装置也还紧凑。

我们把以上各种装置统归于夫琅和费衍射，是因为它们的衍射场具有相同的函数形式，因而也就具有相同的衍射图样。下面我们以一维衍射为例逐个加以说明。

在远场条件

$$y^2 \ll \lambda z, \quad x^2 \ll \lambda z$$

下，可以忽略相因子中的二次项而保留线性项，于是衍射场成为

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x', y') &= \frac{-i}{\lambda r_0} e^{ikr_0} A_1 \iint \tilde{z}(x, y) \\ &\times \exp\left[-ik \frac{1}{z} (x'x + y'y)\right] dx dy \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\theta_1, \theta_2) &= \frac{-i}{\lambda r_0} e^{ikr_0} A_1 \iint \tilde{z}(x, y) \\ &\times \exp[-ik(\sin \theta_1 \cdot x + \sin \theta_2 \cdot y)] dx dy, \end{aligned}$$

可见它也符合夫琅和费衍射场的标准形式。当然，屏中心到场点的参考光程 r_0 与场点位置有关，即 $r_0(x', y')$ 。这种无需透镜的远场接收装

置,自从高亮度的激光束普遍使用以后,目前已在实验中实际采用. 不过,做此实验前应根据衍射屏尺寸对远场距离有个数量级的估算. 设光波长 $\lambda \approx 0.6\mu\text{m}$, 光屏线度 $a \approx 100\mu\text{m}$, 则要求远场距离 $z \gg a^2/\lambda \approx 16\text{mm}$, 应取 z 为 16 cm 以远. 当 $a \approx 1\text{mm}$ 时, 则远场距离应取 16m 以远. 当 $a \approx 1\text{cm}$ 时, 则远场距离应取 1600m 以远, 从实验室眼光看这是一个不得了距离. 顺便提一下, 由于可见光波长很短, 一般总是小于光屏线度, 故远场距离总是大于傍轴条件所要求的纵向距离, 即远场条件蕴含傍轴条件. 对于长波(无线电波或声波)的衍射, 屏线度可能小于波长, 此时傍轴条件蕴含远场条件, 即傍轴条件要求纵向距离更远.

对于象面接收装置(d), 由于球面波照明衍射屏, 衍射屏不再是等相面, 在光程差分析中既要考虑前场光程差引起的次波源的位相差, 又要计及后场到达场点的光程差, 根据费马原理导出的物象等光程性, 即光程 $L(SQS') = L(SOS')$, 上述两段光程差中的二次项正好抵消, 在傍轴条件下仅保留了线性项, 最后得衍射场分布函数为

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{-i}{\lambda z} e^{ikr_0} A_1 \iint \tilde{z}(x, y) \times \exp\left[-ik \frac{1}{z} (x'x + y'y)\right] dx dy,$$

其中 z 为衍射屏与接收屏之间的距离, r_0 为屏中心到场点的光程.

二、夫琅和费衍射场的标准形式

我们将平行光照明衍射屏而在无限远接收的衍射场定义为夫琅和费衍射场. 设屏函数为 $\tilde{z}(x, y)$, 当平行光正入射时, 入射场为 $\tilde{U}_1(x, y) = A_1$, 透射波前为 $\tilde{U}_2(x, y) = A_1 \tilde{z}(x, y)$, 代入傍轴条件下的菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式(1.12), 得夫琅和费衍射场的角分布(参见图 5.2)为

$$\tilde{U}(\theta_1, \theta_2) = \frac{-i}{\lambda r_0} e^{ikr_0} A_1 \iint \tilde{z}(x, y)$$

$$\times \exp[-ik(\sin \theta_1 x + \sin \theta_2 y)] dx dy, \quad (5.1)$$

其中 r_0 是参考光程, (θ_1, θ_2) 是衍射方向 \mathbf{r}_0 分别在 (xz) , (yz) 平面上的投影与 z 轴的夹角. 在傍轴条件 $x', y' \ll z$ 下, 有

$$\sin \theta_1 \approx \frac{x'}{z}, \quad \sin \theta_2 \approx \frac{y'}{z}.$$

上式是夫琅和费衍射场分布函数的标准形式, 特点是其被积函数等于屏函数与线性相因子的乘积. 所谓线性相因子是指

$$\varphi(x, y) = k(\sin \theta_1 x + \sin \theta_2 y),$$

它是波前次波源坐标 x, y 的线性函数. 今后凡是衍射场符合此标准形式的, 不论什么装置、怎样照明、何处接收, 统归于夫琅和费衍射.

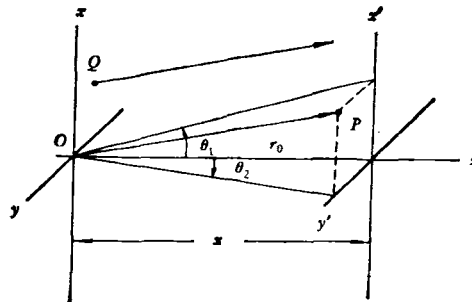


图 5.2 二维衍射角 (θ_1, θ_2) 的定义

透镜后焦面接收的衍射场显然符合夫琅和费衍射场的标准形式, 通常写成

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{-i}{\lambda r_0} e^{ikL_0} A_1 \iint \tilde{z}(x, y) \times \exp\left[-ik \frac{1}{F} (x'x + y'y)\right] dx dy,$$

其中 r_0 为衍射屏到透镜的距离, L_0 为衍射屏中心发出的次波经透镜到场点 $P(x', y')$ 的光程, 应该说它是场点位置的函数 $L_0(x', y')$, 在导出上式过程中它是作为一个参考值而引入. 透镜的焦距为 F .

在远场接收装置中, 改写衍射积分式中的相因子

$$kr = kr_0 + k(r - r_0) \approx kr_0 + k\left(\frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{x'x + y'y}{z}\right).$$

值得注意的是象面接收装置只要求傍轴条件 $x, y \ll z$, $x', y' \ll z$, 并不要求远场条件. 当然,

理论上对透镜消象差的要求是相当严格的。对于象面接收装置(c) (衍射屏置于透镜前方的情况), 也可作上述类似的处理, 或者根据光的可逆性原理, 由装置(d)的衍射场分布导出此时的衍射场分布为

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{-i}{\lambda z} e^{ikL_0} A_1 \iint \tilde{i}(x, y) \times \exp \left[-ik \frac{1}{z} (x_0 x + y_0 y) \right] dx dy,$$

其中 z 为物平面 $x_0 y_0$ 与衍射屏的距离, L_0 为屏中心至场点 $P(x', y')$ 的光程, 在计算中它仅起参考作用。 (x_0, y_0) 是物面上与象面场点 P 共轭点 P_0 的坐标, 即 $(x_0, y_0) \rightarrow (x', y')$ 是物象共轭变换。傍轴条件要求 x 和 y 都远小于 z , x' 和 y' 都远小于 z' 。

综上所述, 总结为两点:

(1) 确认了夫琅和费衍射积分的标准形式(5.1), 即被积函数是屏函数乘以线性相因子。这给了实际衍射装置一个统一的判断标准, 将夫琅和费衍射与菲涅耳衍射从本质上区别开来。

(2) 分析了多种可在一定条件下实现夫琅和费衍射场的衍射装置, 使我们可以根据不同需要, 灵活安排光路。图 5.1 所示的五种装置, 可统一地概括成在照明光源的象面上接收到的衍射场就是夫琅和费衍射场, 与衍射屏插在什么地方无关。所以无论望远镜和显微镜的中间象都是由物点经物镜后的夫琅和费衍射斑组成的, 它们的象分辨本领都要用夫琅和费圆孔衍射公式来计算。

三、函数的傅里叶变换

为了后面的叙述方便, 在这里先简单地回顾一下读者可能早已熟悉的有关函数傅里叶变换的几个基本概念。我们知道, 周期函数的傅里叶级数展开式在过渡到非周期函数情形时, 演变为一种积分变换。原函数 $g(x)$ 与其频谱函数 $G(f)$ 之间的变换关系为

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{i2\pi f x} df, \quad (5.2)$$

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{-i2\pi f x} dx. \quad (5.3)$$

式(5.2)叫做傅里叶积分变换, 或傅里叶变换; 式(5.3)称为傅里叶逆变换。为了书写方便, $g(x)$ 和 $G(f)$ 之间的这种关系常缩写为

$$G(f) = \mathcal{F}[g(x)], \\ g(x) = \mathcal{F}^{-1}[G(f)].$$

即 $G(f)$ 是 $g(x)$ 的傅里叶变换式, $g(x)$ 是 $G(f)$ 的傅里叶逆变换式。或索性再简单一些, 写成 $g(x) \iff G(f)$ 。

频谱函数 $G(f)$ 的物理意义可以理解为振幅的谱密度, 从(5.2)和(5.3)可见频谱函数的线型取决于原函数, 反之亦然。下面给出若干重要函数的频谱。

傅里叶变换有两点共同特征值得我们注意(参看图 5.3):

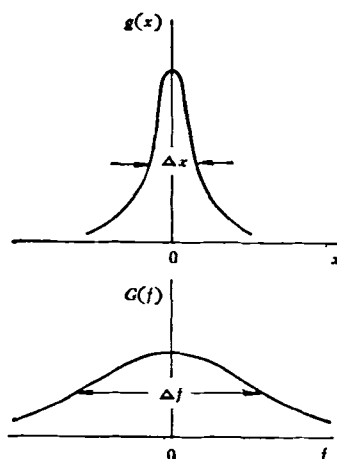


图 5.3 非周期性函数及其连续谱的有效宽度

(1) 非周期性函数有连续谱(f 连续取值)。频谱的有效宽度 Δf 与原函数有效宽度 Δx 成反比:

$$\Delta f \cdot \Delta x = \text{常数}. \quad (5.4)$$

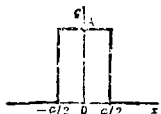
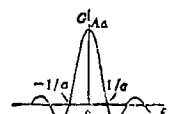


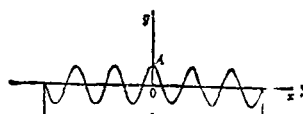
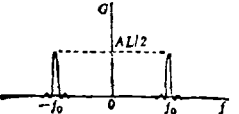
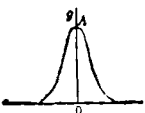
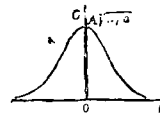
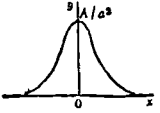
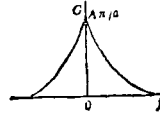
此常数的数量级为 1。这意味着原函数越窄, 其频谱就越宽。所以时间的窄脉冲讯号或空间的点光源有很宽的频谱。

(2) 若原函数 $g(x)$ 是实函数, 则频谱有如下的对称性:

$$G(-f) = G^*(f). \quad (5.5)$$

这一点不难从式(5.3)看出。式(5.5)表明, 频谱

表 5.1 傅里叶变换

原函数	频谱	有效宽度
(1) 方空函数 $g(x) = \begin{cases} A, & \text{当 } x < a/2, \\ 0, & \text{当 } x > a/2, \end{cases}$ 	$G(f) = Aa \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ $\alpha = \pi f a$ 	$\Delta x = a$ $\Delta f = 1/a$ $\Delta f \Delta x = 1$
(2) $g(x) = \begin{cases} Ae^{i2\pi f_0 x}, & \text{当 } x < a/2 \\ 0, & \text{当 } x > a/2 \end{cases}$ 	$G(f) = Aa \frac{\sin \alpha'}{\alpha'}$ $\alpha' = \pi(f - f_0)a$ 	
(3) 准单色函数 $g(x) = \begin{cases} A \cos 2\pi f_0 x, & \text{当 } x < L/2, \\ 0, & \text{当 } x > L/2, \end{cases}$ 	$G(f) = \frac{1}{2} AL \left(\frac{\sin \alpha_+}{\alpha_+} + \frac{\sin \alpha_-}{\alpha_-} \right)$ $\alpha_{\pm} = \pi(f \mp f_0)L$ 	$\Delta x = L$ $\Delta f = 1/L$ $\Delta f \Delta x = 1$
(4) 高斯函数 $g(x) = Ae^{-x^2}$ 	$G(f) = A\sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\pi^2 f^2 / a}$ 	$\Delta x = 2/\sqrt{a}$ $\Delta f = 2\sqrt{a}/\pi$ $\Delta f \Delta x = 4/\pi$
(5) 洛仑兹函数 $g(x) = \frac{A}{a^2 + x^2}$ 	$G(f) = \frac{A\pi}{a} e^{-2\pi a f }$ 	$\Delta x = 2a$ $\Delta f = 1/a\pi$ $\Delta f \Delta x = 2/\pi$

的模是 f 的偶函数, 相对 $f = 0$ 的点左右对称。辐角是 f 的奇函数, 相对 $f = 0$ 的点左右反对称, 即数值相等, 正负号相反。

另外, 在频谱函数为复数时, 其模给出振幅频谱, 其辐角给出位相频谱。在很多物理场合关心的是振幅频谱, 但在相干光学信息处理问题中, 位相频谱无疑也是相当重要的。

最后给出二维的傅里叶变换及其逆变换的写法:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(f_x, f_y) e^{i2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y, \quad (5.6)$$

$$G(f_x, f_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy. \quad (5.7)$$

简写为

$$G(f_x, f_y) = \mathcal{F}[g(x, y)],$$

$$g(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[G(f_x, f_y)],$$

或

$$g(x, y) \iff G(f_x, f_y).$$

四、夫琅和费衍射实现屏函数的傅里叶变换

一张图象的光学信息由其透过率函数 (或反射率函数) $\tilde{i}(x, y)$ 来反映。面对一张图象, 我们既可以从纯数学眼光对其施行傅里叶变换求得频谱函数 $T(f_x, f_y)$, 也可以将这张图象置于光学系统中获得夫琅和费衍射场 $\tilde{U}(\theta_1, \theta_2)$, 这

两种操作运算的结果在上述几段讨论中已经给出,为了对比,再抄录于下:

$$\begin{aligned} \tilde{z}(x, y) &\longrightarrow \boxed{\text{傅里叶变换}} \longrightarrow T(f_x, f_y) \\ &= \mathcal{F}[\tilde{z}(x, y)] = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{z}(x, y) \\ &\quad \times \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy; \\ \tilde{z}(x, y) &\longrightarrow \boxed{\text{夫琅和费衍射}} \longrightarrow \tilde{U}(\theta_1, \theta_2) \\ &= CA_1 e^{i\varphi(\theta_1, \theta_2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{z}(x, y) \\ &\quad \times \exp[-ik(\sin\theta_1 x + \sin\theta_2 y)] dx dy. \end{aligned}$$

两者积分形式的相似性是十分明显的,它们都是以屏函数与线性相因子的乘积为自己的被积函数,不同之处只是前者的线性系数是空间频率 $(2\pi f_x, 2\pi f_y)$,后者的线性系数是场点方位 $(k \sin\theta_1, k \sin\theta_2)$.换句话说,如果让两者的线性系数相等,即

$$(2\pi f_x, 2\pi f_y) = (k \sin\theta_1, k \sin\theta_2),$$

或

$$(2\pi f_x, 2\pi f_y) = \frac{k}{z} (x', y'),$$

或

$$(f_x, f_y) = \frac{1}{\lambda z} (x', y'),$$

则有

$$\tilde{U}(\theta_1, \theta_2) = CA_1 e^{i\varphi(\theta_1, \theta_2)} \mathcal{F}[\tilde{z}(x, y)], \quad (5.8)$$

或

$$\tilde{U}(x', y') = CA_1 e^{i\varphi(x', y')} \mathcal{F}[\tilde{z}(x, y)]. \quad (5.9)$$

式(5.8)和(5.9)中的常系数 CA_1 对于衍射场的相对分布是无紧要的,今后除非必要,我们总将它略去不写.此外,积分前面还有一个与场点位置有关的相因子 $e^{i\varphi(\theta_1, \theta_2)}$ 或 $e^{i\varphi(x', y')}$,这并非在任何时候都是无紧要的.它的存在表明,夫琅和费衍射场中的复振幅分布尚不完全是屏函数的傅里叶频谱函数.对此,应分以下两种情况区别对待.

如果我们在一次衍射后就直接接收夫琅和费衍射场的强度分布,则上述相因子不起作用,

物理

$$I(x', y') = \tilde{U}(x', y') \tilde{U}^*(x', y')$$

$$= \mathcal{F}[\tilde{z}(x, y)] \mathcal{F}^*[\tilde{z}(x, y)], \quad (5.10)$$

即夫琅和费衍射场的强度分布等于屏函数的功率谱.换句话说,对于一次衍射问题,例如非相干成象问题,衍射屏的位置勿须严格限制.

如果我们的问题涉及二次衍射(相干系统的两步成象过程就是如此),则傅氏面上的位相分布在第二次相干迭加时是要起作用的.在普遍的情况下当此相因子与场点坐标 (x', y') 有关时,问题就比较复杂.为了避免这个困难,应该设计一个等光程的光路,使从衍射屏中心到达不同场点的衍射线等光程:

$$\varphi(x', y') = kL_0(x', y') = \text{常数}.$$

如图5.4,把衍射屏放在透镜的前焦面 \mathcal{F} 上即可满足上述要求.这时式(5.9)积分前的常数相因子也可略去不写了,后焦面 \mathcal{F}' 上的复振幅分布准确地成为屏函数的傅里叶频谱:

$$\tilde{U}(x', y') = \mathcal{F}\{\tilde{z}(x, y)\}, \quad (5.11)$$

这时傅里叶换式中的变量 f_x, f_y 为

$$(f_x, f_y) = \frac{k}{2\pi F} (x', y') = \frac{1}{\lambda F} (x', y'), \quad (5.12)$$

其中 F 为透镜的焦距, λ 为照明光波长.

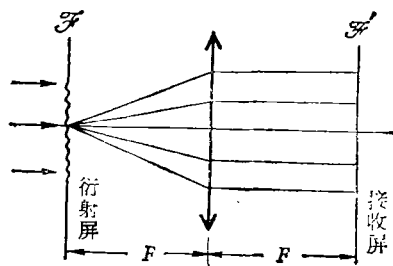


图 5.4 等光程的夫琅和费衍射装置

总之,把衍射屏放在透镜的前焦面上,在后焦面上的夫琅和费衍射场就准确地实现屏函数的傅里叶变换,其中空间频率与场点坐标满足替换关系式(5.12).这一点,无论从数学上看还是从物理上看,都是一件有重要的事情.从数学上看,抽象的数学运算变成了实实在在的物理过程,由此开拓出来一个新的技术领域——相干光学计算技术.从物理上看,为分

析夫琅和费衍射找到了一种有力的数学手段, 有关傅里叶变换的许多数学定理就可以直接移植过来作为分析夫琅和费衍射场的理论指导.

下面举几个例子说明如何由屏函数的傅里叶变换求夫琅和费衍射场及其强度分布. 我们知道, 点源信息由 δ 函数描述, 譬如 $\delta(x)\delta(y) = \delta(x, y)$ 表示在坐标原点 $(0, 0)$ 有一个点源; $\delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) = \delta(x - x_0, y - y_0)$ 表示在 (x_0, y_0) 位置有一个点源. δ 函数的傅里叶变换为

$$\delta(x \pm x_0) \rightleftharpoons \exp[\pm i2\pi f x_0]. \quad (5.13)$$

它的物理意义可以从例 1 充分体现.

【例 1】 求下列各情形里的 $\tilde{U}(x', y')$ 和 $I(x', y')$.

- (1) $\tilde{i}(x, y) = \delta(x)\delta(y)$,
- (2) $\tilde{i}(x, y) = \delta(x + x_0)\delta(y + y_0)$,
- (3) $\tilde{i}(x, y) = \delta\left(x + \frac{d}{2}\right)\delta(y)$

$$+ \delta\left(x - \frac{d}{2}\right)\delta(y).$$

它们各代表什么意思?

【解】

$$(1) \tilde{U}(x', y') = \mathcal{F}\{\delta(x)\delta(y)\} \propto 1,$$

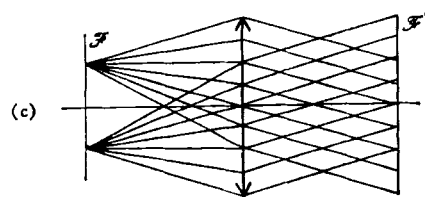
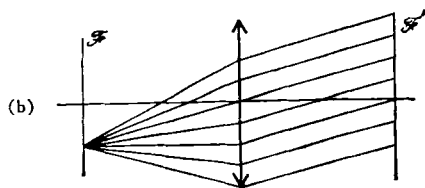
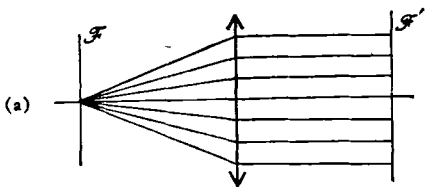


图 5.5 几种点源配置的夫琅和费衍射 (例 1)

$$I(x', y') \propto 1.$$

此题表示置于前焦点的点源产生正向的平面波, 均匀照明后焦面, 如图 5.5(a).

$$(2) \tilde{U}(x', y') = \mathcal{F}\{\delta(x + x_0)\delta(y + y_0)\} \propto \exp[i2\pi(f_x x_0 + f_y y_0)], \quad I(x', y') \propto 1,$$

式中 $(f_x, f_y) = (x', y')/\lambda F$. 此题表示置于前焦面上 $(-x_0, -y_0)$ 处的点源产生斜向的平面波, 均匀照明后焦面, 如图 5.5(b).

$$(3) \tilde{U}(x, y') = \mathcal{F}\left\{\left[\delta\left(x + \frac{d}{2}\right) + \delta\left(x - \frac{d}{2}\right)\right]\delta(y)\right\} \propto e^{i\pi f_x d}$$

$$+ e^{-i\pi f_x d} \propto \cos(\pi f_x d)$$

$$= \cos(\pi d x' / \lambda F),$$

$$I(x', y') \propto \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda F} x'\right)$$

此题表示置于前焦面上 $(\pm d/2, 0)$ 处的两个相干点源在后焦面上的干涉条纹, 如图 5.5(c).

【例 2】 求正交网格的夫琅和费衍射场的 $\tilde{U}(x', y')$ 和 $I(x', y')$.

【解】

如图 5.6(a), 正交网格相当于两块黑白光栅的正交密接, 透过率函数是二者相乘:

$$\tilde{i}(x, y) = \tilde{i}_1(x) \tilde{i}_2(y),$$

其中

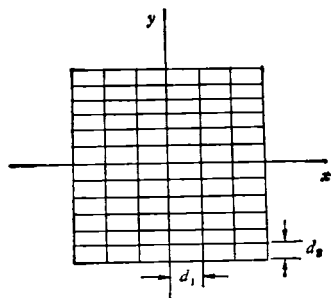
$$\begin{cases} \tilde{i}_1(x) = \sum_{n=-(N_1-1)/2}^{(N_1-1)/2} g_1(x + nd_1), \\ \tilde{i}_2(y) = \sum_{m=-(N_2-1)/2}^{(N_2-1)/2} g_2(y + md_2). \end{cases}$$

其中 g_1, g_2 分别为宽度等于 a_1, a_2 的方垒函数. d_1, d_2 为两光栅的周期. 在傅里叶频谱面上

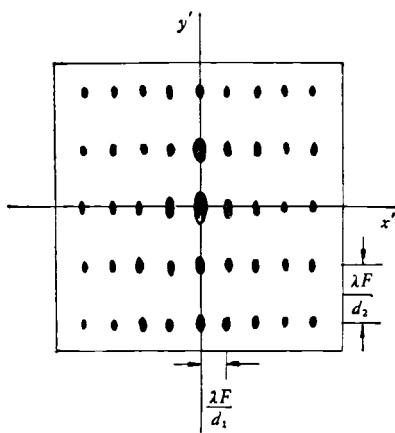
$$\begin{aligned} \tilde{U}(x', y') &= \mathcal{F}[\tilde{i}(x, y)] \\ &= \mathcal{F}[\tilde{i}_1(x)] \mathcal{F}[\tilde{i}_2(y)] \\ &= G_1(f_x) \frac{\sin N_1 \beta_1}{\sin \beta_1} G_2(f_y) \frac{\sin N_2 \beta_2}{\sin \beta_2}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{cases} G_1(f_x) = \mathcal{F}[g_1(x)] = \frac{\sin \alpha_1}{\alpha_1}, \\ G_2(f_y) = \mathcal{F}[g_2(y)] = \frac{\sin \alpha_2}{\alpha_2}, \end{cases}$$



(a)



(b)

图 5.6 正交网格的夫琅和费衍射 (例 2)

$$\left\{ \alpha_1 = \pi a_1 f_x = \frac{\pi a_1}{\lambda F} x', \right.$$

$$\left\{ \alpha_2 = \pi a_2 f_y = \frac{\pi a_2}{\lambda F} y', \right.$$

$$\left\{ \beta_1 = \pi d_1 f_x = \frac{\pi d_1}{\lambda F} x', \right.$$

$$\left\{ \beta_2 = \pi d_2 f_y = \frac{\pi d_2}{\lambda F} y', \right.$$

$$I(x', y') = \left(\frac{\sin \alpha_1}{\alpha_1} \cdot \frac{\sin N_1 \beta_1}{\sin \beta_1} \right)^2$$

$$\times \left(\frac{\sin \alpha_2}{\alpha_2} \cdot \frac{\sin N_2 \beta_2}{\sin \beta_2} \right)^2. \quad (5.14)$$

衍射图样如图 5.6(b)所示,是正交的二维点阵,衍射斑在 x' , y' 方向的间隔分别与 d_1 , d_2 成反比。

当然,以上列举的是几种简单的夫琅和费衍射,即使不用傅里叶变换这一套手法,我们也早就可以求得结果。重新分析它们的意义在于让我们领会一下用新的光学变换的眼光究竟是如何处理问题的。夫琅和费衍射实现屏函数傅里叶变换的真正价值是衍射场点位置与信息空间频率一一对应,即一定空间频率的光学信息经衍射波落实到夫琅和费衍射场中的特定位置。换句话说,夫琅和费衍射场起分频作用,这就为空间滤波技术和光学信息处理打开了通道,这方面的内容集中于下一讲介绍。

新实验技术在材料研究中的应用讲座

第四讲 电子通道效应及其应用

廖乾初

(冶金工业部钢铁研究总院)

一、引言

电子通道效应是扫描电镜中的一项重要物理现象,它的发现进一步扩大了扫描电镜在材料科学和金属物理中的应用。

对电子与晶体相互作用的研究表明,入射电子被晶体的散射几率是同它相对于 (hkl) 晶面的人射角有关。在某些入射方向下,电子被散射的几率较大(相当于禁道),而在另一些入射方向下,电子被散射的几率较小(相当于通道),这种现象称为电子通道效应。