随机符合法测 g

陈金峰

（武汉大学空间物理系）

在自由落体法测量重力加速度 g 中，需要测量物理下落过程中三点之间的距离 Δs_1 和 Δs_2，以及物体下落通过这三点所经历的时间间隔 Δt_1 和 Δt_2．计算重力加速度 g 的公式为

$$g = 2\frac{(\Delta s_1 + \Delta s_2)\Delta t_1 - \Delta s_1(\Delta t_1 + \Delta t_2)}{(\Delta t_1 + \Delta t_2)\Delta t_1 \Delta t_2}, \tag{1}$$

式中 $\Delta s_1 = s_2 - s_1$，$\Delta s_2 = s_3 - s_2$；$\Delta t_1 = t_2 - t_1$，$\Delta t_2 = t_3 - t_2$。

Δt_1 和 Δt_2 可通过对标准振荡频率计数，并经频率/时间变换求得，而距离 Δs_1 和 Δs_2 可用激光相干涉测量．问题在于如何选择物体下落过程中的三个参考点．若以计时脉冲为准来定这三点，则最大测距误差可达 $\pm\lambda/2$；若以相干波脉冲为准来定这三点，则最大测时误差可达 $\pm 1/f$．当然，也可以对尾数部分加以修正，但是设备复杂，而且测量误差较大．本文介绍的方法从原理上彻底克服了这一困难．

随机符合法测 g 的原理是：选择计时脉冲和干涉条纹脉冲同时出现的特殊时刻来定三个参考位置，两脉冲同时出现可用符合电路来检测[1]，所以称为随机符合法测 g．

随机符合法测 g 首先要考虑的问题是符合概率（即计时脉冲和相干波脉冲同时出现的可能性）．为此，我们先进行粗略的估计．因为相干波脉冲的周期是随物体下落速度的变化而变化的，所以我们可将计时脉冲和相干波脉冲当作随机事件来处理．假设它们的周期分别为 T_1 和 T_2，脉冲宽度为 t_u，则它们在时间上出现的概率分别为 $P_1 = \frac{t_u}{T_1}$ 和 $P_2 = \frac{t_u}{T_2}$．由于它们是不相关的，所以它们同时出现的概率为 $P = P_1 \cdot P_2$．很显然，这个概率不为零．由于 T_2 是个变量，直接利用这个概率来计算统计平均值有困难．

要对计时脉冲和相干波脉冲随机符合概率进行定量计算，可利用离散随机变量的超越几何分布．超越几何分布的定义为[2]：设一个盒子里装有 N 个珠子，其中包含 M 个有记号的珠子．若任意从中拿出 n 个珠子，并计算这 n 个珠子中有记号的珠子数，那么有 x 个有记号的珠子的概率为

$$P(x) = \binom{N}{n}^{-1}\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}. \tag{2}$$

x 的期望值为

$$Ex = nM/N \tag{3}$$

怎样将我们的问题与超越几何分布联系起来呢？设在 Δt 内，计时脉冲数为 M，相干波脉冲数为 n，若两种脉冲的宽度都为 t_u，那么在 Δt 内所包含的总脉冲数为

$$N = \Delta t/t_u. \tag{4}$$

在这 N 个脉冲中，有 M 个是计时脉冲，有 n 个是相干波脉冲．若将 n 个相干波脉冲取出，则在这 n 个相干波脉冲中所包含的计时脉冲数就表示这两种脉冲同时出现的次数．很明显，它服从上述的超越几何分布．所以在 Δt 内计时脉冲和相干波脉冲符合次数的统计平均值为

$$C = \frac{nM}{N}. \tag{5}$$

以上是考虑两种脉冲完全重合的统计平均值．对于实际符合电路，只要两脉冲的重合宽度大于符合电路的开关时间，符合电路对于两脉冲的部分重合也能产生符合脉冲．这样，实际电路给出的符合脉冲数将大于式(5)给出的值．如果忽略符合电路的开关时间，只要两脉冲有部分重合，直到两脉冲前后沿相连，符合电路都能产生一个符合脉冲，那么符合脉冲数的

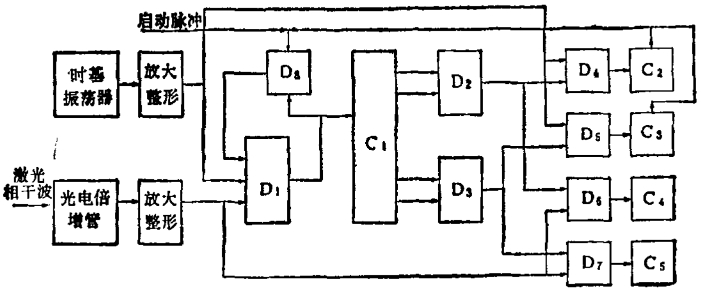

图1　随机符合法测 g 电路原理图

最大统计平均值为

$$C_{\max} = 2nM/N. \tag{6}$$

利用随机符合法测 g 的具体电路方案如图1所示．计时脉冲和相干波脉冲同时加到符合门 D_1，当计时脉冲和相干波脉冲同时达到符合门 D_1 时，符合门 D_1 输出一符合脉冲，计数器 C_1 对符合脉冲数计数，并产生相应的控制信号．当符合门 D_1 输出第一个符合脉冲时，与门 D_2 输出高电平，将与门 D_4 和 D_6 打开，使计数器 C_2 和 C_4 开始分别对计时脉冲和相干波脉冲计数．此时，由于 D_3 输出低电平，则与门 D_5 和 D_7 封闭，使计数器 C_3 和 C_5 不工作．当符合门 D_1 输出第二个符合脉冲时，与门 D_2 输出转为低电平，将与门 D_4 和 D_6 关闭，使计数器 C_2 和 C_4 停止工作．同时，由于与门 D_3 输出高电平，则与门 D_5 和 D_7 打开，使计数器 C_3 和 C_5 开始分别对计时脉冲和相干波脉冲计数．当符合门 D_1 输出第三个符合脉冲时，与门 D_3 输出也转为低电平，它将与门 D_5 和 D_7 关闭，使计数器 C_3 和 C_5 停止工作．这样，以三个符合脉冲所对应的位置作为参考点，使得时间间隔 Δt_1 和 Δt_2 都为计时脉冲周期的整数倍，距离间隔 Δs_1 和 Δs_2 也都为相干波半波长的整数倍：

$$\Delta t_1 = C_2 \cdot 1/f,\ \Delta t_3 = C_3 \cdot 1/f,$$

$$\Delta s_1 = C_4 \cdot \lambda/2,\ \Delta s_2 = C_5 \cdot \lambda/2,$$

其中 f 为计时脉冲的频率，λ 为激光相干波波长，C_2，C_3，C_4 和 C_5 分别为各计数器的读数．

为了防止由于与门 D_1 的连续动作而使计数器 C_2 和 C_4 或 C_3 和 C_5 的计数太少，从而使相对测量误差增大，可利用符合门 D_1 输出的符合脉冲将触发器 D_8 置"0"，使 D_8 的输出变成低电平，将符合门 D_1 暂时关闭，直到计数器 C_2 或 C_3 有了一定计数后，输出一脉冲将触发器 D_8 置"1"，将与门 D_1 打开．触发器 D_8 的另一作用是：当符合门 D_1 输出第三个符合脉冲时，触发器 D_8 便置于"0"，使符合门 D_1 关闭．由于没有信号将 D_8 再次置于"1"，这就使得符合门 D_1 不可能输出三个以上符合脉冲，从而避免了计数器 C_2，C_3，C_4 和 C_5 多次进入计数状态，保证了测量数据的可靠性．

关于测量精度的分析，从电路上来说，本方案的测量误差仅决定于整形电路的稳定性和整形后的脉冲宽度以及符合门 D_1 的开关速度．符合门 D_1 的开关时间决定了脉冲的最小宽度，后者又决定了最大测时和测距误差．若要使 g 的绝对粘度达到 10^{-7}，则式(1)中各项的测量精度应达到 10^{-8} 左右．对于一米长的真空试验装置，物体下落约需 0.4 s 多，若使 Δt_1 和 Δt_2 不小于 0.1 s，且脉冲宽度为 1 ns，则计时精度可达 10^{-8}．测距误差为 $t_u/T \cdot \lambda/2$，这里 T 为相干波脉冲的周期．最大测距误差发生在 Δs_2，因为最后一个相干波的周期 T 最小．为了使 Δs_1 和 Δs_2 的测量精度达到相同的数量级，应使 $\Delta s_2 > \Delta s_1$．若激光波长小于 1 μm，则也可使 Δs_1 和 Δs_2 的测量精度接近 10^{-8} 水平．

参 考 文 献

[1] 赖祖武等编，核物理电子学方法，上海科学技术出版社，(1961)，458.

[2] V. K. Rohatgi, An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics, Wiley-Interscience Publication John Weley & Sons, (1976), 192.