讲 座

误差理论与实验的数学处理讲座

第六讲 假设的检验与判断

高 崇 寿

(北京大学物理系)

一、假设检验的形式与分类

在实验结果的处理中常常需要从实验结果的分析中得出对所研究物理问题的判断。这些判断总是表现为某一个科学结论的被肯定或被否定。当然由于实验观察结果的随机特性，无论肯定或否定的判断都是通过概率的语言表述出来。假设检验就是对某一科学结论根据实验观测到的样本进行检验以作出判断的方法。

从原则上说，假设检验的基本形式是：提出一个科学论断，然后给出肯定或否定的判断。一般说来，待检验的科学论断往往和随机变量分布性质的某些方面相联系，或者可以归结为随机变量分布的某些性质。我们把待检验的科学断言称为一个统计假设，记作 H。例如，在前面我们曾举一个例子，某实验中观测不稳定粒子的寿命，判断其是否是K介子。这时要作的判断是它是否是K介子，但是这个判断需要通过实验上可以检验的量以准确的科学语言表述出来。因此可以把统计假设写作

$$H:\tau=\tau_{K},$$

即统计假设为“粒子的平均寿命等于K介子的平均寿命”。照直接的想象，回答只能是“是”或“不是”，因为不能既是又不是。但是由于平均寿命是统计分布中的参数，通过有限次测量的样本来估计 τ 的真值总会有一定的不确定性，因此准确的回答必然是 $\tau=\tau_K$ 的概率为某值。

从上面的分析可以看到，统计假设提出来时实际上就把一切可能事件归为 H 与“非 H”这两个事件，而这两个事件构成一个互斥事件的完备集。通过实验希望判断的是究竟发生了 H 还是“非 H”。实际检验的结果常常是判断“非 H”发生的概率为 α，H 发生的概率为 $1-\alpha$。

在上面还举过一个例子，所测粒子实际上只可能是K介子或 π 介子，这时 $\tau=\tau_K$ 和 $\tau=\tau_\pi$ 就构成了互斥事件的完备集。这里 $\tau=\tau_\pi$ 代替 $\tau\neq\tau_K$ 是由于在这个问题中对所处理问题在物理上有进一步的了解。尽管在这两种情况下它们都是包括了 $\tau=\tau_K$ 以外的一切可能性，但是在假设检验时还是有不相同的。在前面的情形，如果得出 H 的概率为 $1-\alpha$，自然得到“非 H”的概率为 α。在后面的情形只从 H 的检验入手得出 H 的概率为 $1-\alpha$，则虽然得到“非 H”的概率为 α，但不等于说“非 H”自然就是 H'(H': $\tau=\tau_\pi$)。因此在后一种情况下，就必须在检验 H 的同时就已经考虑了“非 H” $=H'$ 的要求。

在后一种情况中，被检验的假设 H 叫作原假设，H' 称为备择假设，这种检验称为 H 对于 H' 的检验。

由此可见，假设检验的基本形式分为两类：

1. 显著性检验：检验观测值样本是否和原假设存在显著的矛盾。例如上例记作

$$H:\tau=\tau_K. \tag{6.1}$$

2. 参数检验：由观测值样本检验原假设和备择假设中哪一个更可被接受。例如上例记作

$$H:\ \tau=\tau_K,\ H':\ \tau=\tau_\pi. \tag{6.2}$$

从这两类来看，显然第一类是基础。其基本作法是首先把所要检验的科学结论表述成为一个统计假设；然后选取适当的统计量，这个统

计量在假设成立条件下的概率已知，这个统计量称为检验统计量；再选择这个统计量可取值的一个区域，这个区域的概率密度值很小，整个区域的总概率 α 也很小，这个区域称为拒绝域；如果统计量的值落到拒绝域内，就说观测结果与假设 H 有显著的矛盾（显著水平 α），反之则称观测结果与假设 H 没有显著的矛盾（显著水平 α）.

我们仍举以前举过的例子说明这两类检验．测某种粒子的平均寿命，检验其是否是K介子，统计假设为

$$H:\tau=\tau_K=(1.2371\pm0.0026)\times10^{-8}\mathrm{s}.$$

选择的统计量就是一次测量的寿命 t，其在 $\tau=\tau_K$ 情况下的概率密度函数已知为

$$p(t|\tau=\tau_K)=\frac{1}{\tau_K}e^{-\frac{t}{\tau_K}}.$$

如果选取检验的显著水平 $\alpha=5\%$，拒绝域为

$$\omega: t>3.00\tau_K=3.71\times10^{-8}\mathrm{s},$$

则实验测到的五个事例 $(0.76\times10^{-8}\mathrm{s},\ 0.43\times10^{-8}\mathrm{s},\ 1.85\times10^{-8}\mathrm{s},\ 2.06\times10^{-8}\mathrm{s},\ 3.10\times10^{-8}\mathrm{s})$ 都在拒绝域之外，因此这五个事例在显著水平 5% 之下都与是K介子无显著矛盾.

如果同一个实验，检验其是否是 π 介子，统计假设应改为

$$H:\tau=\tau_\pi=(2.6030\pm0.0023)\times10^{-8}\mathrm{s}.$$

选择的统计量仍是一次测量的寿命 t，其在 $\tau=\tau_\pi$ 情况下的概率密度函数为

$$p(t|\tau=\tau_\pi)=\frac{1}{\tau_\pi}e^{-\frac{t}{\tau_\pi}}.$$

显著水平 $\alpha=5\%$ 之下拒绝域为

$$\omega:\ t>3.00\tau_\pi=7.81\times10^{-8}\mathrm{s}.$$

显然，这五个事例在显著水平 5% 之下都与是 π 介子无显著矛盾.

这样作都是显著性检验，但是如果考虑到实际上这些粒子只能是K介子或 π 介子，象上面这样的检验就不够了，因为上面的两次检验都没有反映出“是K介子”和“是 π 介子”构成一个互斥事件的完备集．要作能反映这点的检验就必须将原假设和备择假设都采用进来而作参数检验.

二、参数的显著性检验

在上例中观察到的粒子寿命服从指数分布是科学上已知的，需要检验的统计假设是指数分布中的参数 τ 是否等于 τ_K．这种随机变量的概率密度函数的形式已知，需要检验的是这分布中参数的数值是否和样本有显著矛盾的情形称为参数的显著性检验.

对于参数的显著性检验有许多种方法，基本上可以分为两类：

1. 利用给定参数下某统计量的分布函数已知，通过这个统计量的概率密度函数规定拒绝域，对参数进行显著性检验．上面举的例子就是这种类型.

2. 利用参数估计的置信区间描述直接确定参数的拒绝域．这时确定了置信水平 ξ 下的置信区间后，区间以外就是拒绝域，其显著水平为 $\alpha=1-\xi$.

为了说明这种方法，把上面的例子用这种方法也进行检验.

$$H:\ \tau=\tau_K.$$

按这种方法，需要求 τ 的置信区间估计．在本例中可以通过样本 t 对 τ 的估计值 $\hat{\tau}$ 的分布作估计．在 $N=1$ 时，即只测量一次的情形 $\hat{\tau}=t$，$\hat{\tau}$ 的概率密度函数为

$$p(\hat{\tau};\ \tau)=\int p(t;\ \tau)\delta(t-\hat{\tau})dt=\frac{1}{\tau}e^{-\frac{\hat{\tau}}{\tau}}.$$

实际上就是 t 的概率密度函数中把 t 换成 $\hat{\tau}$.

如果取置信水平为 95%，确定的置信区间由

$$P_r\left(\frac{\hat{\tau}}{\tau}<3.00\right)=0.95$$

决定，亦即 $P_r(3.00\tau>\hat{\tau})=0.950$，由此可定显著水平 $\alpha=1-0.95=0.05$ 下的拒绝域为

$$\tau<\frac{1}{3.00}\hat{\tau}.$$

在实际作检验时，$\hat{\tau}$ 利用实验测得的 $\hat{\tau}=t$ 代

入，τ 用 τ_K 代入，如果 $\tau_K < \frac{1}{3.00} t$，则在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝该粒子是K介子的统计假设。

比较上面这两种作法，我们发现在这个例子中实际上是一样的．发生这情况的原因在于在前一种作法中我们选的统计量实际上就是要判断参数的估计值，因此这统计量的概率密度函数实际上就是参数估计值的概率密度函数．而在后一种作法中，为了给出置信区间描述，首先求出参数估计值的概率密度函数，这样两种作法实际上就完全相同了．

在一般情况下，第一种作法并不一定要选参数的估计值作检验统计量，后一种作法也不一定必要求出待估参数的概率密度函数，只要给出所需的置信区间估计就行了．因此在一般情况下，两种作法并不相同．对一个具体问题采用哪种作法合适，应根据具体实际情况来决定．但既然参数估计是参数的显著性检验的基础，象上例那样的两种作法统一的作法还是最常用的，下面作一些具体说明．

在参数估计中常用无未知参量的分布求待估参量的置信区间．利用这个方法也就可以作参数的显著性检验．在过去介绍过的已有：

1. 如果 x 服从指数分布，其期待值为 μ，则 μ 的估计值为

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i, \tag{6.3}$$

统计量

$$\chi^2 = 2\frac{\hat{\mu}}{\mu}N = \frac{2}{\mu}\sum_{i=1}^{N} x_i, \tag{6.4}$$

服从自由度 $\nu = 2N$ 的 χ^2 分布．在置信水平 ξ 下，参数 μ 的置信区间由下式给出：

$$P_r\left(\frac{2\sum_{i=1}^{N} x_i}{\chi^2_{\frac{1}{2}(1+\xi)}(2N)} \leqslant \mu \leqslant \frac{2\sum_{i=1}^{N} x_i}{\chi^2_{\frac{1}{2}(1-\xi)}(2N)}\right) = \xi. \tag{6.5}$$

作检验时，如取显著水平为 α，则令 $\xi = 1 - \alpha$，(6.5) 式确定区域之外的区域即为拒绝域．

2. 如果 x 服从方差为 σ^2 的正态分布，要检验 x 的期待值是否为 μ，可以利用

$$u = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma}\sqrt{N} \sim n(u;\ 0,\ 1) \tag{6.6}$$

来估计 μ 的置信区间并进而讨论检验问题．如取显著水平为 α，拒绝域可由

$$|u| > u_{1-\alpha} \tag{6.7}$$

确定．$u_{1-\alpha}$ 为标准正态分布在置信水平为 $\xi = 1 - \alpha$ 时的误差限，可以查表确定．

如果不知道 x 是否服从正态分布或已知 x 服从的不是正态分布，根据极限定理，在样本容量 N 很大时，样本平均值的分布渐近地服从正态分布．因此，在这种情况下，只要 N 很大，仍可用 u 进行检验．

3. 如果 x 服从的是正态分布，但方差未知，需要检验 x 的期待值是否为 μ，这时可以利用

$$t = \frac{(\bar{x} - \mu)\sqrt{N-1}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}} \tag{6.8}$$

服从自由度 $\nu = N - 1$ 的 t 分布．显著水平为 α 的拒绝域可表为

$$|t| > t_{1-\alpha}, \tag{6.9}$$

其中 $t_{1-\alpha}$ 为自由度 $\nu = N - 1$ 的 t 分布在置信水平为 $\xi = 1 - \alpha$ 时的误差限，可以查表确定．

4. 如果 x 服从正态分布，要检验其方差是否是 σ^2，可以利用

$$\chi^2 = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 \tag{6.10}$$

服从自由度为 $N-1$ 的 χ^2 分布来估计 σ^2 的置信区间和拒绝域．显著水平 α 的拒绝域为

$$\sigma^2 < \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{\chi^2_{1-\frac{1}{2}\alpha}(N-1)}$$

和

$$\sigma^2 > \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{\chi^2_{\frac{1}{2}\alpha}(N-1)}. \tag{6.11}$$

5. 如果 x 和 y 分别服从正态分布 $n(x;\ \mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $n(y;\ \mu_2, \sigma_2^2)$，要检验 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 是否成立，利用上面所说的 χ^2 分布，可以证明对于

$$S_1^2=\frac{\sum_{i=1}^{N_1}(x_i-\bar{x})^2}{N_1-1},$$

$$S_2^2=\frac{\sum_{i=1}^{N_2}(y_i-\bar{y})^2}{N_2-1}, \tag{6.12}$$

其期待值分别为

$$\langle S_1^2\rangle=\sigma_1^2,\ \langle S_2^2\rangle=\sigma_2^2. \tag{6.13}$$

因此自然的想法是考察 S_1^2 与 S_2^2 是否相近. 这件事严格地说是通过 F 检验来实现，下面首先介绍 F 分布.

若 χ_1^2 和 χ_2^2 互相独立，并且 $\chi_1^2\sim\chi^2(\nu_1)$, $\chi_2^2\sim\chi^2(\nu_2)$，则随机变量

$$F=\frac{\chi_1^2\nu_2}{\chi_2^2\nu_1} \tag{6.14}$$

服从自由度为 (ν_1,ν_2) 的 F 分布，可简记为 $F\sim F(\nu_1,\nu_2)$. F 的分布函数为

$$\frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}}\times\frac{F^{\frac{\nu_1}{2}-1}}{\left(1+F\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2}}}, \tag{6.15}$$

F 的期待值和方差分别为

$$\langle F\rangle=\frac{\nu_2}{\nu_2-2},$$

$$\sigma^2(F)=\left(\frac{\nu_2}{\nu_2-2}\right)^2\frac{2(\nu_1+\nu_2-2)}{\nu_1(\nu_2-4)}. \tag{6.16}$$

值得注意的是期待值只与 ν_2 有关，但方差则同时还与 ν_1 有关；此外

$$\frac{\sigma(F)}{\langle F\rangle}=\sqrt{\frac{2(\nu_1+\nu_2-2)}{\nu_1(\nu_2-4)}} \tag{6.17}$$

在 ν_1 和 ν_2 都很大时取值很小，这时 F 的分布比较集中在 $\langle F\rangle$ 附近，这些都是 F 分布值得注意的特点.

现在回过来看对 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$ 的检验. 如果 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$，则

$$F=\frac{S_1^2}{S_2^2}\sim F(N_1-1,N_2-1). \tag{6.18}$$

因此，期待值应为 $\langle F\rangle=\frac{N_2-1}{N_2-3}$，即 F 值应在此附近. 若 F 值太大或太小，则表明 σ_1^2 与 σ_2^2 可能并不相等. 当然，采用 F 检验时需要使用 F 检验的临界值表.

三、函数拟合性检验

在许多问题中需要检验的不是随机变量分布中参数的值，而是随机变量 x 的分布 $p(x;\theta)$ 是否是某种确定的分布形式 $f(x;\theta)$. 这种问题实际上是用已知函数去拟合实验观测到的样本，考察拟合得是否合理，因此称为拟合性检验.

拟合性检验的方法很多，并且针对不同具体问题常常有特殊的然而却是有效的检验方法. 我们仅讨论几个最常用的典型方法.

1. χ^2 检验

在用最小二乘法作曲线拟合时，在得到拟合曲线后都应该作 χ^2 检验，以审查所作的拟合是否合理. 把这种 χ^2 检验加以改造就成为在拟合性检验中所用的 χ^2 检验.

在用最小二乘法作曲线拟合时是要找两个观察量 y 与 x 之间的函数关系，而在拟合性检验中要检验的函数是 x 的概率密度函数 $p(x;\theta)$，亦即用概率密度函数的值来代替 y 的值. 因此要把 χ^2 检验推广过来必须要找到一个实验中直接观察的量，它能反映概率密度的值，这对应于在最小二乘法中测量 y. 既然概率密度的含义是在随机变量取值 x 附近单位区间的概率含量，因此可以用一定区间内的概率含量作为一个物理量，而把作 N 次观测时观察到这区间内的频率作为这概率含量乘 N 的观测值. 这样给出了拟合性检验的 χ^2 检验如下:

假设 x 的概率密度函数为 $f(x;\theta)$,

$$H:\ p(x;\theta)=f(x;\theta), \tag{6.19}$$

θ 为 m 个未知参数，对 x 进行 N 次观测得到样本 $x_1,\cdots,x_N$. 用最大似然法算出 θ 的估计值 $\hat{\theta}$ 代入假设的分布中给出 $f(x;\hat{\theta})$.

把 x 的可取值区间 $(-\infty,+\infty)$ 分成 n 个区间，区间的大小没有特殊限制，分点记作

$a_1, \cdots, a_{n-1}$，则第 i 个区间的概率含量为

$$p_i = \int_{a_{i-1}}^{a_i} f(x;\ \hat{\theta}) dx, \tag{6.20}$$

其中 $a_0 = -\infty$，$a_n = +\infty$. 样本观测值落入第 i 区间的个数若为 N_i，它相当于 Np_i 的实际观测值.

定义 Pearson χ^2 量为

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(N_i - Np_i)^2}{Np_i}. \tag{6.21}$$

当 $N \to \infty$ 时，可以证明 χ^2 渐近地服从自由度 $\nu = n - m - 1$ 的 χ^2 分布. 因此可以在 N 很大时利用这样的方法进行 χ^2 检验.

取显著水平为 α，则当

$$\chi^2 \geqslant \chi^2_{1-\alpha}(n - m - 1) \tag{6.22}$$

时样本与 $H: p(x;\ \theta) = f(x;\ \theta)$ 有显著矛盾. 按 χ^2 分布性质，χ^2 的合理值应在 $\langle \chi^2 \rangle = n - m - 1$ 附近.

现在看 Pearson χ^2 量的构成. 和过去熟知的 χ^2 量比较，n 相当于过去

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sigma^2}$$

中的样本容量 N，N_i 相当于 x_i，Np_i 相当于 $\bar{x}$，而在分母上的 Np_i 相当于方差. 这最后一点是由于 N_i 是频数，在 N 很大时，N_i 相当于按泊松分布，因此其方差等于期待值. 从这个比较也就可以看出其构成是可以理解的了.

再看这个 χ^2 量的自由度，$n - 1$ 是由于 n 个频数 N_i，但还有一个求和规则 $\sum_{i=1}^{n} N_i = \sum_{i=1}^{n} Np_i = N$ 限制掉一个自由度造成的，$-m$ 是因为定 m 个参数的估计值时还要用去 m 个自由度. 因此 $\chi^2 \sim \chi^2(n - m - 1)$ 是很自然的了.

2. 符号检验

如果有两个随机变量 x 和 y，它们的概率密度函数可能并不知道，但需要判断的是它们的概率密度函数是否相同. 即需要检验的统计假设为

$$H: p(x) = p(y). \tag{6.23}$$

若对 x 和 y 各作 N 次测量，得 N 组 (x_i, y_i)，考察 $x_i - y_i$，分为三类：$x_i - y_i > 0$ 的归入"+"类，$x_i - y_i < 0$ 的归入"−"类，$x_i - y_i = 0$ 的归入"0"类. 用 n_+ 和 n_- 标志属于"+"类和"−"类的个数，显然 $n = n_+ + n_- \leqslant N$. n_+ 服从二项式分布

$$p(n_+) = \frac{n!}{n_+!\, n_-!} p^{n_+}(1 - p)^{n_-}, \tag{6.24}$$

其中 $p = P_r(x + y > 0)$. 当 $p(x) = p(y)$ 时，$p = 1 - p = \frac{1}{2}$，故得

$$p(n_+) = \frac{n!}{n_+!\, n_-!} \left(\frac{1}{2}\right)^n. \tag{6.25}$$

显然 $\langle n_+ \rangle = \langle n_- \rangle = \frac{1}{2} n$. 可以选

$$S = \min(n_+,\ n_-) \tag{6.26}$$

作为检验统计量. 如果 S 远小于 $\frac{1}{2} n$，则 x 与 y 的分布有显著差异. 对于显著水平 α，拒绝域为 $[0, S_\alpha]$，S_α 称为临界值，它是满足

$$\sum_{i=1}^{S'_\alpha} \frac{n!}{i!\,(n - i)!} < 2^{n-1}\alpha \tag{6.27}$$

的最大整数 S'_α，S_α 的值可以查符号检验表.

符号检验的最大优点在于与分布的具体形式无关，直接检验 x 与 y 的分布是否相同.

四、参数似然比检验

现在以参数似然比检验为例介绍参数检验的一种常用方法. 参数检验中经常遇到的情况是观测值 x 的分布函数形式 $p(x;\theta)$ 已知，但 θ 只能取 θ_1 或 θ_2 两者之一，即

$$H:\ \theta = \theta_1,\ H':\ \theta = \theta_2. \tag{6.28}$$

和过去一样，选取一个统计量 $\lambda = \lambda(x)$，决定一个显著水平 α 的拒绝域 ω，按样本的 λ 值落于拒绝域内或外决定拒绝或接受原假设. 但这样作的判断仍可能是错误的. H 成立而被拒绝称第一类错误，其概率 α 称为检验的损失. H 不成立而被接受称为第二类错误，其概率 β 称为检验的污染. 在处理参数检验时，要认真考虑如何选取检验统计量，要使两种不同参数下该统计量的概率密度函数尽可能地分开. 然后

在选择拒绝域时，尽可能使在给定的显著水平 α 下的污染 β 很小，$1-\beta$ 又称为检验的功效.

对于一定的损失 α，一种检验统计量 $\lambda(x)$ 和对于 λ 值的拒绝域合起来确定一种检验方法，这拒绝域也反映为样本的一个拒绝域 ω_α，可表为

$$\int_{x\in\omega_\alpha} L(x|\theta_1)dx = \alpha. \qquad (6.29)$$

检验的功效为

$$1-\beta = \left\langle\left(\frac{L(x|\theta_2)}{L(x|\theta_1)}\middle|\ \theta=\theta_1\right)\right\rangle_{\omega_\alpha}. \qquad (6.30)$$

因此，如果选取使

$$\lambda(x) = \frac{L(x|\theta_1)}{L(x|\theta_2)} < \lambda_\alpha \qquad (6.31)$$

的 x 值构成的区域为 x 空间的拒绝域，其中 λ_α 由保证损失为 α 所决定，则这样得出的检验功效最大

仍以粒子的衰变为例，

$$H:\ \tau=\tau_K,\ H':\ \tau=\tau_\pi,$$

$$L(x|\theta) = \frac{1}{\tau^N}\exp\left(-\sum_{i=1}^{N} t_i/\tau\right).$$

如果选用 $\mu(t)=\sum_{i=1}^{N} t_i$，在显著水平 α 下，ω_α 由下式决定:

$$\alpha = \int_{t\in\omega_\alpha} L(t|\tau_K)dt$$

$$= e^{-\frac{\mu(t)}{\tau_K}}\left\{1+\frac{\mu(t)}{\tau_K}+\frac{1}{2!}\left[\frac{\mu(t)}{\tau_K}\right]^2 + \cdots + \frac{1}{(N-1)!}\left[\frac{\mu(t)}{\tau_K}\right]^{N-1}\right\}.$$

由此式解出 $\mu(t)$ 的值称为 μ_α.

由似然比函数给出的拒绝域不等式为

$$\frac{\tau_\pi^N}{\tau_K^N} e^{-\left(\frac{1}{\tau_K}-\frac{1}{\tau_\pi}\right)\mu(t)} < \lambda_\alpha.$$

实际上得到的最后判据为：若 $\mu(t)=\sum_{i=1}^{N} t_i > \mu_\alpha$，则拒绝 $\tau=\tau_K$；如 $\mu(t)<\mu_\alpha$，则接受 $\tau=\tau_K$.

在上面的作法中，我们选用的检验统计量是似然比. 但似然比给出的拒绝域的不等式实际上就是对 $\mu(t)$ 的限制，因此这限制也就直接和通过 $\mu(t)$ 定拒绝域的式子联系起来了.

在上面所讨论的统计假设是采取

$$H:\ \theta=\theta_1,\ H':\ \theta=\theta_2$$

的形式，这时称为简单假设. 如果参数的可取值不止两组，要检验的是当把参数的一切可取值分为两个集合，检验其是否属于第一个集合，这时称为复杂假设. 复杂假设的检验方法是在简单假设的检验方法基础上，考虑了复杂假设的特点推广而发展起来的，这里就不仔细介绍了.

新实验技术在材料研究中的应用讲座

第八讲 微分干涉衬度显微镜的原理与应用

高 维 滨

(中国科学院半导体研究所)

显微镜是材料科学等基础研究的工具. 制造工艺的进步能极大地提高其性能，也能扩展它的用途. 但是，显微镜原理上的某些突破，则起了更重要的作用. 例如，Zernike 提出的“将物的位相分布转换成象的光强分布”的相位衬度法 (phase contrast). 根据 Zernike 提出的原理，1947 年制成的相位衬度显微镜，作为光学信息处理原理的第一个实际应用而获得诺贝尔