

宏观量子现象——超流动性

管 惟 炎

(中国科学院物理研究所)

1868年8月18日, Lockyer 和 Janssen 分别在印度和马来亚观察日全蚀, 从太阳的发射光谱中发现了浅黄色的5876 Å线. 他们猜测这是地球上尚未发现的一个新元素的谱线, 并称它为 Helium (氦).

1895年, Ramsay 在地球上也找到了氦, 主要在铀矿中. 大气中氦的体积仅占 10^{-6} — 10^{-5} , 是稀有气体.

1908年, 荷兰 Leiden 实验室的昂内斯液化了最后一个“永久气体”——He 气. 最常见的 He 的同位素是 He⁴, 其沸点是 4.215K, 是当时所有气体中沸点最低的. (后来发现 He³ 的沸点是 3.19K, He³ 也有超流特性, 但机制与 He⁴ 不同). 氦气的成功液化, 开创了低温物理这一新的研究领域.

一、液氦的 λ 转变

一般单质的相图如图 1 所示. 常压下, 单纯的冷却就可以使之固化. 通常液态只有一相存在.

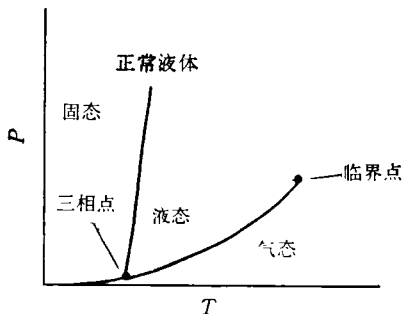


图 1 单质的相图(示意)

He⁴ 的相图和所有单质不同, 如图 2 所示. 其特点为:

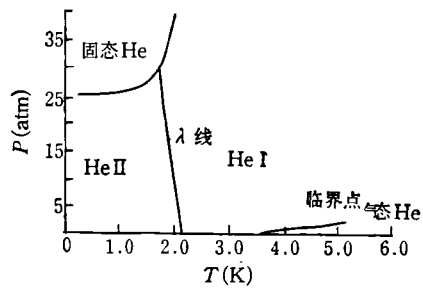


图 2 He⁴ 的相图

(1) 常压下, 即使温度达到绝对零度, 液氦也不会固化, 形成所谓“量子液体”, 这是量子力学在宏观尺度上的效应. 在 0K 需加 26 大气压以上的压力才可使之固化.

(2) He⁴ 的相图上没有三相点, 即固、液、气三相不能共存.

(3) 液态存在两个相: HeI 相和 HeII 相. HeI 相具有普通液体的性质, 而 HeII 相是具有宏观量子效应的液 He. HeI 和 HeII 两相在相图上的相界线叫作 λ 线. HeI 向 HeII 的相转变称作 λ 转变.

(4) 在 0K 附近, He⁴ 的固、液相界线与温度轴平行, 即 $\left. \frac{dp}{dT} \right|_{0K} = 0$. 由于

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = 0,$$

所以在固液相变时, $\Delta S = 0$. 这表明在相变时没有潜热. 固态氦与液态 HeII 在相变点上具有相同的熵值, 液相与固相同样有序.

He⁴ 相图的参数如表 1 所示:

表 1

	临界点	沸点	λ 点	固化点
p(atm)	2.264	1	~0.05	26
T(K)	5.19	4.215	2.172	0

He⁴ 在 0K 仍保持液态就是一种宏观量子现象。在温度降到 2—3K 附近时, He 原子的德布罗意波长已近似等于固态氦时的原子间距 a 。故一个 He 原子在 0K 附近仍不能纳入 V_0 (固化后的 He 原子体积) 之中, 不能形成固体。

由量子力学的测不准关系得到

$$\Delta p \sim \hbar/\Delta x \sim \hbar/V_0^{1/3}.$$

因此, He 原子的零点动能为

$$E_0 \sim \frac{(\Delta p)^2}{2m} \sim \frac{\hbar^2}{2mV_0^{2/3}}.$$

He 原子的质量 m 很小, 所以它的零点动能 E_0 很大。另一方面, He 原子的电子结构是封闭壳层, 波函数具有球形对称, 不易极化, 所以 He 原子间的范德瓦尔斯力很小 (H₂ 间的范德瓦尔斯力比 He 原子间的要大 12 倍)。零点动能大和范德瓦尔斯力小, 两者使氦在 0K 时仍保持液态。

1932 年, W. H. Keesom 和 A. P. Keesom 发现液 He⁴ 比热随温度的变化有反常, 曲线在 2.17 K 附近不连续, 其形状如反写的希腊字母 λ , 故称此转变温度为 λ 点, 并把液 He 中发生的二级相变称为 λ 转变 (见图 3)。

X 射线衍射实验表明, HeI 和 HeII 在空间结构上没有区别, 但从动量空间看, 二者将有明显区别, HeII 比 HeI 更为有序。

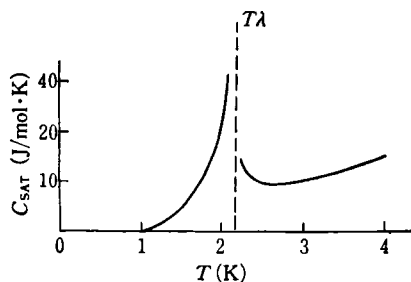


图 3 He⁴ 的 λ 转变

二、二流体模型

1. HeII 的粘滞性 (Viscosity)

有两种测定液体粘滞性的方法: Poiseuille

方法及扭摆阻尼方法。普通液体, 包括 HeI, 两种方法测出的粘滞系数 η 是相同的。但对 HeII 的测定表明, 两种方法所得结果截然不同。

(1) Poiseuille 方法

当流管中的液体流动为层流时, 经过流管的流量

$$\dot{V} = \frac{\pi a^4 \Delta p}{8\eta l} \text{ (cm}^3/\text{s)}.$$

式中 Δp 是液面的压差, l 是流管的长度, a 是流管截面的半径。

1938 年, 卡皮查用 0.1 μm 的狭缝代替流管, 测量 HeII 的 η 值。所得结果为: 在 $\Delta p \sim 100 \text{ dyne/cm}^2$ 时, \dot{V} 与 Δp 无关。由上面的式子只能得出 $\eta \rightarrow 0$ 的结果。从而卡皮查首先发现了 He II 的超流动性。在 λ 点液 He 的 η 是不连续的, 类似超导的电阻转变那样, 液 He 在 λ 点, η 突然下降到零 (按卡皮查当时的实验精度, $\eta < 10^{-11} \text{ g/cm} \cdot \text{s}$)。

(2) 扭摆阻尼方法

扭摆扭动时, 在液体中的阻尼正比于液体的 η 及密度 ρ 的乘积, 即

$$\text{阻尼} \propto \eta \times \rho.$$

1938 年 Keesom, McWood 用此方法测得 He II 的 η 为

$$\eta = 10^{-5} \text{ g/cm} \cdot \text{s} \approx 0.$$

尽管由 λ 点起 η 随温度的下降而迅速下降, 但在 λ 点 $\eta_{\text{HeI}} \approx \eta_{\text{HeII}}$, η 在 λ 点是连续的。

两种测量方法所得结果是相互矛盾的。对 He I 的测量表明, 两种方法得到的 η 完全一致, 但在 He II 的情况下, 两种方法所得的结果相差 10^6 倍以上。而且 η 在 λ 点的连续性, 两者的结论正好相反, 此即所谓粘滞系数佯谬 (Viscosity paradox)。

2. He II 的导热性

1932 年, 加拿大 Toronto 大学的 McLennan 观察杜瓦瓶中的液氦表面。他发现在 $T > 2.17 \text{ K}$ 时 He I 的液面, 和普通的液体相似, 有沸腾现象。由于不断释放升到液面的气泡, 液面不平稳。但当温度下降到 2.17K 以下, 即进入 HeII 温区后, 液面突然趋于平静, 不再有沸

腾现象。

HeII 表面没有气泡逸出,表明 HeII 的传热很好,热涨落的衰减极快,以致不可能在内部形成局域的温度梯度,所以不可能形成气泡,热量全部由表面蒸发释放。

1936年, Keesom 的实验判定, HeII 的导热系数 K 比铜的至少大 10^6 倍,甚至可以认为 $K \rightarrow \infty$, 即 HeII 是超导热的。

3. 二流体模型

1941年,卡皮查分析了 HeII 的导热机制:若是分子传热,显然与 $\eta = 0$ 的事实矛盾;若是对流,则流速应为 10^3m/s , 远远大于 HeII 中的声速 ($\sim 230 \text{m/s}$), 显然也是不可能的。于是他提出了量子对流的解释。通过一系列精巧的实验,他认为吸附在器壁上的 He 与自由 He 处于不同的量子状态,当在容器内加热时,器壁 He 吸收能量后脱离器壁,转化为自由 He,并由容器内流出。容器外的自由 He 释放能量后为器壁吸附,然后进入容器。这种量子对流具有极高的导热能力。

在卡皮查的实验和解释的启发下,朗道提出了较完备的二流体模型。其基本假定为:

(1) HeII 由“超流液体”和“正常液体”两部分组成。两者相互渗透,不可从空间上分开。HeII 的密度是两种液体密度之和:

$$\rho = \rho_s(T) + \rho_n(T).$$

上式忽略了 HeII 的热膨胀效应,认为其密度 ρ 不随温度 T 变化,但 ρ_s 和 ρ_n 均是温度的函数。在 λ 点, $\rho_n(T_\lambda) = \rho$, $\rho_s(T_\lambda) = 0$ 。在 0K 时, $\rho_s(0) = \rho$, $\rho_n(0) = 0$ 。在 0K 时, HeII 处于基态,整个液体都属超流液体。随着温度增高, HeII 中出现了热激发,它和 ρ_n 的增长相联系。

当讨论 HeII 的流动时,朗道假定 HeII 中有两个速度场: $\mathbf{V}_n(\mathbf{r})$ 及 $\mathbf{V}_s(\mathbf{r})$, 而每一点上 HeII 的流量为

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(\mathbf{r}) &= \mathbf{j}_n(\mathbf{r}) + \mathbf{j}_s(\mathbf{r}) \\ &= \rho_n \mathbf{V}_n(\mathbf{r}) + \rho_s \mathbf{V}_s(\mathbf{r}). \end{aligned}$$

两部分液体的流动是相互独立的,即两者之间没有内摩擦。

(2) 可以认为 HeII 中的正常流体具有与 HeI 相似的性质,而超流部分的 $\eta = 0$, 熵 $S = 0$, 处于有序状态。

利用上述简单的二流体模型,可以很容易地解释两种方法测量 HeII 粘滞系数所得结果之间的矛盾及 HeII 的超导热现象。

在用流管和狭缝测量 HeII 的 η 时, HeII 的正常部分基本不动。测得的 $\eta = 0$, 主要表现了 HeII 超流部分的特性。相反,在扭摆方法中,其阻尼主要来源于扭摆与 HeII 中的正常流体间的相互作用,超流部分对扭摆不起阻尼作用。所以用这种方法测得的 η 和 HeI 的 η 的数量级相同。

在 HeII 中传导热量时,虽然 HeII 作为整体并不运动(即 $\mathbf{j} = 0$),但两部分液体的流量 \mathbf{j}_n 及 \mathbf{j}_s 并不为零。两者的对流形成了高导热现象。

三、He 膜与喷泉效应

1922年,昂内斯发现:将盛有 HeII 的小瓶置于 HeII 浴中,若起始时容器内外 HeII 的液面不一致,但过不久,容器内外的液面会自动拉平。1936年, Rollin 用器壁表面存在一薄层 He 膜的爬行来解释昂内斯观察到的效应。

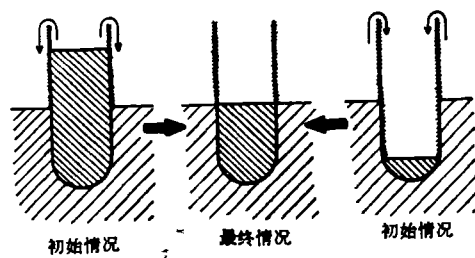


图4 昂内斯效应

1939—1941年间,较仔细的实验证实了 Rollin 膜的设想。并得出结论, HeII 的流动由压差 Δp 驱动,但流速与压差、器壁物质及路程无关。事实上,薄膜只是狭缝的特殊情况而已,表现的是纯超流流动(ideal superfluidity),正常部分不参与流动。实验测得的膜厚是 $(2-3) \times 10^{-6} \text{cm}$ 。

He II 有集中于最低水平面上的趋势, 此趋势由膜的超流流动来实现, 如同一天然的虹吸现象。

关于超流氦的最奇特的宏观量子现象是喷泉效应。图 5 中玻璃管的下端, 充塞细粉形成很多极细的通道, 此时若在粉末的上部加热, 则管内液 He 与管外液 He 间将出现温差 ΔT (因为在极细的通道中, ρ_n 部分不动, 否则将发生量子对流导热, 温差将不可能建立)。此温差的出现导致管内、外液 He 间的压差, 最终迫使 He II 由玻璃管上端开口中喷出, 高达 40cm, 如同喷泉。

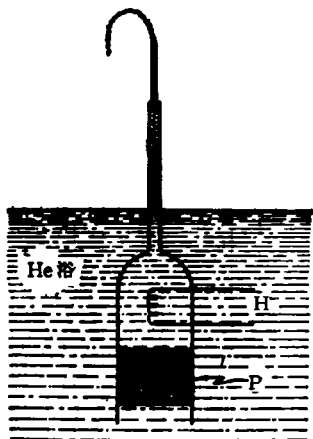


图 5 喷泉效应

四、朗道理论

液氦是多粒子系统, 要精确求解量子力学的方程, 数学上是不可能的。

若可求出 He II 中的单粒子能谱 $\epsilon_n(p)$, 再经过统计的方法, 那么就求出体系的宏观参量——自由能、熵和比热等。

$$\text{自由能: } F = -kT \ln \sum_n e^{-\frac{\epsilon_n(p)}{kT}},$$

$$\text{熵: } S = -\frac{\partial F}{\partial T},$$

$$\text{比热: } C = T \frac{\partial S}{\partial T} = -T \frac{\partial^2 F}{\partial T^2}.$$

通常求和可用积分代替, 即得

$$F = -kT \ln V \int e^{-\frac{\epsilon(p)}{kT}} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}.$$

如上所述, 由解薛定谔方程来求 He II 的能谱 $\epsilon_n(p)$ 目前是不可能的, 朗道由比热实验曲线, 猜出了 $\epsilon(p)$ 的形式。由于在 λ 点附近, He II 的比热随温度按指数律下降, 因此, 朗道认为 He II 的能谱上必存在一能隙。由于在 $T < 0.6\text{K}$ 以后, He II 的比热如同绝缘晶体, 遵守 $c \sim T^3$ 的规律, 朗道便假定 He II 的低能激发是声子。朗道提出的 He II 的能谱 $\epsilon(p)$ 如图 6 所示。

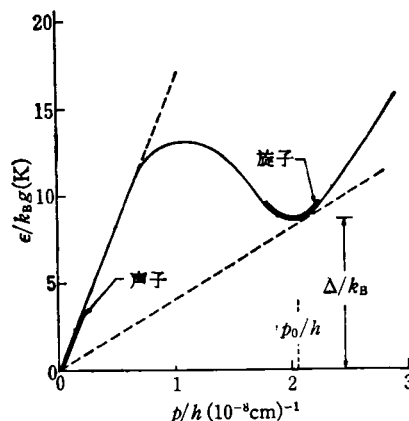


图 6 He II 的朗道能谱

在原点附近, $\epsilon = cp$, 热激发是声子, 在极小值附近, $\epsilon = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu}$, 热激发为旋子。式中 c 为 He II 的声速, Δ 为能隙值, p_0 及 μ 均是实验参数, μ 的意义为旋子的有效质量。通过前述统计积分, 由猜出的 $\epsilon(p)$ 可确定 F , S 及 C 值, 由弥合实验曲线可确定 $\epsilon(p)$ 中的参量。

由朗道假定的能谱可解释和预见一些实验事实, 如可导出超流动性、 $\rho_n(T)$ 等。但最直接的证明则来自后来的中子非弹性散射实验。实验几乎定量地证实了朗道预见的能谱曲线。

0K 时, He II 处于基态, 相当于“真空”。在 0K 附近的低温下, 在背景“真空”中出现了少数元激发, 它们是集体激发, 但又具有粒子特性, 称之为准粒子。准粒子与 He II 的正常部分 ρ_n 相联系。

在低温下研究 HeII 或其它凝聚态系统的有利条件是:

(1) 只要知道系统单粒子能谱的少数低能激发态即可,因为在极低温下,高能激发态的统计权重是很小的,高能激发态实际上不起作用。

(2) 在低温下准粒子的数目很少,它们之间的相互作用可忽略不计,此时可将 HeII 比拟为准粒子组成的自由气体。这样在数学处理上就方便多了。

朗道在研究 HeII 能谱时提供的方法,对凝聚态物理研究具有普遍的意义。

声波是介质中传播的密度波,HeII 中也同样可以传播声波,称作第一声。除此而外,HeII 中还能传播第二声,它实际上是温度波。此时,HeII 的密度 ρ 并不变化,但 ρ_n 和 ρ_s 随空间、时间波动, ρ_n 的增加,意味着准粒子的浓度增加,所以这类波动实际上相当于准粒子的密度波。朗道理论预言的第二声已为实验所证实。

五、HeII 的转动问题

朗道还创立了讨论 HeII 运动的流体力学——量子流体力学。它引入的一个重要假定是超流速度场 $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ 是无旋场,即

$$\text{Curl } \mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = 0.$$

这是因为 HeII 的超流部分无粘滞性,与粘滞性液体全然不同,只存在位流。

由 Stokes 定理

$$\iint \text{Curl } \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s} = \oint \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{l} = 0.$$

如在单联通体内,若器壁静止,则上式的唯一解是

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = 0,$$

即 HeII 的超流部分静止不动。扭摆阻尼实验与这一结论一致,当扭摆运动时,不能牵动 HeII 的超流部分。

朗道讨论了 HeII 的转动问题。对一般 $\eta \neq 0$ 的粘滞液体,在圆柱形容器转动足够长的时

物理

间后,液体达到一稳定态,此时表面形成一旋转抛物面(如图 7 所示),并有 $h = \frac{\omega^2 a^2}{2g}$, 其中 ω 为角速度, a 为容器的半径, g 为重力加速度常数。

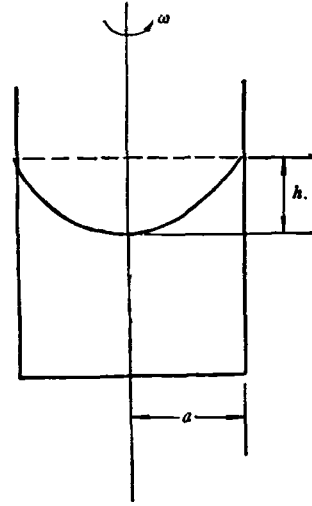


图 7 粘滞液体的转动

朗道预期,He II 转动时,因为只有正常部分流体随容器转动,所以高度

$$h = \frac{\rho_n(T)}{\rho} \frac{\omega^2 a^2}{2g}.$$

由此可见 He II 的 h 值应比 He I 为小,且随温度变化。

粘滞液体转动达到稳态后,各点的线速度

$$v = r\omega.$$

这和刚体转动时的情况完全相同。

实验结果与朗道理论预期的相反,HeII 和 He I 一样, $h = \frac{\omega^2 a^2}{2g}$, 不随温度变化,由此可见,HeII 似乎也 He I 一样,类似刚体转动,各点速度 $v = r\omega$, 因而 $v_s = r\omega$, 即

$$\text{Curl } \mathbf{v}_s \neq 0.$$

此与朗道假定矛盾。

但另一方面,在转动容器中仍可观察到喷泉效应,这表明转动时 HeII 仍是超流的,亦即仍有

$$\text{Curl } \mathbf{v}_s = 0.$$

为了克服上述矛盾,我们先讨论经典流体

力学情况。

在稳态条件下, $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ 。再设 $\omega \ll 1$, 此时 Navier-Stokes 方程简化为

$$\nabla^2 v = 0.$$

用二维极坐标表示, 得到

$$r \frac{d^2 v_\theta}{dr^2} + \frac{dv_\theta}{dr} - \frac{v_\theta}{r} = 0.$$

其边界条件为(在容器壁面上)

$$\begin{cases} v_r = 0, \\ \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0, \end{cases}$$

式中 v_θ 及 v_r 分别为切向及径向速度。

此方程有两个解, 分别为:

(1) $v_\theta = r\omega$, 此时 $\text{Curl } v_\theta = 2\omega \neq 0$;

(2) $v_\theta = \frac{a^2\omega}{r}$, 此时 $r=0$ 处发散, 因而解只存在于 $r=0$ 附近的邻区以外, 在 $r > b$ 处, $\text{Curl } v_\theta = 0$, 这是涡旋线解, 在涡旋线中心, 液体将不存在, 形成空洞。和(1)解相反, 切向速度 v_θ 随半径 r 增大而下降。

上述两个解, 在经典液体时, 在不同条件下分别出现。为了解释 He II 转动实验, R. P. Feynman 提出了在转动 He II 中出现了涡旋线激发的模型。涡旋线激发和 He II 的超流部分相联系, 它和声子、旋子不同, 不是热激发, 对液

体的熵没有贡献。他假定, 平均说来转动 He II 满足上述(1)解, 即刚体转动解 $\bar{v}_\theta = r\omega$, 所以实验观察到的 k 值和 He I 相当, 且不随温度变化。但 He II 超流部分中激发起很多涡旋线, 对每一涡旋线来说, 满足上述(2)解, 即涡旋线解, $v_\theta = \frac{a^2\omega}{r}$ 。这些涡旋线的中心又以 $v_L = r\omega$ 的速度随容器转动。在涡旋线中心处有 $v_\theta \rightarrow \infty$ 但该处 $\rho_s \rightarrow 0$ 。在涡旋线中心以外的其它地方, 均有 $\text{Curl } v_\theta = 0$ 。同时运用经典方程的两个解, 可以排除转动实验与朗道理论之间的矛盾。一方面仍维持了朗道的基本假定 $\text{Curl } v_\theta = 0$ (涡旋线中心处除外)。另一方面由于超流部分中的涡旋线可以和正常部分的声子、旋子相互作用, 从而整个液体被容器带动, 进入类刚体那样的转动状态。

加州大学 Berkley 分校的实验, 在极低温下观察到旋转 He II 液面上的涡旋线头, 为涡旋线模型提供了有力证据。

理论和实验均表明, He II 的涡旋线是量子化的, 它和第二类超导体混合态时的磁通量子化一样, 均属宏观量子化效应。

致谢: 在整理文稿时, 北京大学柳小星同志、中国科学技术大学姜晓明等同志给予了不少帮助, 作者表示深切的谢意。



(上接第209页)

- [5] P. E. Freeland et al., *Appl. Phys. Lett.*, **30**(1977), 31.
- [6] J. Osaka et al., *Appl. Phys. Lett.*, **36**(1980), 288.
- [7] 井上直久、和田一実、大坂次郎, in *Semiconductor Silicon* Eds. H. R. Huff et al., Electrochemi. Soc. Inc., N. J., (1981) p. 282.
- [8] J. Burke, *The Kinetics of Phase Transformation in Metals*, Pergamon Press, London, (1965) Chap. 5.
- [9] F. Shimura et al., *Appl. Phys. Lett.*, **37**(1980), 483.
- [10] K. Tempelhoff et al., *Phys. Stat. Sol. (a)*, **56**(1979), 213.
- [11] D. M. Maher et al., *J. Appl. Phys.*, **47**(1976), 3813.
- [12] T. Y. Tan and W. K. Tice, *Phil. Mag.*, **34**(1976), 615.
- [13] K. Wada et al., *J. Crystal Growth*, **49**(1980), 749.
- [14] 井上直久, 大坂次郎、和田一実, *应用物理*, **48**(1979), 1126.
- [15] K. H. Yang, et al., *Phys. Stat. Sol. (a)*, **50**(1978), 221.
- [16] G. C. Weatherby, *Phil. Mag.*, **17**(1968), 791.
- [17] W. K. Tice and T. Y. Tan, *Appl. Phys. Lett.*, **28**(1976), 564.
- [18] W. K. Tice and T. Y. Tan, in *Defects in Semiconductors*, Ed. J. Narayan and T. Y. Tan, Elsevier, North Holland Inc., Vol. 2, (1981), 367.
- [19] J. R. Petel et al., *J. Appl. Phys.*, **48**(1977), 5279.
- [20] S. Mahajan et al., *Appl. Phys. Lett.*, **30**(1977), 30.