

讲 座

傅里叶变换光学基本原理讲座

第七讲 相因子判断法分析全息图的衍射场

钟 锡 华

(北京大学物理系)

要理解全息术原理,必须搞清三个问题:如何实现物光波前的全息记录?如何再现物光波前?当物光波前再现以后,将有怎样的观测后果?其中第三点,已在第一讲阐述惠更斯-菲涅耳原理的实质时给出明确的回答(无源空间边值定解的唯一性),即再现物光波前必将再现当初物体存在时的一切观测后果。本讲在简单地介绍物光波前全息记录的基础上,着重讨论如

何运用相因子判断法,对全息图造成的复杂的衍射场逐项加以分析,给出每项所代表的波场特性。

一、波前的全息记录

全息记录就是要记录波前上光波的全部信息见图 7.1。照明波经物体反射或透射后,变成复杂的波场。这波场是物体上各点发出的大量球面波的相干迭加场。它们在波前上产生的复杂分布可用一个复变函数来描述:

$$\tilde{U}_0(Q) = \sum_{\text{物点}n} \tilde{u}_n(Q) = A_0(Q)e^{i\varphi(Q)},$$

式中 Q 是波前上的点,其位置可用坐标 (x, y) 来表示。 \tilde{U}_0 包含振幅 A_0 和位相 φ 两部分。可以说,物光波前 \tilde{U}_0 就是各物点自相干造成的衍射场。传统的照相术是用不相干光照明的,记录的是光强,即振幅的平方,它只反映物体的明暗,但不包含物点立体分布的信息。物点位置的信息包含在波前的相因子中(相因子判断法),仅仅根据波前上相因子的函数形式,我们就可以判断它是平面波还是球面波,判断平面波的传播方向和球面波的发散或会聚中心的位置。一句话,相因子告诉我们波源之所在。由此可见位相信息的重要性。可惜的是,在传统的照相技术中把它们都丢掉了。我们必须设法把波前上的这类信息记录下来,才有可能使物光波前完整地再现。

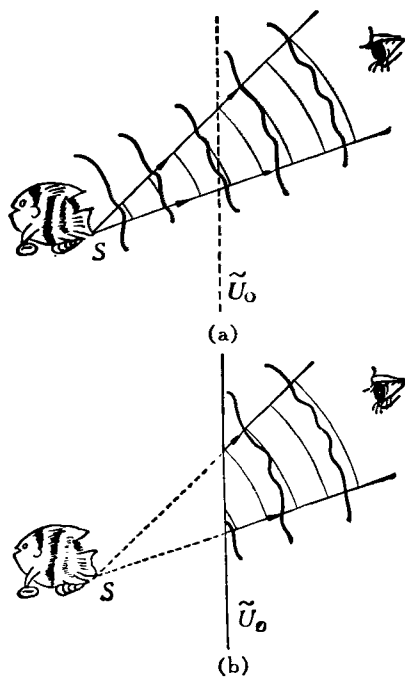


图 7.1 波前的再现意味着一切观测效果的再现
(a) 实物的光波; (b) 用波前再现实物的光波

记录波前的办法靠干涉。如图 7.2, 用一束参考光波 R 去和物光波 O 作相干迭加, 在波前 Σ 上形成干涉条纹。干涉条纹的形状、间隔等几何特征反映了位相分布, 条纹的反衬度反映着振幅的大小。

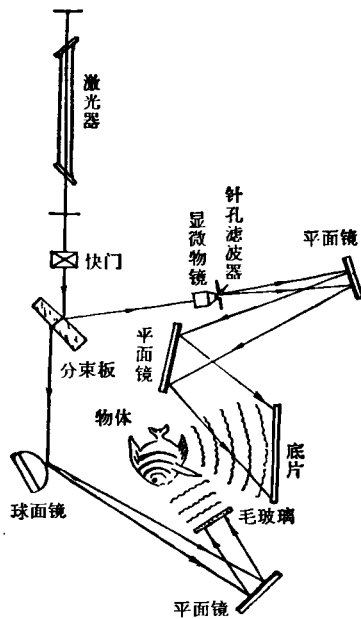
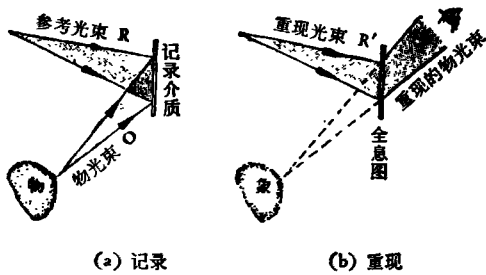
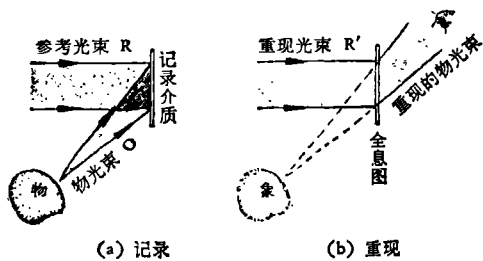


图 7.2 全息照相装置一例



(a) 记录 (b) 重现

图 7.3 用球面波进行全息照相



(a) 记录 (b) 重现

图 7.4 用平面波进行全息照相

参看图 7.3 和图 7.4, 设波前上物光波 O 的复振幅为 \tilde{U}_O , 参考光波 R 的复振幅为 \tilde{U}_R , 前

者往往是个很复杂的光波, 后者多采用平面波或球面波。二者相干迭加后, 在波前上造成的强度分布为

$$I(Q) = (\tilde{U}_O + \tilde{U}_R)(\tilde{U}_O^* + \tilde{U}_R^*) \\ = \tilde{U}_R \tilde{U}_R^* + \tilde{U}_O \tilde{U}_O^* + \tilde{U}_R^* \tilde{U}_O + \tilde{U}_R \tilde{U}_O^* \\ = A_R^2 + A_O^2 + \tilde{U}_R^* \tilde{U}_O + \tilde{U}_R \tilde{U}_O^* \quad (7.1)$$

其中 A_R 和 A_O 分别是 R 波和 O 波的振幅。上式表明, 光强 $I(Q)$ 中包含了 \tilde{U}_O 和 \tilde{U}_O^* , 亦即包含了物光波的全部信息。

现将记录介质(感光底板)放在波前 Σ 的位置上进行曝光, 把干涉条纹拍摄下来, 进行线性冲洗后, 就得到一张全息图。全息图的透过率函数 $t(Q)$ 与曝光时的光强 $I(Q)$ 成线性关系:

$$t(Q) = t_0 + \beta I(Q) \\ = t_0 + \beta(A_R^2 + A_O^2 + \tilde{U}_R^* \tilde{U}_O + \tilde{U}_R \tilde{U}_O^*) \quad (7.2)$$

对于负片, $\beta < 0$; 对于正片, $\beta > 0$ 。这式表明, 通过干涉曝光和线性冲洗两步, 我们确实把物光波前 \tilde{U}_O 及其共轭波 \tilde{U}_O^* 的全部信息记录下来了。但事情并不那么单纯, 即全息图并不那么“干净”, 除物光波外, 其中还混杂着参考光波。

二、物光波前的再现

如图 7.5, 用一束光波 R' 照明全息底片, 设入射的照明波波前为 $\tilde{U}_{R'}$, 则从全息图输出的透射波前为

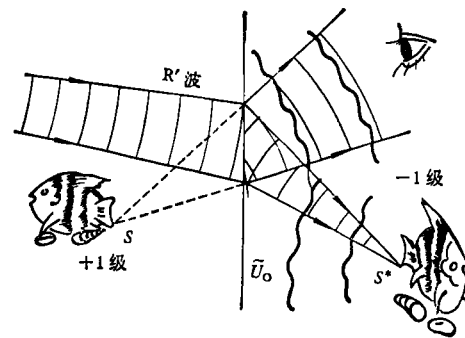


图 7.5 波前的再现

$$\begin{aligned}
\tilde{U}_T &= \tilde{U}_R' \\
&= (t_0 + \beta A_R^2 + \beta A_0^2) \tilde{U}_R' \\
&\quad + \beta \tilde{U}_R \tilde{U}_R^* \tilde{U}_0 + \beta \tilde{U}_R' \tilde{U}_R \tilde{U}_0^* \\
&= (t_0 + \beta A_R^2 + \beta A_0^2) \tilde{U}_R' \\
&\quad + \beta A_R' A_R [e^{i(\varphi_R' - \varphi_R)} \tilde{U}_0 \\
&\quad + e^{i(\varphi_R' + \varphi_R)} \tilde{U}_0^*]. \tag{7.3}
\end{aligned}$$

显然, \tilde{U}_T 场联系着一种复杂的波场, 用分解的眼光看, 它包含的第一项代表第一种成分的衍射波; 第二项代表第二种成分的衍射波; 第三项代表第三种成分的衍射波. 运用我们在第二讲、第三讲中曾强调掌握的相因子判断法, 可以对以上三种衍射波的主要特征作出有效的分析.

在透射场 \tilde{U}_T 中, 我们应该将 \tilde{U}_R , \tilde{U}_0 , \tilde{U}_0^* 看为波前函数, 它们分别代表照明光波的直接透射波、物光波及其共轭波, 而将它们各自的系数分别看为一种波前变换(一种运算操作). 正如第二讲在讨论薄透镜和稜镜的位相变换函数的意义时所指出的, 如果目前的系数中出现了二次相因子, 则说明被作用的波前好象经过了一个透镜的聚散; 如果系数中出现了线性相因子, 则说明被作用的波前好象经过了一个稜镜的偏转; 如果系数中既有线性相因子又有二次相因子, 则说明被作用的波前好象相继经过透镜的聚散和稜镜的偏转; 如此等等. 究竟是哪一种情况, 这要看参考波与照明波之关系. 先看第一项系数

$$\tilde{T}_1 = t_0 + \beta A_R^2 + \beta A_0^2.$$

通常参考波采用均匀照明, 亦即它一般为平面波或傍轴球面波, 故 A_R 与场点位置无关, \tilde{T}_1 中前两项为常数, 其作用仅改变照明波 \tilde{U}_R' 的振幅, 并不改变 \tilde{U}_R' 的特性. \tilde{T}_1 中的第三项 A_0^2 是物光波单独存在时在底片上造成的强度分布, 它是不均匀的, 故 $\beta A_0^2 \tilde{U}_R'$ 代表振幅受到调制的照明波前, 这实际上是照明波经历 A_0^2 分布的一张底片的衍射, 使照明波多少有些离散而出现杂光(“噪声”信息). 在实验上还可以适当调整照度, 使 A_0^2 与 A_R^2 相比而成为次要因素. 总之, $\tilde{T}_1 \tilde{U}_R'$ 基本上保留了照明波的特性,

称它为全息图衍射场中的 0 级波. 再看第二项系数

$$\tilde{T}_2 = \beta A_R' A_R e^{i(\varphi_R' - \varphi_R)}.$$

当照明波与参考波完全相同时, $\varphi_R' = \varphi_R$, $\tilde{T}_2 = \beta A_R' A_R$, 故 $\tilde{T}_2 \tilde{U}_0$ 波就是干干净净的物光波的重现, 它是发散波, 当人们在后场接收到这列波时, 就看见在全息图的背后出现一个原物的逼真形象(虚象). 这一项称为全息图衍射场中的 +1 级波. 第三项系数为

$$\tilde{T}_3 = \beta A_R' A_R e^{i(\varphi_R' + \varphi_R)}.$$

当照明波与参考波完全相同时, 其相因子一般说来无法抵消. 如果两者都是平面波, 则 $(\varphi_R' + \varphi_R)$ 成为一个线性相因子, 使 $\tilde{T}_3 \tilde{U}_0^*$ 波并不严格会聚在原物的镜象对称位置, 人们在偏离镜象对称位置的某处仍然可以接收到一个物体的实象. 如果照明波与参考波是相同的球面波, 则 $(\varphi_R' + \varphi_R)$ 成为二次相因子, 使 \tilde{U}_0^* 波发生聚散, 随之发生移位和缩放, 即人们在偏离镜象对称位置的某处接收到一个与原物大小不同的实象. 称 $\tilde{T}_3 \tilde{U}_0^*$ 一项为全息图衍射场中的 -1 级波. 只有当 R 波与 R' 波都是正入射的平面波时, $\varphi_R' = \varphi_R = 0$, 在作用函数 \tilde{T}_2 与 \tilde{T}_3 中均无附加的相因子, ± 1 级波才严格地镜象对称, 它们分别代表原物(虚象)与共轭物(实象). 总之,

(1) 当 R 波和 R' 波都是正入射的平面波时, $\varphi_R = \varphi_R' = 0$, ± 1 级波中均无附加的相因子.

(2) 当 R' 波与 R 波相同时, $\varphi_R' = \varphi_R$, +1 级波中无附加相因子, -1 级波中有相因子 $e^{i2\varphi_R}$.

(3) 当 R' 波是 R 波的共轭波时, $\varphi_R' = -\varphi_R$, -1 级波中无附加相因子, +1 级波中有相因子 $e^{-i2\varphi_R}$.

上述三种情况是最简单的, 但实际上对 R 波和 R' 波的选择不必有什么限制和联系, 它们可以一个是平面波, 另一个是球面波, 甚至用不同的波长. 这样产生的效果不过是重现的虚象和实象移位和缩放. 重要的是下列事实, 即

全息图的衍射场中有三列波：重现光照直前进的几何光学透射波（0级波）和产生一对孪生虚、实象的±1级衍射波。这个特点是带有普遍意义的。从实际的角度看，需要设法使三列波在空间上分离，互不干扰，以利于观测。为此，应该采用离轴装置实现全息记录，让R波与O波有较大的夹角。图7.1是一种反射物的离轴全息记录装置，图7.6是一种透明物的离轴全息记录装置。1962年出现了离轴全息装置，解决了原先共轴系统所存在的许多麻烦问题，这是六十年代中全息技术迅速发展的重要原因。离轴全息装置要求光源的相干性好，当时出现不久的相干光源——激光器是全息技术得到迅速发展的另一个重要原因。

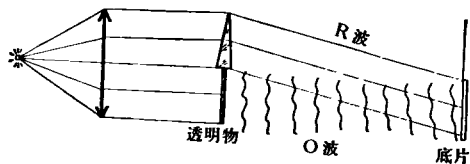


图 7.6 离轴全息记录装置

我们并非在本讲中第一次遇到全息照相。第三讲讨论的正弦光栅的制备和衍射，实际上就是全息照相的一个简单特例。如图7.7(a)是制备正弦光栅的装置，也可以说是全息记录装置，这里物光波是个平面波。图7.7(b)是制成的正弦光栅，也可以说是记录了平面物光波的全息图。图7.7(c)是正弦光栅的衍射，也可以说是全息图的重现装置，其中0级是重现光波R'的几何光学透射波，+1级衍射波相当于物光波的再现，而-1级衍射波正是它的共轭波。

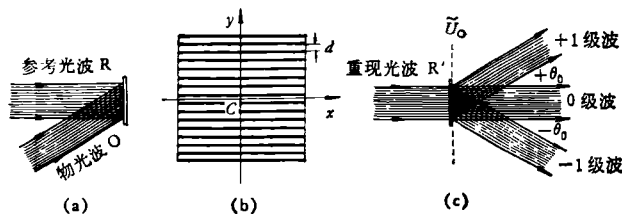


图 7.7

下面举一个例子，具体运用相因子判断法分析全息图的衍射场。

【例】图7.8(a)所示是一种共面照明的全

物理

息记录装置，其特点是全息图再现时0，±1三级衍射波都是平面波，可用一个透镜将它们会聚到后焦面上(图7.8(b))。试论证这个结论。

【解】按式(7.3)，重现±1级象的波前函数为

$$\begin{cases} \tilde{U}_{+1} = \beta \tilde{U}'_R \tilde{U}^*_R \tilde{U}_O = \beta A_R A'_R e^{i(\varphi'_R - \varphi_R)} \tilde{U}_O, \\ \tilde{U}_{-1} = \beta \tilde{U}'_R \tilde{U}_R \tilde{U}^*_O = \beta A_R A'_R e^{i(\varphi'_R + \varphi_R)} \tilde{U}^*_O. \end{cases}$$

如图所示，R波的中心与物共面，设它在此面内的坐标为(a, 0)。在傍轴条件下，R波在底片xy面上波前函数的相因子为

$$\varphi_R = (k/2z)(a^2 + x^2 + y^2) - (k/z)ax.$$

因重现波R'是正入射的平行光， $\varphi'_R = 0$ ，从而摆在 \tilde{U}_O 、 \tilde{U}^*_O 前面的相因子分别为 $e^{i\varphi_R}$ ，若无此相因子，重现的±1级象本应在物的原始位置及其镜象对称位置上。 \tilde{U}_O 前相因子 $e^{-i\varphi_R}$ 的作用有二：(1)二次项 $-(k/2z)(x^2 + y^2)$ 相

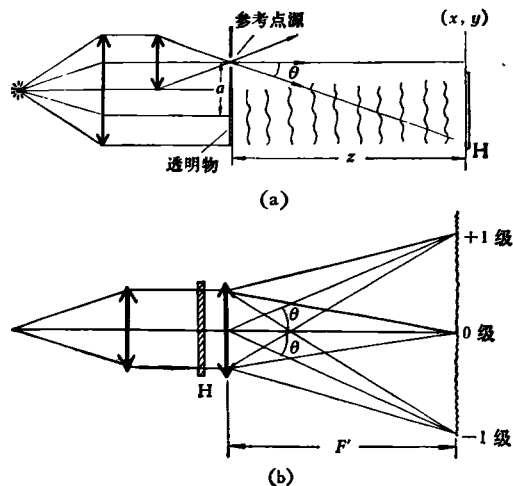


图 7.8 例题——共面照明全息装置

当于焦距为 $F = z$ 的凸透镜，原来的物平面是它的前焦面，于是+1级衍射波经它作用成象于无穷远；(2)一次项 ka/z 相当于一个顶角在下的稜镜，把光束向上偏折一个角度 θ ，其中 $\sin \theta = a/z$ 。(常数项 $ka^2/2z$ 无关紧要。) \tilde{U}^*_O 前相因子 $e^{i\varphi_R}$ 的作用恰好相反，它等效于一个凹透镜和一个顶角在上的稜镜，本来是会聚的-1级波所成的实象成了这个等效联合光具组的虚物，经过此光具组后成象于无穷远，且向下

偏折同一角度 θ 。

三、傅里叶全息图

物体或图象的光信息既直接表现在它的波前函数上，也蕴涵在它的频谱中。对物光波波前的全息记录和重现手段，同样可以用来记录和重现物光波的频谱，这就是所谓傅里叶变换全息图。

物频谱的全息记录装置可按图 7.9 所示安排，将透射物置于透镜的前焦面上，用正入射的平行光照明。由于透镜的傅里叶变换功能，在后焦面上获得物频谱。在透明物所在的平面内设置一个参考光源，它提供一个斜入射平面参考光波，照射在底片 H 上与物频谱波相干迭加，实现物频谱的全息记录。经线性冲洗，即得到一张傅里叶变换全息图。

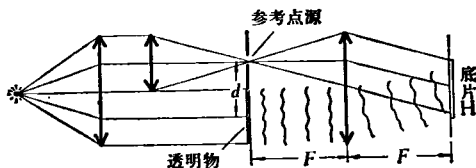


图 7.9 物频谱的全息记录装置

四、特征字符识别

下面介绍一个傅里叶全息图的应用——特征字符识别。

在一张图片上可能存在我们感兴趣的某种特征信息。例如一页纸上有许多字母（图 7.10 左），现欲将其中某个特定的字母 A 鉴别出来。为此，我们先按图 7.9 的方式制备这个特征信息（字母 A）的傅里叶全息图，然后将此傅里叶全息图插入 4F 系统的变换平面，作滤波器使用（匹配滤波器）。待识别的图象置于 4F 系统的输入平面，经系统信息处理的结果，在输出平面上除了几何光学象和一些杂乱的斑块外，还可能出现若干离散的亮斑。这些亮斑的分布反映了物平面上存在特征信息（字母 A）的部位。

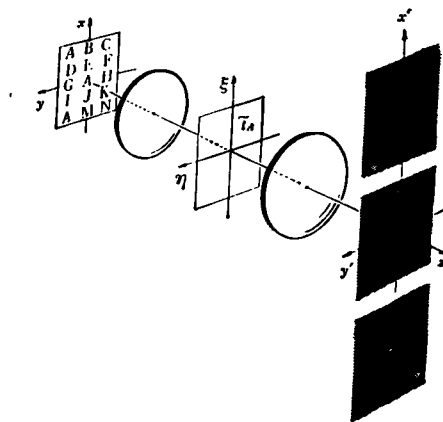


图 7.10 特征字符识别

特征字符识别的原理简述如下。先分析匹配滤波器的透过率 t_A ，设图 7.10 中参考光源在 xy 平面内的坐标为 $(d, 0)$ 。特征字符的信息为 $a(x, y)$ ，它们的频谱分别为

$$\delta(x-d, y) \rightleftharpoons e^{-i2\pi j_x d}, \quad (7.4)$$

$$a(x, y) \rightleftharpoons A(f_x, f_y), \quad (7.5)$$

其中 $(f_x, f_y) = (x', y')/\lambda F$ 。后焦面上的记录介质经线性冲洗后，其透过率函数 $\tilde{t}_A(x', y')$ 正比于干涉强度 $I(x', y')$ ：

$$\begin{aligned} \tilde{t}_A(x', y') &\propto I(x', y') \\ &= [e^{-i2\pi j_x d} + A(f_x, f_y)][e^{i2\pi j_x d} + A^*(f_x, f_y)] \\ &= 1 + AA^* + Ae^{i2\pi j_x d} + A^*e^{-i2\pi j_x d}. \end{aligned} \quad (7.6)$$

现将此全息图置于 4F 系统的变换平面上。设物信息为 $\tilde{U}_0(x, y)$ ，则变换平面上的衍射场为 $\tilde{U}_1(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{\tilde{U}_0(x, y)\}$ ，经匹配滤波器透射出来的波前为

$$\begin{aligned} \tilde{U}_2(\xi, \eta) &= \tilde{U}_1(\xi, \eta)\tilde{t}_A(\xi, \eta) \\ &= \tilde{U}_1(\xi, \eta)[1 + AA^* + Ae^{i2\pi j_x d} + A^*e^{-i2\pi j_x d}], \end{aligned} \quad (7.7)$$

其中

$$(f_x, f_y) = (\xi, \eta)/\lambda F.$$

最后我们求 4F 系统象面上的输出，这既可求上式的傅里叶变换式，又可求它的傅里叶逆变换式，二者只在坐标变量上相差一正负号，它反映了 4F 系统是横向放大率 $V = -1$ 的成象系

统(参看第六讲)。这里我们采用傅里叶逆变换,回到物平面上讨论问题。利用傅里叶变换的卷积定理和相关定理,式(7.7)中各项的傅里叶逆变换为

$$\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{U}_0(\xi, \eta)\} = \tilde{U}_0(x, y), \quad (7.8)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{U}_1(\xi, \eta)AA^*\} = \tilde{U}_0(x, y) * a(x, y) \otimes a(x, y), \quad (7.9)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{U}_1(\xi, \eta)Ae^{i2\pi/x^2}\} = \tilde{U}_0(x, y) * a(x, y) * \delta(x + d) = \tilde{U}_0(x, y) * a(x + d, y), \quad (7.10)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{U}_1(\xi, \eta)A^*e^{-i2\pi/x^2}\} = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{U}_1(\xi, \eta)[Ae^{i2\pi/x^2}]^*\} = [a(x, y) * \delta(x + d)] \otimes \tilde{U}_0(x, y) = a(x + d, y) \otimes \tilde{U}_0(x, y). \quad (7.11)$$

式(7.8)反映到象面上就成为几何光学象,而式

(7.9)是迭加在其上的一些杂散分布;式(7.10)和(7.11)分别是卷积项和互相关项,由于当初参考点源是离轴的,致使目前这两项分别出现在象面的上部和下部,其中最重要的是互相关项,它将给出反映特征字符位置的亮斑。理由大致可用相关函数的“搜索”作用来解释。因为对于黑白字符,相关的意义就是重迭面积的大小。只有相同字符才能完全重合,即它们的相关最强,不同字符的相关要弱得多。式(7.11)中的相关函数意味着用特征字符A的信息在物平面信息中搜索,一旦遇到与自身相同的字符时,就给出一个强烈的信号(亮斑)¹⁾。

1) 式(7.10)中的卷积相当于用倒转的特征字符去搜索,一般已不能与原字符完全重合了。

非晶态物理讲座

第四讲 非晶态半导体

韩汝琦

(北京大学计算机系)

一、概 论^[1]

当前,半导体器件广泛应用于国民经济的各个领域之中,这些半导体器件基本上是由晶体材料制成的。然而,并不只是晶态材料才具有优良的半导体性质,很多非晶态材料同样具有优良的半导体性质,称这些材料为非晶态半导体。

目前研究最多的非晶态半导体材料有两大类:一类是四面体配置的非晶态半导体(例如非晶硅);另一类是硫属非晶态半导体,包括二元系(例如As₃Se₂)和多元系(例如As₈₁Se₂₁Ge₃₀Tc₁₈)。在五十年代苏联的科兹洛夫等人开始了对硫属玻璃的研究,当时很少有人注意。直到1968年

美国的奥夫辛斯基关于用硫属玻璃薄膜制作开关元件的专利发表以后,才引起人们对非晶态半导体的兴趣。1975年英国的 Spear 等人在硅烷辉光放电分解制备的非晶硅中实现了掺杂效应,使控制电导和制造PN结成为可能,从而为非晶硅材料的应用开辟了广阔的前景。在理论研究方面,安德森和莫特建立了非晶态半导体的电子理论,并因而荣获1977年的诺贝尔奖。目前无论在理论方面还是在应用方面,非晶态半导体的研究工作正在很快地发展着。

与晶态相比非晶态材料的制备是比较容易的。制备方法有两类:熔体冷却和汽相沉积。所谓熔体冷却就是先把材料加热至熔化的液体状态,然后快速冷却使晶体成核长大来不及进行,就可以获得非晶态材料。不同的非晶态材