

验装置。

此外,还在铁中用计数管制成蜂窝夹层结构,能直接观测铁中的核子衰变时产生的带电粒子。这种方法不仅飞迹很短时也能观测,而且对各种衰变方式都可以使用。除此之外,还有利用热量计,Streamer管等方法。

由于长期的习惯,对质子衰变问题也许感到有些不可理解。但建立大统一理论后,这是必然导致的结论。用实验准确测定质子寿命,这不仅能够检验大统一理论,而且对人类认识宇宙创生与发展的物理机制方面将具有极为深远的意义。

### 参 考 文 献

[1] 李锡奎、郑哲殊,物理,8(1979),348.  
[2] 郑哲殊,物理,9(1980),174.  
[3] 郑哲殊,延边大学学报,1(1980),33.

[4] G. 't Hooft, *Phys. Rev. Lett.*, 37(1976), 8.  
[5] Yoshimura, *Phys. Rev. Lett.*, 41(1978), 281.  
[6] H. Georgi, S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.*, 32(1974), 438; H. Georgi, et al., *Phys. Rev. Lett.*, 33(1974), 451.  
[7] J. Ellis, CERN Preprint TH 2942 (1980).  
[8] C. Jarlskog et al., *Nucl. Phys.*, B149(1979), 29.  
[9] D. A. Ross et al., *Phys. Lett.*, 84B(1979), 208.  
[10] H. Georgi, D. V. Nanopoulos, *Phys. Lett.*, 82B(1979), 392; *Nucl. Phys.*, B155(1979), 52.  
[11] M. Machacek, *Nucl. Phys.*, B159(1979), 37.  
[12] J. C. Pati, A. Salam, *Phys. Rev.*, D8(1973), 1240; D10(1974), 275; *Phys. Lett.*, 58B(1975), 333.  
[13] Ya. B. Zeldovich, *Phys. Lett.*, 59A(1976), 254; D. N. Page, C. N. Pope, *Phys. Lett.*, 86B(1979), 175.  
[14] F. Reines, M. F. Crouch, *Phys. Rev. Lett.*, 32(1974), 493; J. Learned et al., *Phys. Rev. Lett.*, 43(1979), 907.  
[15] C. B. Dover, Ling-Lie Chau Wang, BNL Preprint, 26815 (1980).

## 随机最优化法与光学系统自动设计

陶 凤 翔

(中国科学院上海技术物理研究所)

### 一、引 言

众所周知,对于有 $K$ 个镜面的光学系统来说,它的象质评价函数 $S$ (如弥散盘、象差等),是组成该光学系统各透镜材料的折射率 $n$ 、镜面的曲率半径 $r$ 、镜面间距 $d$ 、旋转对称的非球面镜的偏心率 $e$ 等光学系统结构参数的函数,即

$$S(n_1 \cdots n_{K+1}, r_1 \cdots r_K, d_1 \cdots d_K, e_1 \cdots e_K \cdots).$$

为了简单起见,将它改写为

$$S(x_1 \cdots x_i, x_{i+1} \cdots x_N).$$

由于所要设计的光学系统受到系统的焦距、后截距、放大倍数、镜面曲率半径不能无限小等条件的限制,而将由光学系统结构参数 $x_i(i=1, 2, \cdots, N)$ 的各自所允许的可变化范围

$a_i \leq x_i \leq b_i (i=1, 2, \cdots, N)$ 所构成的 $N$ 维区域,分割成若干个相互不连续的小区域。因此,光学系统象质评价函数 $S$ 是一个不连续、多极小值的多元函数。但是,目前人们已应用于光学系统自动设计的数学方法(如Wynne的阻尼最小二乘法<sup>[1]</sup>、变尺度法、共轭斜量法<sup>[2]</sup>等等)只能求得评价函数 $S$ 的极小值,而无法使它从某个局部极小值跳出来,到另一个比它更小的极小值。为此,光学设计工作者只好凭借自己的经验来选择不同的初始结构参数,再进行自动设计,以便设计出满足要求的光学系统。很显然,设计出来的光学系统象质的好坏,完全取决于系统初始结构的选择。因此,在目前已用电子计算机计算、并采用一些数学方法进行自动设计的情况下,光学设计仍然是一个极为复杂的问题。

应用电子计算机中随机数发生器,在0到1范围内产生亿万个互不重复的随机数,使它在光学系统结构参数的各自所允许的可变化范围  $a_i \leq x_i \leq b_i$  ( $i = 1, 2 \cdots N$ ) 所组成的  $N$  维区域内随机选点。其实  $N$  维区域中的一个点就对应于一个光学系统,且该系统中第  $i$  个光学系统结构参数的值为

$$x_i = a_i + g_i(b_i - a_i), (i = 1, 2 \cdots N)$$

式中  $g_i$  为随机数发生器对应于第  $i$  个系统结构参数所产生的随机数。然后分别计算出对应于在  $N$  维区域中,随机选出的各点的评价函数  $S$  的值后,进行相互比较,以得到较优质的光学系统。很明显,应用这种数学方法——随机选法<sup>[3]</sup>进行自动设计,既不需要光学设计工作者凭经验来选择初始结构参数,又能对评价函数  $S$  的值在系统结构参数所组成的  $N$  维区域内的分布有个大致的了解。而且,当  $b_i, a_i$  ( $i = 1, 2 \cdots N$ ) 分别为系统中各结构参数在制造加工过程中的上、下公差时,应用它就能计算加工误差所引起的对象质的影响。同时,理论上可以在  $N$  维区域内投无限多个点,这样既可求  $S$  的极小值,又能设计出最优质的光学系统。但在实际计算时,由于需要计算机计算的时间过长而根本无法实现,这就是它至今未被人们广泛应用的原因。

## 二、随机最优化法

在光学系统结构参数  $x_i$  ( $i = 1, 2 \cdots N$ ) 的各自所允许的可变化范围  $a_i \leq x_i \leq b_i$  ( $i = 1, 2 \cdots N$ ) 所组成的  $N$  维区域内任取一点  $p_0$ , 从  $p_0$  点出发,沿随机选取的方向和步长到  $p_1$  点后,计算出对应于  $p_1$  点的象质评价函数  $S$  的值。如果它比对应于  $p_0$  点的  $S$  值好,那末继续沿该方向和步长前进,一直算下去。假定到某一点  $p_i$  后,再沿该方向和步长前进到  $p_{i+1}$  点时,若  $S$  值变坏,则可沿相反方向同一步长到  $p'_{i+1}$  点,若  $S$  值变好,则继续前进。否则重新选取方向和步长,从  $p_i$  点出发,沿新的方向和步长到  $p''_{i+1}$  点,再看它的  $S$  值是否变好。总之,依

此类推即可。另外,还将对随机选取的步长值同除以一个常数  $M$ ,这样,在自动设计过程中,通过控制  $M$  的大小来达到求评价函数  $S$  的极小值和使它从某个局部极小值跳出来的目的。这就是随机最优化法。

具体步骤如下:

(1) 为了计算方便,先把象质评价函数  $S(x_1, \cdots, x_i, x_{i+1}, \cdots, x_N)$  中的  $N$  个变量的各自所允许的可变化范围进行规范化,即把

$$a_i \leq x_i \leq b_i \quad (i = 1, 2 \cdots N)$$

规范化成

$$0 \leq x_i^0 \leq 10. \quad (i = 1, 2 \cdots N)$$

规范化后的象质评价函数为

$$S(x_1^0 \cdots x_i^0, x_{i+1}^0 \cdots x_N^0).$$

然后,应用随机选法在规范化的  $N$  维区域内任选一点作为初始起点,也可以把初始起点选在规范化的  $N$  维区域的中心,即

$$x_i^0 = 5. \quad (i = 1, 2 \cdots N)$$

(2) 随机选取方向和步长。为了明瞭起见,下面以  $S(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  [规范化后为  $S(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0)$ ] 为例(见表1)。先由电子计算机的随机数发生器对应于这5个变量产生5个随机数,又使它们在0到10范围内,放在  $g_1$  行。再将各数平方除以适当的常数  $c$  (为简单起见,除得的商只取到小数点后面一位),为了保证新点在允许的可变化范围内,选在2左右。因此,  $c$  的选取方法是:如果这5个随机数中最大的数是9,  $9^2=81$ ,那末  $c=40$ ,如果最大的数为8,  $8^2=64$ ,那末  $c=30$ ,依此类推。然后对应于5个变量再取5个随机数。并规定:是偶数,则给于“+”号;是奇数,则给于“-”号。反之亦行。这样就达到了随机选取方向的目的。后将它们放在  $D^1$  行,它就是随机选取的方向和规范化步长,再做  $p'_1 = p_0 + D^1$ , 放在  $p'_1$  行。如果  $p'_1$  行中不出现小于0或大于10的数,那末  $p_1 = p'_1$ ,  $p_1$  不再另列新行。假如出现有小于0或大于10的数,则将它们归正。例如  $p'_1$  行中出现11,则改为10。又如  $p'_1$  行中出现-0.3,则改为+0.3。以下也照此方法选取方向和规范化步长。在计算  $S$  的值时,先将

表 1

	$x_1^0$	$x_2^0$	$x_3^0$	$x_4^0$	$x_5^0$	$S$
$p_1$	5	5	5	5	5	0.80
$g_1$	4	9	1	8	2	
$D^1 = g_1^2/40$	-0.4	+2.0	+0.0	-1.6	-0.1	
$p_1' = p_0 + D^1 (= p_1)$	4.6	7.0	5	3.4	4.9	0.72
$p_2' = p_1 + D^1 (= p_2)$	4.2	9.0	5	1.8	4.8	0.54
$p_3' = p_2 + D^1$	3.8	11.0	5	0.2	4.7	
$p_3$	3.8	10.0	5	0.2	4.7	0.68
$g_2$	2.5	4	6	8	1	
$D^2 = g_2^2/30$	-0.2	-0.5	+1.2	-2.1	+0.0	
$p_4' = p_2 + D^2$	4.0	8.5	6.2	-0.3	4.8	
$p_4$	4.0	8.5	6.2	0.3	4.8	0.71
$p_5' = p_2 - D^2$	4.4	9.5	3.8	3.9	4.8	0.62
$g_3$	4	3	6	2	7	
$D^3 = g_3^2/25$	+0.6	-0.3	+1.4	-0.1	+1.9	
$p_6' = p_2 + D^3 (= p_6)$	4.8	8.7	6.4	1.7	6.7	0.21
$p_7' = p_6 + D^3 (= p_7)$	5.4	8.4	7.8	1.6	8.6	0.10

点  $p_j$  的 5 维规范化坐标  $x_i^0 (i = 1, 2, 3, 4, 5)$  还原成  $x_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ , 相应把随机选取的方向和规范化步长, 化为随机选取的方向和步长。表 1 中  $S$  的值愈小, 则结果就愈好。

对于有  $N$  个变量的象质评价函数  $S(x_1, \dots, x_i, x_{i+1}, \dots, x_N)$  也可按照上述方法进行随机选取方向和步长。

在光学系统结构参数  $x_i (i = 1, 2, \dots, N)$  组成的  $N$  维空间中, 随机选取方向和步长之前的点  $p_j$  与随机选取方向和步长后到新点  $p_{j+1}$  的相互关系, 即与  $N$  维空间中  $p_j$  点所对应的光学系统结构参数  $x_i^j (i = 1, 2, \dots, N)$  和与  $p_{j+1}$  点所对应的系统结构参数  $x_i^{j+1} (i = 1, 2, \dots, N)$  之间的关系为

$$x_i^{j+1} = x_i^j + \frac{D_i^j(b_i - a_i)}{10}, (i = 1, 2, \dots, N)$$

式中  $D_i^j$  为对应于第  $i$  个光学系统结构参数的方向和规范化步长,  $a_i$  为  $x_i$  所允许的可变化范围的下界值,  $b_i$  为  $x_i$  所允许的可变化范围的上界值。

因此,  $\frac{D_i^j(b_i - a_i)}{10}$  就是对应于第  $i$  个系统结构参数的随机选取的方向和步长。

因  $x_i$  所允许的可变化范围为  
 $a_i \leq x_i \leq b_i, (i = 1, 2, \dots, N)$

故如果  $x_i^{j+1} < a_i$ , 则

$$x_i^{j+1} = 2a_i - x_i^j - \frac{D_i^j(b_i - a_i)}{10},$$

如果  $x_i^{j+1} > b_i$ , 则  $x_i^{j+1} = b_i$ 。

以后即可计算出对应于  $p_{j+1}$  点的象质评价函数  $S$  的值。

(3) 在光学系统自动设计过程中, 为了能够自动平衡到评价函数  $S$  的极小值或者使它从某个局部极小值跳出来, 到离它的“距离”大于最大规范化步长 ( $\pm 2$ ) 的其它极小值处。因而将随机选取的方向和规范化步长  $D_i^j (i = 1, 2, \dots, N)$  同除以一个常数  $M$ 。当  $M < 1$  时, 规范化步长就增大, 相应随机选取的步长也增大。反之, 当  $M > 1$  时, 随机选取的步长就缩小, 以便求得  $S$  的极小值。根据目前的经验,  $M$  值的选取一般为 0.25, 0.5, 1, 4, 20, 80, 400, 2000 等等。

(4) 步长加速。例如从  $p_j$  点出发, 沿随机选取的方向和规范化步长  $D^j$  到  $p_{j+1}$  点, 即  $p_{j+1} = p_j + D^j$ 。如果  $S$  值变好, 那末从  $p_{j+1}$  点出发, 沿原来的随机选取的方向和规范化步长  $D^j$  的二倍前进到  $p_{j+2}$  点, 即  $p_{j+2} = p_{j+1} + 2D^j$ ; 若  $S$  值仍变好, 则从  $p_{j+2}$  点到  $p_{j+3}$  点时,  $p_{j+3} = p_{j+2} + 4D^j$ 。一直照此前进, 到  $S$  值变坏为止。这就是步长加速法。在求评价函数  $S$  的极小值

时它显得更重要,此时,因 $M$ 值很大,即随机选取的步长很小,故用它可以尽快求得 $S$ 的极小值。

在应用随机最优化法进行光学系统自动设计时,根据电子计算机的输出设备所打印的中间结果,以后通过计算机的控制台来改变 $M$ 值的大小。每当 $M$ 从小到大变化一次,就可以得到一组象质好的光学系统。考虑到节约计算时间,可以使 $M$ 反复从小到大的变化,就可得到多组优质的光学系统,一直算到达到设计要求的光学系统为止。

以设计图 1 所示的偏轴折反射空对空搜索

跟踪系统的光学系统<sup>[4]</sup>为例,该系统中的镜面均为球面,其中次镜相对于主镜偏轴 $\theta = 1^\circ$  按装,头罩与主镜顶点同心,主镜为孔径光阑,并和人瞳重合。头罩的材料为  $MgF_2$ ,  $n = 1.35125$ ,次镜和透镜的材料为  $Si$ ,  $n = 3.42550$ ,这个系统与  $InSb$  探测器相配,使用波段范围为  $3-5\mu m$ ,故对  $4\mu m$  单色光进行象差校正。计算结果见表 2 (不同数学方法设计红外跟踪系统中,光学系统的结果分析。表中  $l_0$  为最佳象面位置,  $S$  为平均弥散盘半径。根据系统要求得  $r_1 = d_1 + d_2$ ,  $r_2 = d_2$ ,  $r_6 = r_4$ ,  $d_5 = -d_4$ )。

从表 2 中列出的计算结果表明:光学系统

表 2

		$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$	$d_1$	$d_2$
阻尼最小二乘法		96.66	88.4	-244.27	229.36	313.93	229.36	465.6	-527.58	8.26	88.4
随机选法	允许可变化范围			-700-0	-700-700	-700-700		-700-700	-700-700	4-10	85-95
	(图 2)	94.94	86.72	-244.97	526.54	636.57	526.54	168.29	327.97	8.22	86.72
随机最优化法	允许可变化范围			-500-0	-800-800	-900-900		-800-800	-800-800	4-10	85-95
	(一) (图 1)	96.74	88.52	-244.12	252.42	340.7	252.42	494.83	-567.48	8.22	88.52
	(二) (图 2)	102.35	93.16	-236.94	402.92	827.77	402.92	96.43	251.34	9.19	93.16
	(三) (图 2)	98.94	91.83	-258.4	229.06	322.72	229.06	170.15	532.07	7.11	91.83
		$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	$d_7$	$l_0$	$D$	$W$	$f'$	$S$
阻尼最小二乘法		-69.26	-3.87	3.87	25.94	3.88	19.66	115	$\pm 2^\circ$	96.00	0.059 <sup>[4]</sup>
随机选法	允许可变化范围	-75--65	-10--4		24-30	4-10	17-23				
	(图 2)	-65.38	-7.15	7.15	26.83	8	17.56	115	$\pm 2^\circ$	96.13	0.103
随机最优化法	允许可变化范围	-75--65	-10--3		20-30	3-10	18-23				
	(一) (图 1)	-69.42	-3.9	3.9	26.02	3.94	19.32	115	$\pm 2^\circ$	96.87	0.047
	(二) (图 2)	-67.87	-6.83	6.83	28.41	6.39	19.71	115	$\pm 2^\circ$	96.61	0.039
	(三) (图 2)	-69.98	-6.4	6.4	24.33	5.57	22.97	115	$\pm 2^\circ$	96.87	0.047

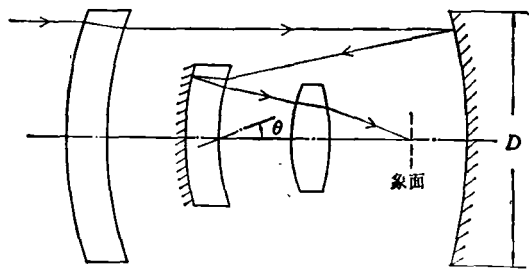


图 1

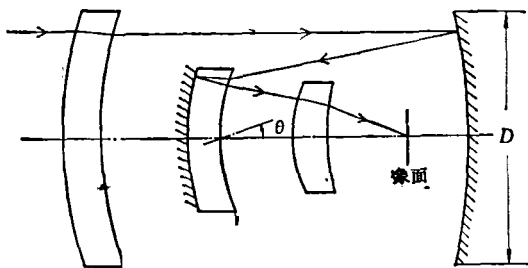


图 2

象质评价函数是个多极小值的函数。在表中用随机最优化法自动设计的三组光学系统中，第(一)组系统是以表中用阻尼最小二乘法自动设计的光学系统作为初始结构参数，再用该方法进行自动设计，这时  $M = 2000$ ，并用步长加速法后，计算得到这组系统。这说明该系统的  $S$  值才是评价函数  $S$  的极小值。从而也看到了阻

尼最小二乘法需要人们凭经验来选择目标值的缺点。第(二)组系统是以表中用随机选法得到的光学系统作为初始结构参数(与它相应的评价函数  $S$  的极小值处的平均弥散盘半径为  $0.074 \text{ mm}$ )，再用该方法进行自动设计所得到的。这说明它能使评价函数  $S$  从某个局部极小值所在的小区域内跳出到另一个更小的极小值处。第(三)组系统是由电子计算机利用随机选法原理，任意选一个光学系统作为初始结构参数，再用随机最优化法自动设计，仅计算一次(相应  $M$  从小到大变化一个循环)就得到这组系统。这说明用这种方法进行光学设计时，设计出来的光学系统的象质好坏不完全取决于系统初始结构的选择。这样从根本上解决了，要设计优质的光学系统必须凭设计者的经验选择好系统初始结构参数这个复杂的问题。

### 参 考 文 献

- [1] C. G. Wynne, *Proc. Phys. Soc. (London)*, **73** (1959), 777; **74** (1959), 316; C. G. Wynne et al., *Appl. Opt.*, **2** (1963), 1233.
- [2] 南京大学数学系计算数学专业, 光学系统自动设计中的数值方法, 国防工业出版社, (1976), 119; 129.
- [3] 中国科学院数学研究所运筹室优选法小组, 优选法, 科学出版社, (1975), 73—83.
- [4] 张幼文等, 物理学报, **28** (1979), 501.

(上接 236 页)

第一旁瓣最大的是矩形窗口，它与主瓣高度比最大，漏谱成分也最多(见表 1)。泊真窗口的这个比最小，漏谱也最少，误差修正的精度也就高一些。图 5(b) 示出的各窗口半功率频带宽度不同，其大小列于表 1 中。这说明取样长度  $(2T)$  一定时，FFT 谱分析的分辨率和所用的窗口有关，矩形窗口分辨率最高，泊真窗口分辨率最低。由此可见，窗口修正精度的提高是由主瓣加宽获得的，是牺牲分辨率换取的。

海宁窗口的频域计算简单，效果较好，使用也较多。因此，不仅上述核磁共振谱分析要用海宁窗口，而几乎所有 FFT 谱分析技术中均采用这种窗口作修正。

物理

### 参 考 文 献

- [1] E. O. Brigham, *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, New Jersey, (1974), 8.
- [2] L. R. Rabiner, B. Gold, *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, New Jersey, (1975), 90.
- [3] R. Otnes and L. Enochson, *Digital Time Series Analysis*, Wiley, New York, (1972), 258.
- [4] D. Shaw, *Fourier Transform N. M. R. Spectroscopy*, Elsevier Scientific Publishing Company, (1976), 156.
- [5] A. V. 奥本海姆, R. W. 谢弗著, 董士嘉、杨耀增译, 数字信号处理, 科学出版社, (1980), 177.
- [6] K. D. Möller and W. G. Rothschild, *For Infrared Spectroscopy*, Wiley, New York, (1971), 131.
- [7] W. D. 斯坦利著, 常迥译, 数字信号处理, 科学出版社, (1979), 238.