

# 固体中超声波传播的非线性畸变

王耀俊

(南京大学声学研究所)

研究超声波在固体媒质中传播规律时,通常采用线性近似方法,略去声波参数(如位移、应变和应力等)的二级小量,假定应力和应变的关系遵从胡克定律。这样,固体中声波参数所满足的波动方程是一类线性二阶偏微分方程,其解代表简谐振动或许多简谐振动的叠加。在线性近似下,任何不同类型的简谐波均可独立地传播。若不考虑媒质引起的声波衰减,则声波的波形不变。

但是,对于在固体中传播的强度较高的声波,应力和应变不再能用胡克定律来描述。媒质质点振动的非线性项应该保留。从波的传播特性来看,原来的简谐波基振动在其传播过程中将产生高次谐波分量,发生波形畸变。

为了要定量地了解固体中超声非线性传播规律,首先必须建立非线性波动方程,然后对它求解。各向异性晶体中非线性波动方程的一般形式是十分复杂的,很难写出其解的解析表达式,而只能借助于电子计算机得到数值解。然而对于各向同性固体和沿立方晶体某些特殊方向上传播的声波,如果仅考虑其参数的二级小量,所满足的非线性方程和解的形式并不复杂。从这些方程出发,我们仍可以了解超声非线性传播的某些共同规律。

在立方晶体中沿[100],[110]和[111]三个方向上纵波的非线性波动方程可写成<sup>[1]</sup>

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = K_2 \frac{\partial^2 u}{\partial a^2} + (3K_2 + K_3) \frac{\partial u}{\partial a} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial a^2}, \quad (1)$$

式中  $\rho_0$  是固体平衡时的密度,  $u$  为质点位移,  $a$  为声波传播方向上的坐标。对于上面所提及的三个方向,(1)式中的  $K_2$  仅与晶体的二阶弹

性常数  $C_{11}, C_{12}, C_{44}$  有关,而  $K_3$  则是其三阶弹性常数  $C_{111}, C_{112}, C_{166}, C_{144}, C_{123}$  和  $C_{456}$  的组合。

显然,非线性波动方程(1)式与线性近似后的波动方程的差别仅在于:(1)式的右边出现了位移对坐标导数的乘积项,即  $\frac{\partial u}{\partial a} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial a^2}$ ,它是二级小量。对于(1)式这样的非线性偏微分方程,可用叠代方法求解。其解包含基频波和二次谐波等高次谐波信号。二次谐波振幅  $A_2$  除了依赖于基频波振幅  $A_1$  外,还与  $K_2, K_3$  有关。这样,测量  $A_2$  的数值就可确定固体的三阶弹性常数。

固体的三阶弹性常数形式上是形变固体内能展开式中应变立方项的系数,但本质上与固体中晶格微观结构有着密切的联系,是描述固体特征的重要参数。我们知道,固体的热传导、热膨胀、绝缘体中超声的衰减都来自固体晶格原子或分子的非线性热振动的相互作用,这些相互作用又与晶格间非线性相互作用势有关。晶格的这些非线性特性也决定了三阶弹性常数<sup>[2]</sup>。所以,三阶弹性常数的估计是研究晶格原子或分子间相互作用势的一个重要途径。

晶体所具有的独立的三阶弹性常数的个数决定于晶体的对称性。对称性最高的立方晶体具有六个独立的三阶弹性常数,对称性最差的三斜晶体独立的三阶弹性常数则有 56 个,而对于各向同性固体,独立的三阶弹性常数数目为 3。

用声学方法确定固体的三阶弹性常数时,通常必须测定样品在均匀的静水压力作用下和单轴压力作用下声速的变化量。对于立方晶体,通过测定声速相对于静水压力的变化只能得到它们的六个三阶弹性常数的三种组合数值,因

而尚需测定其它声学量以获得它们的另外三种组合的数值。若使用小的单轴应力,则因声速变化过小而给三阶弹性常数的估计带来明显的误差。目前常用的方法是测定沿[100],[110]和[111]三个方向上传播一定距离后二次谐波振幅和基波振幅的绝对值,这样连同声速随静水压力的变化,最终能完全确定它们的六个三阶弹性常数<sup>[3]</sup>。

理论上,晶体中相对于晶轴的任何方向上传播的二次谐波均与三阶弹性常数有关,但在各向异性的晶体中,只有在某些特殊方向(例如上面提到的立方晶体的三个方向)上才能传播纯波模式,而在其它方向上传播的是准波模式。对于纯纵波,质点振动方向与波的传播方向严格平行;对于纯横波,质点振动方向与传播方向严格垂直。但对于准纵波和准横波,情况并非如此,其能量传播方向与相位波阵面的传播方向也不一致。所以,准波模式传播时高次谐波的分析较纯波时要困难得多。正因如此,用声学方法估计晶体的三阶弹性常数的实验工作,至今大部分是测定声波在晶体某些特殊方向上的基波随静水压力的变化和二次谐波的振幅的。实验样品大多为各向同性固体和对称性较高的单晶体。

在包含位错的固体中,超声波的非线性畸变还来自位错在声波应力的作用下的非线性振荡。这种振荡将引起晶体的附加应变。这时,媒质中的应变是通常弹性应变和位错产生的附加应变的叠加。

考虑了晶体的弹性非线性和位错运动的非线性后,有限振幅超声纵波所伴随的二次谐波与两种非线性有关,且它们之间存在耦合<sup>[4]</sup>。但三次谐波主要起因于位错线段的非线性振荡,晶格的非线性贡献可以被忽略。对于沿立方晶体[100],[110]和[111]三个方向和在各向同性固体中传播的横波,晶格的非线性不会引起二次谐波,所以采用超声二次谐波技术研究位错运动时,横波显得更加适用<sup>[5]</sup>。

由于位错线段很容易在滑移平面内运动,在这些平面内不大的外应力分量(每平方厘米

数百克力)就可能引起位错线段平均长度增加,因而外加轴向应力能使超声纵波或横波的二次谐波分量 $A_2$ 和三次谐波分量 $A_3$ 的振幅发生显著变化。根据实验测得的 $A_2$ 和 $A_3$ 随外应力的变化规律,有可能估计晶体内位错线段的平均长度。

实验还表明<sup>[6]</sup>,样品上突然受到一定大小的张应力时,或将样品上的外应力除去,高次谐波的振幅会随时间的变化而变化,这些变化反映了固体内部的某种弛豫过程,与点缺陷向位错线段的扩散运动有关。

由于超声波在各向异性晶体中传播的复杂性,过去有关固体中非线性的研究工作大部分集中于各向同性材料或对称性很高的立方晶体。随着声电子学的不断发展,铌酸锂和石英等压电材料已被广泛应用,三角晶体和六角晶体的超声非线性特征的理论和实验研究已见报道<sup>[7,8]</sup>。实验上,对于对称性很低的有机分子晶体萘的超声非线性传播特性也进行了测量<sup>[9]</sup>。理论上研究了掺杂半导体杂质浓度对固体非线性参数的影响<sup>[10]</sup>。基波和高次谐波的变化,通常采用改进了的脉冲技术来测量<sup>[11]</sup>。为测量超声波引起的媒质质点振动位移的绝对值,可利用高灵敏的高频宽带电容式换能器<sup>[12]</sup>和差动接收系统。

二次谐波信号还与材料疲劳效应和微裂结构有关<sup>[13]</sup>,所以超声谐波技术在材料的无损估价中还可能发挥独特作用。此外,铁电材料中的电畴<sup>[14]</sup>和铁磁材料中的磁畴<sup>[15]</sup>能与超声波产生非线性相互作用。这时可观察到外加电场和磁场对超声的非线性的传播特性产生明显的影响。据报道,铁电材料中这种非线性效应可用于实现电控周期畴栅,并在可调衍射栅格、声波滤波器和表面换能器等方面找到应用。

## 参 考 文 献

- [1] W. B. Gauster, M. A. Breazeale, *Phys. Rev.*, **168** (1968), 655.
- [2] R. A. Coldwell-Horsfall, *Phys. Rev.*, **129**(1963), 22.
- [3] J. A. Bains, M. A. Breazeale, *Phys. Rev.*, **B13** (1976), 2623.

(下转第 733 页)