

一种新的量子效应——

半导体表面二维电子气的量子化霍尔效应

张 钟 华

(中国计量科学研究院)

在强磁场作用下, 半导体内的载流子能产生一系列磁量子效应, 如费米能级分裂为高度简并的朗道 (Landau) 能级, 产生舒勃尼柯夫-德哈斯 (Shubnikov-de Haas) 磁阻振荡效应及磁声子效应等. MOS 型场效应管这一类器件的出现, 又大大地促进了对这些量子现象的研究. 特别是在 n 沟道增强型场效应管中, 由于表面反转层中的电子以二维电子气的状态存在, 为这些量子效应提供了一个很好的研究模型. 不少研究者利用这种模型在强磁场及低温下从各个方面研究了二维电子气的量子化现象. 近年来, 由于这些基础性工作的深入进展, 已出现了一些有重大意义的成果, 其中比较突出的是 1980 年西德科学家 K. v. Klitzing 等发现的量子化霍尔效应^[1], 它引起了各国研究者的广泛重视.

在 n 沟道增强型 MOS 场效应管的表面形成二维电子气的情况如图 1 所示. 当场效应管的栅极 [见图 1(a)] 上加正电压 U_g 后, 所形成的电场可透入硅晶体表面的薄层, 此时电子的能量曲线如图 1(b) 所示, 在表面处向下弯曲. 此曲线与 SiO_2 绝缘层的势垒一起形成了一种近似三角形的势阱. 按照量子力学的概念, 在这样的势阱内可形成若干个束缚态的能级, 直接求解薛定谔方程也可证实这一点^[2]. 在这样的能级上可以填充一定数量的电子. 这些电子同时也对外电场起屏蔽作用, 因此外电场实际上只进入很薄的晶体表面层 (约零点几 μm). 势阱及束缚态波函数的范围也局限在此表面层中. 当表面层中的电子达到一定浓度后, P 型

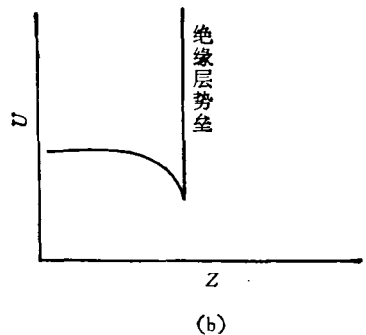
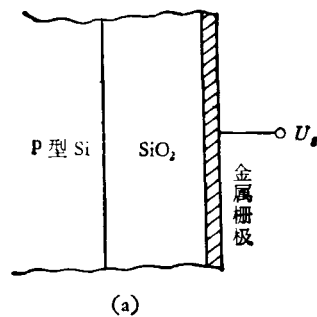


图 1 电子在 MOS 型器件表面的势能曲线

硅将转变为 n 型, 形成表面反型层. 值得注意的是, 反型层中接近表面几十 \AA 内的电子仅在与表面垂直的方向受到束缚, 在与表面平行的各个方向上仍可自由运动; 晶格周期场及能带结构的影响主要反映在电子的有效质量 m^* 与实际质量有所差别. 换句话说, 这样的电子具有二维自由度, 因而常把反型层中的电子称为“二维电子气”.

Klitzing 等人研究二维电子气的量子化霍尔效应的器件如图 2 所示. 这是一种条形的 n 沟道增强型 MOS 场效应晶体管, 在沟道两侧

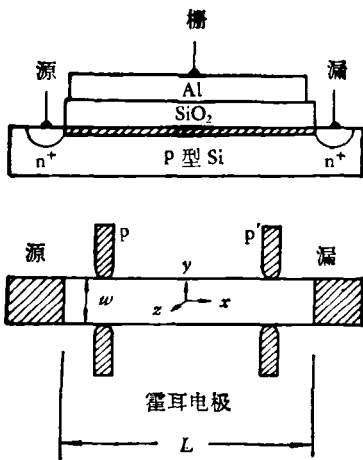


图2 带有附加霍尔电极的MOS场效应管

还安排了兩对霍尔电极。把这样的器件放在低于2K的低温中,并在垂直表面的 z 方向上加上10T以上的强磁场 B ,这时表面沟道电流 I 将产生 y 方向的霍尔电场 E 。下面简单地分析一下反型层中的电子在这种情况下运动。

把 z 方向的磁场用矢量位

$$\mathbf{A} = -By\mathbf{i}$$

来表示,则二维电子的哈密顿量可写成

$$H = \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 + eEy$$

$$= \frac{1}{2m^*} [(p_x - eBy)^2 + p_y^2] + eEy. \quad (1)$$

由于 H 和 p_x 可对易,这两个算符可有共同的本征态,在这样的态中 p_x 为常数。引入电子在磁场中的回转角频率

$$\omega = \frac{eB}{m^*} \quad (2)$$

及一个与 p_x 成线性关系的参数

$$y_0 = \frac{1}{\omega} \left(\frac{p_x}{m^*} - \frac{E}{B} \right). \quad (3)$$

可把(1)式改写成

$$H = \frac{1}{2m^*} p_y^2 + \frac{1}{2m^*} e^2 B^2 (y - y_0)^2$$

$$+ eEy_0 + \frac{m^*}{2} \left(\frac{E}{B} \right)^2. \quad (4)$$

不难看出, H 是一个振子的哈密顿量加上一个常量,故其本征值为

$$E_{n,p_x} = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega + eEy_0$$

$$+ \frac{m^*}{2} \left(\frac{E}{B} \right)^2 \quad (5)$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

本征函数则是以 y_0 为中心的振子波函数,这也就说明了参量 y_0 的物理意义。

为了进一步阐明(5)式的涵义,先假定沟道电流为零,此时霍尔电场 E 也为零。(3)式和(5)式化简成为

$$y_0 = \frac{1}{\omega} \frac{p_x}{m^*} = \frac{p_x}{eB}, \quad (6)$$

和

$$E_{n,p_x} = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega. \quad (7)$$

(7)式表示此时的电子能谱与振子能级有相同的结构,通常把(7)式中的能级称为朗道能级。相邻两能级之间的距离均为

$$\hbar\omega = \frac{\hbar eB}{m^*}, \quad (8)$$

即磁场越强时,能级间的距离也越大。对于不同的 p_x ,朗道能级是简并的,其简并数可根据沟道的几何尺寸求出。如图2中的沟道在 x 方向的长度为 L , y 方向的宽度为 w ,则有

$$-\frac{w}{2} \leq y_0 \leq \frac{w}{2}. \quad (9)$$

再由(6)式,就可知 p_x 的可能范围为

$$-\frac{eBw}{2} \leq p_x \leq \frac{eBw}{2}. \quad (10)$$

另一方面,在 x 方向取周期边界条件时, p_x 只能取 $\frac{\hbar}{L}, \frac{2\hbar}{L}, \frac{3\hbar}{L}, \dots$ 等一系列分立值,因而在单位 p_x 的范围内的状态数为 $\frac{L}{\hbar}$ 。这样,结合(10)式就可知一个朗道能级的简并数为

$$n_d = \frac{L}{\hbar} \left[\frac{eBw}{2} - \left(-\frac{eBw}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{eB}{\hbar} \times wL. \quad (11)$$

对单位面积来说,则简并数为

$$n_{d0} = \frac{n_d}{wL} = \frac{eB}{\hbar}. \quad (12)$$

如果再考虑到自旋简并在硅的表面反型层中

的能谷 (Valley) 简并, (12) 式还应再乘以 4.

当沟道电流不为零时, 由 (5) 及 (3) 式可知, 由于霍尔电场 E 的存在, 对应不同的 p_x 或 y_0 , 能量本征值将有不同的附加值, 即对于 p_x 的简并被消除了. 此时, 一个朗道能级将分裂为 n_d 条很靠近的能级, 称为朗道次能带 (Landau Subband). 另一方面, 由于热运动使电子受到散射, 朗道次能带将进一步加宽. 当温度很低和磁场很强时, 次能带将互不重叠, 相邻次能带间存在能隙.

采用图 2 中的 MOS 器件时, 可以方便地用改变栅电压 U_g 的方法来调节表面电子的密度. 当 U_g 逐步增加时, 电子将逐个填满各朗道次能带. 当某一次能带正好被充满时, 电子的二维密度将为

$$N = i \cdot n_{d0} = \frac{ieB}{h}, \quad (13)$$

其中 i 为一正整数. 如果再引用熟知的霍尔电压公式

$$U_H = \frac{B}{Ne} I, \quad (14)$$

就有

$$U_H = \frac{h}{ie^2} I, \quad (15)$$

相应的霍尔电阻为

$$R_H = \frac{U_H}{I} = \frac{h}{ie^2}. \quad (16)$$

如果在充满了某一朗道次能带后, 继续加大 U_g 使电子密度增加, 则费米面将位于相邻次能带的间隙之间. 此时充满次能带后多余的电子够不上更高的次能带, 就填充到由于杂质、晶格缺陷等多种原因形成的局域态 (localized state) 中. 文献 [3, 4] 中通过计算, 证明了这样的局域态中的电子对沟道电流 I 及霍尔电压 U_H 无贡献, 因而此时的霍尔电压 U_H 将保持 (15) 式中的数值, 直到费米面继续增高到进入新的次能带为止. 在实验中, 这种情况反映为在 U_H-U_g 曲线上出现“平台”. 平台区中的霍尔电阻也将保持 (16) 式的“量子化”数值. 同时, 由于在平台区中较低的次能带均已充满, 在 x 方向的电子不能因散射而改变状态. 这样,

即使存在沟道电流, x 方向的电压降 $U_{pp'}$ 也为零, 即 x 方向的电阻为零. 这和超导态中电子对因存在能隙而不受散射, 从而形成超电流的情况有些相似^[1, 4].

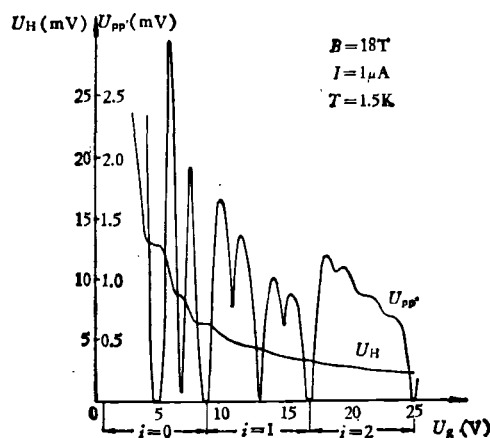


图 3 霍尔电压和沟道同一侧的两个霍尔电极之间的电压降 $U_{pp'}$ 对栅极电压 U_g 的实验曲线

图 3 画出了 Klitzing 等给出的量子化霍尔效应的实验曲线, 图中表示出了霍尔电压 U_H 及沟道同一侧的两个霍尔电极之间的电压降 $U_{pp'}$ 对于栅电压 U_g 的关系, i 为朗道次能带的编号. U_H-U_g 曲线上的平台以及在平台区中 $U_{pp'}$ 降为零的现象均很明显. 从图中还可看出在朗道次能带中由于自旋及能谷效应引起的次级分裂. 所谓量子化霍尔效应, 也就是指当费米面处于能隙中时 U_H 曲线上的平台及 $U_{pp'}$ 降为零这两种现象. 在平台区中成立的 (15) 和 (16) 式及 $U_{pp'} = 0$ 则是有关此种效应的几个最重要的关系式.

在前面的论述中已经提到过, 热运动将使朗道次能带受到扰动而变宽, 因而能隙宽度减小, 所以只有在很低的温度下才能观察到量子化霍尔效应. 同时, 还要求电子在表面层中运动的弛豫时间 τ 也不能太短, 否则将使电子的回转运动受到干扰, 次能带结构也会畸变. 这两个条件可综合写成

$$\begin{cases} \hbar\omega \gg kT \\ \omega\tau \gg 1. \end{cases} \quad (17)$$

为了满足这两个条件, 可从三方面着手. 一方

面是尽量降低试样的温度；另一方面是增强磁场以加大回转频率 ω ；此外，选取质量良好的晶体，减少对电子波的散射中心的密度以增大弛豫时间 τ 也有良好的效果。图 3 中的曲线就是在 1.5K 及 18T 的强磁场下作出的。如果磁场低于 7T，一般观察不到图示的现象。

可以指出，目前对量子化霍耳效应已进行了多方面的理论研究，上面所谈的仅是其中的一种理论解释。还有一些别的作者已从不同的角度对这种量子现象进行了分析和计算。例如 R. B. Laughlin 在文献 [5] 中考虑了表面层电子的运动在进行电磁规范变换时需遵守的一些条件后指出，从波函数的规范不变条件出发，也可导出 (15) 式，这样就给与了量子化霍耳效应更为普遍而深入的理论涵义。L. Bliok 等人在综合考虑了载流子寿命及散射两种因素后，建立了一组方程，再通过自洽迭代计算得到了与图 3 中的曲线形状很相似的计算曲线，达到了定量的结果^[6]。从这些由理论研究得到的结果已基本上阐明了量子化霍耳效应的物理机理。

此外还应指出的一点是，除了 MOS 器件外，二维电子气也可在别的器件中存在。较有希望的一种新器件是砷化镓-铝砷化镓异质结 (GaAs-Al_xGa_{1-x}As)。在这种器件的异质交界面上也存在二维电子气，而且其有效质量 m^* 比在硅 (100) 界面上的电子小三倍，仅为 0.068 m_0 ，因而在同样的磁场下，其回转频率 ω 更高，朗道次能带间的能隙也更宽。换句话说，利用这种器件可在较高的温度和较低的磁场下观察量子化霍耳效应，实验已证实了这一点。文献 [7] 报道了在 4.2K 和 4—8T 的条件下，用此种器件得到了明显的台阶形曲线。如果用硅晶体 MOS 器件，这是不可能做到的。由于低温及强磁体设备投资昂贵，如果能简化实验设备，对研究量子化霍耳效应是十分有利的，因此这一报道已受到各国研究者的重视。

尽管量子化霍耳效应发现还不久，其理论解释也还不够完善，但是从目前得到的结果，已可看到此种效应可得到多种应用，下面仅指出其主要的三个方面。

1. 建立电阻的自然基准

现行的国际单位制 (SI) 有七个基本单位。在六十年代以前，一些最基本的单位都是用所谓“实物基准”来复现和保存的，例如“米”定义为 X 形基准尺上两条刻线之间的距离；“千克”是铂铱合金千克原器的质量等。这样的实物基准有许多缺点。一方面是准确度的提高受到限制，同时用它们定义的量也难免随时间而发生缓慢变化，万一发生损坏也不易复制，因而六十年代以来，已逐步用一些量子现象来定义基本单位。例如，“米”定义为 ⁸⁶Kr 的 2p₁₀ 和 5d₅ 能级之间跃迁所对应的辐射在真空中的波长的 1650763.73 倍；“秒”定义为 ¹³³Cs 的基态超精细能级之间的跃迁所对应的辐射的周期的 9192631770 倍等。这种用量子现象定义基本单位的方法有很多好处，首先是达到的准确度高；所定义的单位不随时间而变；可以在各国的实验室中复现，不依赖于某一特定的物体（如基准米尺一类的东西）。一般把这样定义的基本单位称为“自然基准”。

在电学单位方面，用古典方法定义的电强度的复现准确度一直停留在百万分之几的量级，难以满足现代科学技术所提出的越来越高的要求，在近期内也难以有突破性的提高，因而在 1962 年提出约瑟夫森效应后，就有人建议利用交流约瑟夫森效应定义的方程

$$V_J = \frac{h}{2e} n f \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

来定义电压。这样，就可从量子频率标准（现已达到 10⁻¹³ 量级的准确度）来导出电压标准，其比例系数 $\frac{h}{2e}$ 仅是一个自然常数。用这种方法就可以实现电压的自然基准。现在几乎所有的先进国家的标准实验室已陆续建立了约瑟夫森电压标准，取代传统的韦斯顿标准电池。

但是在 SI 单位制中，电学的最基本单位是电流而不是电压。所以在电压的自然基准实现以后，人们的注意力又转向寻求电阻的自然基准。目前各国的标准实验室是用一种经典物理学的方法——“计算电容”方法来复现电阻单

位^[8]。(16)式的出现则在此方面开创了一个全新的局面。由于量子化的霍尔电阻 R_H 仅取决于自然常数 $\frac{h}{e^2}$ 及一个正整数 i , 就可以与约瑟夫森电压标准相类似地用自然常数 $\frac{h}{e^2}$ 来复现电阻单位, 建立电阻的自然基准。

有了电压和电阻的自然基准后, 就不难导出基本电学单位——电流的自然基准。只要把(18)与(16)式相除, 就有

$$I = \frac{V_I}{R_H} = \frac{ni}{2} ef, \quad (19)$$

即可由电子电荷 e 和频率 f 来导出电流单位。众所周知, e 是量子物理学中最基本的物理量之一, 因而多年来有不少人试图实现直接基于 e 的电流单位。其中较著名的一个建议是设法对微弱电流中的电子进行直接计数, 但是由于巨大的技术困难未获成功。出乎意料的是这种设想现在已可用完全不同的方法来实现了。

实现了电压、电阻及电流的自然基准后, 就可由此导出所有的其他电磁量单位, 使整套电磁学单位都建立在量子现象的基础上, 形成完整的量子化电磁单位系统。所以量子化霍尔效应的发现对于计量学有着重大意义。

2. 精密测量基本物理常数 α , e 和 h

与量子化霍尔电阻 R_H 关系最密切的基本物理常数是精细结构常数 α 。 α 的定义式为

$$\alpha = \frac{e^2}{h} \cdot \frac{\mu_0 c}{2}. \quad (20)$$

与(16)式相比较, 可知 α 与 R_H 两者之间除了一个常数因子外, 仅相差 μ_0 和 c 两个常数的乘积。在 SI 单位制中 μ_0 的数值定义为 $4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$, 光速 c 最近已定义为数值等于 299792458m/s 的无误差常数, 因而 $\mu_0 c$ 也是无误差的常数因子。这样, 从 R_H 的测量值就可直接求出 α 来。 R_H 的绝对值目前已可用计算电容的方法测准到 10^{-7} 量级, 因而 α 也可用此法测定到同样准确度。

众所周知, α 是在量子电动力学中起着极为重要的作用的一个常数, 微扰论的计算就是以 α 的幂次展开的。检验量子电动力学的结论

是否正确的一个重要方法就是把一些高阶效应(如兰姆移动, 氢原子能级的精细结构分裂和超精细分裂等)的理论计算值和实验值相比较, 看它们是否相符。在进行此种比较时, α 的数值是否准确自然是头等重要的。遗憾的是从五十年代以来, 由不同实验者给出的 α 值已经历了多次变化, 其波动幅值达到几十 ppm, 远远超过实验者自己宣称的误差限, 因而也引起了许多不同的看法和争论。正是由于这种情况, 当 1962 年提出了约瑟夫森效应后, 就有人建议利用此效应测出 $\frac{2e}{h}$ 的数值, 并和质子回旋磁比

γ_p 及一些其他常数结合起来求出 α 的数值。为了使得到的数据更为可靠, 还把许多基本物理常数进行平差, 以便求出各常数的“最佳值”。这样的平差在 1969 和 1973 年曾大规模地进行过两次^[9,10], 1982—1983 年又将重新进行。在平差时, α 的数值始终是一个中心问题。

量子化霍尔效应的发现为测定 α 的数值提供了一种全新的方法。此种方法的机理与以前的各种方法不同, 因而求得的数据有很好的参考价值。同时, 目前由量子化霍尔电阻得到的 α 值的准确度可比原来的一些方法提高一个数量级, 这样我们就可得到一个更准确的 α 值, 使量子电动力学的计算建立在更为可靠的基础上。另一方面, 更准确的 α 值也会对基本物理常数的平差作出很大贡献, 为今后平差时得到一组更为准确的常数值打下一定基础。

把量子化霍尔电阻和交流约瑟夫森效应相结合, 还可求出电子电荷 e 。从(20)式可看到, 由于 f 的准确度已达 10^{-13} , 其误差可忽略不计, 因而只要把 V_I 和 R_H 相除, 就可从电流的绝对测量值求出 e 来。自密立根用油滴法第一次测定电子电荷以来, 已有许多实验者设计了各种实验来测定 e 。现在则又有了一种更为准确的新方法。目前, V_I 及 R_H 的复现精度均可超过 1×10^{-7} , 而绝对测量电流的准确度则为 2×10^{-6} , 故用这种方法求得的 e 的准确度将等于绝对测量电流的准确度。用这方法所得结果的准确度已超过了用以前的各种测定 e 的方法, 也

稍优于 1973 年由平差得到的 e 的准确度 3.1×10^{-6} 。现在有一些国家的标准研究所正在努力把电流或电压的绝对测量准确度提高到 10^{-7} 量级, 此时 e 的准确度也可望得到相应的提高。

把 e 的数值再代回 (16) 式, 又可求得另一重要的基本物理常数——普朗克常数 h 。其准确度将和 e 相同, 目前可达 2×10^{-6} 。这已超过 1973 年由平差所得 h 的准确度 5×10^{-6} , 并将进一步随着绝对测量电流的进展而提高。

3. 对半导体表面物理研究的意义

量子化霍尔效应的发现并不是偶然的, 而是与近二十年来对半导体表面的量子化现象进行深入的研究分不开的。六十年代以来, 对半导体表面的研究促进了多种基于表面物理现象的器件的出现。这些器件的发展也进一步促进了对表面物理的研究。其中有关半导体表面在超低温和强磁场下出现的量子现象也一直是受重视的研究方向之一, 涉及的方面有朗道能级的结构、磁阻振荡、磁化率振荡、磁冻结现象和磁声子效应等等。正是基于对这些研究结果的深刻理解, Klitzing 等人才提出了量子化霍尔效应。而这种效应的发现又反过来为揭开半导体表面的各种现象的奥秘提供了一种新的手段。对量子化霍尔效应的深入研究将会对半导体表面物理产生重大影响。

以上简略地介绍了量子化霍尔效应的基本

原理及三方面的重要应用。由于这个研究课题有着很大的潜力, 所以自 1980 年 Klitzing 等发表了第一篇文章以后, 许多重要的实验室纷纷抓紧此项研究, 短期内得到了许多结果。在理论研究方面也已取得了重要进展。在多次重要的国际会议上, 此方面的研究成了中心议题之一。当前, 我国的一些有关研究单位也已开始此方面的研究, 可望在不久的将来这一新的量子效应在我国也得到应用和发展。

参 考 文 献

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.*, **45-6**(1980), 494—497.
- [2] F. Stern, *CEC Crit. Rev. Solid State Sci.*, **4**(1974), 499—514.
- [3] H. Aoki and T. Ando, *Solid State Commun.*, **38**(1981), 1079—1082.
- [4] R. E. Prange, *Phys. Rev.*, **B23**(1981), 4802—4805.
- [5] R. B. Laughlin, *Phys. Rev.*, **B23**(1981), 5632—5633.
- [6] L. Bliok and G. Hein, *Second International Conference on Precision Measurement and Fundamental Constants*, 8—12 June (1981), Gaithersburg, Maryland, USA.
- [7] D. C. Tsui and A. C. Gossard, *Appl. Phys. Lett.*, **38**(1981), 550—552.
- [8] 张钟华, *物理*, **9-1**(1980), 16—19.
- [9] B. N. Taylor, W. H. Parker, D. N. Langenberg, *Rev. Mod. Phys.*, **41-3**(1969), 375—498.
- [10] E. R. Cohen and B. N. Taylor, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **2-4**(1973), 663—729.