

图7 当  $\omega_{Be}/\omega_{pe} = 0.71$  和  $V_{the}/V_D = 0.5$ , 而  $\theta$  取不同值时, 增长率  $\gamma$  的变化

可见除了  $\theta = 0^\circ$  之外, 这里出现了两个不稳定性分支  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$ ——长波分支和短波分支. 随着  $\theta$  的增加, 分支  $\gamma_2$  的极大值逐渐减小, 所对应的  $\frac{KV_D}{\omega_{pe}}$  值逐渐加大, 但分支  $\gamma_1$  的变化则相反.

色散关系 (5) 式比起 (8) 式来情况就更复杂了, 除了磁场的作用外, 还有热速度的影响. 我们在  $\omega_{Be}/\omega_{pe} = 0.71$  的条件下, 仍然计算了  $V_{the}/V_D = 0.5, 1$  两种情况, 其结果如图 7 和图 8 所示. 由图 6 和图 7 比较可以看出, 由于热速度的作用, 不稳定性分支  $\gamma_2$  在  $k$  空间里的范围扩大了, 这种情况与图 4 或图 5 相同. 但

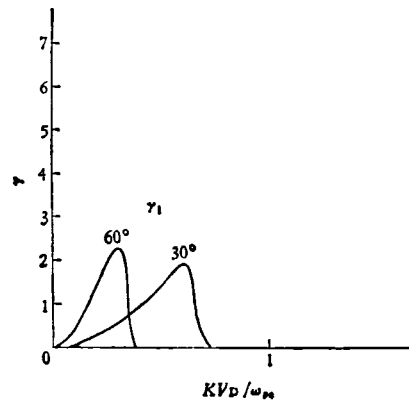


图8 当  $\omega_{Be}/\omega_{pe} = 0.71$  和  $V_{the}/V_D = 1$ ,  $\theta$  取不同值时, 增长率  $\gamma$  的变化

分支  $\gamma_1$  没有明显变化, 这表明此分支对于热速度的影响不敏感. 这点由图 8 可以更清楚地看出, 此时分支  $\gamma_2$  已经完全消失, 只剩下不稳定性分支  $\gamma_1$ .

本工作的计算部分是由朱永康和龙永兴两同志完成的, 特表谢意.

### 参 考 文 献

- [1] A. B. Mikhailovskii, Theory of Plasma Instabilities, Consultants Bureau, New York-London, 1(1974), 11.
- [2] A. A. Веленов и др., УФН, 73 (1961), 701.
- [3] A. B. Mikhailovskii, Theory of Plasma Instabilities, Consultants Bureau, New York-London, 1(1974), 131.

## 经典系统和 Ising 模型的序参数与关联函数

刘家冈<sup>1)</sup> 林 磊

(中国科学院物理研究所)

1981年7月16日收到

### 一、引 言

1965年, Suzuki<sup>[1]</sup> 导出适用于 Ising 模型及其他经典系统关联函数的严格公式. 近年来,

作者之一<sup>[2,3]</sup> 将 Suzuki 的公式展开后用在液晶中, 解释了向列相 (N)—各向同性液相 (I) 相变前行为的一些实验. 最近, 张昭庆等<sup>[4]</sup> 又将

1) 现在在北京林学院基础部工作.

Suzuki 公式作了推广。

本文在文献 [1, 4] 的基础上, 把 Suzuki 公式作进一步的推广. 新的公式既适用于纯系统, 也适用于混合系统. 我们简单地讨论了这个公式在 Ising 模型中的应用, 并计算了液晶 Maier-Saupe 模型<sup>[5]</sup>的取向关联函数, 修正了文献 [4] 中的一个结果.

## 二、定 理

考虑到在经典系统中, 统计热平均是在系统相空间中平均, 我们将从相空间坐标的角度 (不是象文献 [1, 4] 从粒子的角度) 出发来讨论问题. 在 Ising 模型中, 也可作类似的处理.

在经典系统中, 我们用 [P] 代表由系统相空间全体坐标组成的集合. 例如 N 个棒状液晶分子组成的体系, 相空间坐标包括每个分子质心位置的三个空间坐标和分子取向的极角和方位角.  $\tau_i \cong \{x_i, y_i, z_i, \theta_i, \varphi_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  及其共轭动量  $P_i$ , 共  $2 \times 5 \times N$  个元素. 于是  $[P] = \{\tau_i, P_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . 类似地, 在 Ising 模型中, 用 [P] 代表由系统全体自旋  $\sigma_i$  组成的集合  $[P] = \{\sigma_i | i = 1, 2, \dots, N\}$ .

我们用 [A] 表示 [P] 的某一个子集, {A} 代表与 [A] 有关的某一个算子 [例如在上面所举的棒状分子的情况中, 可设  $[A] = \tau_i, \{A\} = P_i(\cos \theta_i)$ ].

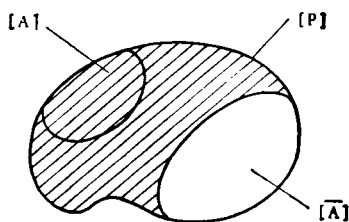


图1 [P], [A],  $[\bar{A}]$  的定义 ([B] 在斜线区内)

用  $[\bar{A}]$  代表 [P] 中的另一个子集,  $[\bar{A}]$  与 [A] 不相交 (见图 1).  $\{\bar{A}\}$  表示与  $[\bar{A}]$  有关的任意算子. [B] 代表 [P] 中不与  $[\bar{A}]$  相交的任意子集. H 表示系统的哈密顿量,  $E_{[B]}$  代表  $-H$  中与 [B] 有关的部分,  $H' \equiv H + E_{[B]}$ .

定理:

$$\langle \{\bar{A}\} \{A\} \rangle = \langle \{\bar{A}\} K_{[B]} \rangle, \quad (2.1)$$

式中  $\langle \dots \rangle$  是统计热平均, 而

$$K_{[B]} \cong \frac{\text{Tr}_{[B]} \{A\} \exp(\beta E_{[B]})}{\text{Tr}_{[B]} \exp(\beta E_{[B]})}, \quad (2.2)$$

其中  $\text{Tr}_{[B]}$  表示对子集 [B] 中每个坐标的组态求和. 证明: 令  $Z = \text{Tr} \exp(-\beta H)$  是系统配分函数, 则

$$\begin{aligned} & \langle \{\bar{A}\} \{A\} \rangle \\ &= Z^{-1} \text{Tr} \{ \{\bar{A}\} \{A\} \exp(-\beta H' + \beta E_{[B]}) \} \\ &= Z^{-1} \text{Tr}' \{ \exp(-\beta H') \{\bar{A}\} [\text{Tr}_{[B]} \\ & \quad \times \exp(\beta E_{[B]}) K_{[B]}] \}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

式中  $\text{Tr}'$  代表对 [P] 中 [B] 的补集的组态求和. 由于大括号  $\{\dots\}$  中除去方括号  $[\dots]$  之外, 都不包含 [B], 所以  $\text{Tr}_{[B]}$  可以提到最左边, 有

$$\begin{aligned} & \langle \{\bar{A}\} \{A\} \rangle \\ &= Z^{-1} \text{Tr}' \{ \text{Tr}_{[B]} [ \exp(-\beta H') \{\bar{A}\} \\ & \quad \times \exp(\beta E_{[B]}) K_{[B]}] \} \\ &= Z^{-1} \text{Tr} \{ \exp(-\beta H) \{\bar{A}\} K_{[B]} \} \\ &= \langle \{\bar{A}\} K_{[B]} \rangle. \end{aligned} \quad (2.4)$$

我们指出: (i) [A] 和 [B] 之间并无任何关系. (ii) (2.1) 式对于纯的或混合系统的哈密顿量都同样成立. (iii) 当  $[A] = [B] = [j]$  时, (2.1) 式退化为文献 [4] 的 (6) 式. 这里  $[j]$  代表第 j 个粒子的位坐标的集合.

## 三、应 用

在 Ising 模型中

$$H = - \frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - h \sum_i \sigma_i \quad (h \text{ 正比于外磁场}). \quad (3.1)$$

在 (2.1) 式中, 令  $\{A\} = \sigma_i$ ,  $\{\bar{A}\} = 1$ , 得

$$\langle \sigma_i \rangle = \langle K_{[B]} \rangle. \quad (3.2)$$

取  $[B] = \sigma_i$ , 仿照文献 [4] 的做法, 把  $K_{[B]}$  作展开, 并保留至最低项, 即可以得到 Weiss 近似<sup>[6]</sup>. 若把 [B] 分别取作两个或三个近邻自旋, 用相似的办法, 可得 Oguchi 第一和第二近似<sup>[6]</sup>. 更复杂一点, 令 [B] 包含第 i 个及其近邻 z 个自旋, 即得 Bethe 近似<sup>[6]</sup>. 公式 (2.1) 的

展开从原则上提供了对这些不同近似的修正项<sup>3)</sup>。

液晶 Maier-Saupe 模型<sup>[5]</sup>的哈密顿量为<sup>[4]</sup>

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} \sum_{\mu=1}^3 Q_{i\mu} Q_{j\mu}. \quad (3.3)$$

在(2.1)式中,令  $\{A\} = Q_{ij}$ ,  $\{\bar{A}\} = Q_{ii}$ ,  $i \neq j$ ,  $[B] = (\theta_j, \varphi_j)$ . 有关定义见文献[4]. 把(2.1)式展开到一阶,如文献[4]所示,得

$$\langle Q_{ii} Q_{jj} \rangle = \langle Q_i \rangle_0 S + \beta \Delta_1 \left( \sum_k J_{ki} \langle Q_{ii} Q_{ki} \rangle - J_0 S^2 \right). \quad (3.4)$$

利用文献[4]的(21)–(24)式,可得

$$G_i(\mathbf{k}) = \frac{x/g(x)}{1 - \beta \Delta_1 J_{\mathbf{k}}} \times \left[ \bar{\Delta}_1 + \left( N \delta_{\mathbf{k},0} \frac{g(x)}{x} - \frac{1}{1-x} \right) \cdot (\langle Q_i \rangle_0 - S) S \right], \quad (3.5)$$

$$x \equiv \beta \Delta_1 J_0. \quad (3.6)$$

以上二式与文献[4]中的(25)式比较,主要是(3.5)式右边的第二项有所改变,但文献[4]的其他公式和内容仍然是正确的。

感谢舒昌清同志有益的讨论。

### 参 考 文 献

- [1] M. Suzuki, *Phys. Lett.*, **19**(1965), 267.
- [2] 林磊, *科学通报*, **23**(1978), 715.
- [3] Lin Lei (林磊), *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 1604; in *Liquid Crystals*, ed. S. Chandrasekhar, Heyden, London, (1980), 355–360.
- [4] 张昭庆、冯克安、林磊, *物理学报*, **29**(1980), 807.
- [5] W. Maier, A. Saupe, *Z. Naturforsch.*, **13A**(1958), 584; **14A**(1959), 882; **15A**(1960), 287.
- [6] J. S. Smart, *Effective Field Theories of Magnetism*, Saunders, London, (1966).

1) 详细推导和有关关联函数的计算, 参看刘家冈硕士论文, 中国科学院物理研究所, (1981).

## 快离子导体的阻抗谱研究

赵宗源 陈立泉

(中国科学院物理研究所)

1981年4月9日收到

### 一、引 言

表征快离子导体的基本电学参量是离子电导率和电导激活能. 文献中对同一种材料所报道的数据往往互相矛盾, 一个重要原因是测试方法的差异. 因此, 如何精确测定电学参量就成为快离子导体材料研究的关键.

Bauerle<sup>[1]</sup> 首先把导纳谱法用于  $ZrO_2$  (掺杂  $Y_2O_3$ ) 的研究, 其后 Armstrong 等人先后用阻抗谱法研究了  $RbAg_4I_5$ <sup>[2]</sup> 和  $\beta-Al_2O_3$ <sup>[3,4]</sup> 以及一系列其它的快离子导体材料.

本文将简要介绍阻抗谱法基本原理, 然后用 Lisicon 单晶和  $K_2Si_2O_5$  多晶样品实验研究为例来说明, 并与其他方法获得的结果进行对比.

### 二、基本原理

若在被测样品体系两端加一微扰电压信号  $E_0 \sin \omega t$ , 则回路中产生的电流为  $I_0 \sin(\omega t + \theta)$ , 样品体系的阻抗是复数:

$$\dot{Z} = \frac{E_0 \sin \omega t}{I_0 \sin(\omega t + \theta)} = Z_1 + jZ_2, \quad (1)$$

这里  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  是微扰信号频率,  $t$  是时间,  $\theta$  是电流与电压间的相位差. 复数阻抗可以很方便地在复数平面上表示清楚.

下面考虑几种特殊样品体系等效电路的阻抗在复数平面上的表示(即阻抗谱).

1. 当被测样品体系等效于一纯电阻时,