

# 光学信息处理讲座

## 第十一讲 相干光学反馈技术

张以谟 谢功伟  
(天津大学精密仪器工程系)

电子学中的反馈技术在光学领域中的引入,给光学信息处理带来了灵活性.本文着重讨论相干光学反馈系统.

相干光学反馈的基本原理:在系统输出端取出部分二维输出信号,将其与输入信号叠加后,重新输入系统,并对其二维空间频谱进行调制,得到一个非线性的、可变的系统传递函数.

实现相干光学反馈技术的光学系统有多种形式,其中主要包括二反射镜型反馈系统<sup>[1]</sup>、四反射镜型环形反馈系统<sup>[2]</sup>、平行平板型法布里-珀罗干涉仪反馈系统<sup>[3]</sup>和共焦球面型反馈系统等<sup>[4]</sup>.

### 一、二反射镜型反馈系统<sup>[4]</sup>

二反射镜型反馈系统是在常规的相干光处理系统(4f系统)的基础上构成的.如图1所示,图中实线表示正向通道,虚线表示反馈通道.输入面 $P_1$ 和输出面 $P_3$ 上各置一块反射率较高、透射率较低的分光镜 $M_1$ 和 $M_2$ ,它们相对于光轴对称地倾斜一个较小的 $\theta$ 角. $L_1$ 和 $L_2$ 分别为正向光路和反馈光路上的傅氏变换物镜.在此二光路的频谱面 $P_2$ 上,分别置入空间滤波器 $G(u, v)$ 和 $H(u, v)$ ( $u, v$ 为频域内的坐标). $P_1$ 和 $P_3$ 之间的光学元件组成了反馈腔.输入图象经过预处理,被相干平面波照明,投射到 $P_1$ 上.其中的少部分透过 $M_1$ 进入正向通道,在 $P_2$ 面上形成傅里叶谱,并被 $G$ 调制,再经 $L_2$ 进行逆傅里叶变换,在 $P_3$ 平面上形成输出象.此输出的少部分经 $M_2$ 透射后,在反馈腔外被接受器接收,而大部分被 $M_2$ 反射进入反馈通道,其

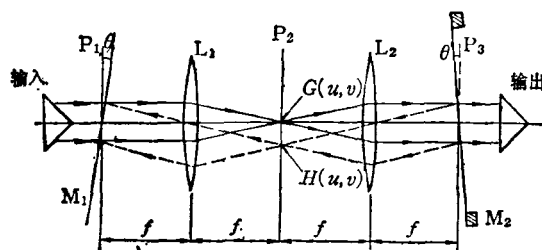


图1 二反射镜型反馈系统

反射方向与光轴成 $2\theta$ 角.反射光波经 $L_2$ 的变换,在 $P_2$ 面上,在与正向通道上的傅里叶谱错开一段距离的地方形成另一傅里叶谱.此谱经 $H$ 调制,再经 $L_1$ 逆变换,在 $P_1$ 面上形成反馈图象,其中少部分经 $M_1$ 的透射成为无用光,大部分则经 $M_1$ 反射与输入图象共线叠加后,再次进入反馈腔. $M_1$ 处也称为光学求和点.上述过程为一完整的反馈循环.这种循环以光速在反馈腔内反复进行,直至反馈光能损耗至零.在输出端可实时地得到稳定的输出图象.

上述反馈系统的综合传递函数为

$$F(u, v) = \gamma \frac{G(u, v)}{1 - \alpha G(u, v)H(u, v)e^{i\varphi}}, \quad (1)$$

其中 $F(u, v)$ 称为反馈系统的综合传递函数; $\gamma$ 为常数因子,由反馈腔内光学元件的透射率所决定; $\alpha$ 为损耗系数,主要由正向通道和反馈通道的透射率所决定; $\varphi$ 为位相因子,它是反馈光波在光学求和点 $M_1$ 处和输入光进行复振幅相干叠加时所具有的位相,由反馈腔长所决定.设光经过一次反馈循环所经过的光程为 $\Delta$ ,则 $\Delta = n\lambda + x_0$ ,其中 $n$ 为正整数, $\lambda$ 为所用激光之波长, $x_0$ 是用波长为单位来量度的小数部分,

其变化可通过控制加在  $M_2$  后的压电晶体的位移形变来实现,于是

$$e^{i\varphi} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\Delta} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}s_0}, \quad (2)$$

式中  $e^{i\varphi}$  称为反馈因子,调节  $\varphi$  可改变反馈的极性.当  $\varphi=0$ ,  $e^{i\varphi}=1$  时,为正反馈;  $\varphi=\pi$ ,  $e^{i\varphi}=-1$  时,为负反馈.  $e^{i\varphi}$  为 +1 和 -1 之间的反馈状态,也可通过调节  $\varphi$  方便地获得.这是用以改变综合传递函数的最常用、最方便的方法.

二反射镜反馈系统可用于进行解卷积运算、合成复滤波器以及实现象的非带限复元等工作.这里仅举解卷积运算一例,其余请参看文献 [5, 6]. 在图 1 的基础上,在  $P_1$  之前加一准直器及输入成象系统,同时在  $P_3$  之后加一输出成象物镜,这样就得到作图象复原(解卷积)的实际光路,输入函数被成象在  $P_1$  面上.

设输入物函数为  $o(x, y)$ , 其频谱为  $O(u, v)$ , 且物函数与一干扰函数  $d(x, y)$  相卷积,其谱为  $D(u, v)$ , 则在频谱面  $P_2$  上可得二者谱的乘积  $O(u, v) D(u, v)$ . 采用高反射率分光镜和高透射率傅氏变换物镜,以使损耗系数  $\alpha=1$ . 调整压电晶体的位移,使  $\varphi=0$ ,  $e^{i\varphi}=1$ . 将正向通道开路[即  $G(u, v)=1$ ], 使反馈通道的滤波器为  $H(u, v)=1-D(u, v)$ . 将以上数据代入(1)式就有

$$F(u, v) = \frac{\gamma}{1 - [1 - D(u, v)]} = \gamma \frac{1}{D(u, v)}. \quad (3)$$

由于  $\gamma$  是一常数,因此(3)式正是我们熟知的逆滤波器的数学表达式.显然,用此反馈系统可把输入中的卷积干扰信号除掉,得到图象的复原.

## 二、四反射镜环形反馈系统

这种系统与上述的二反射镜反馈系统相比较,具有元件紧凑,所占空间面积小,以及正向和反馈通道上的傅里叶谱的零级可重合等特点,其光路如图 2 所示.图中  $P_1$  为输入面,  $P_2'$  为输出面,  $P_3$  为中间象平面.设在正向和反

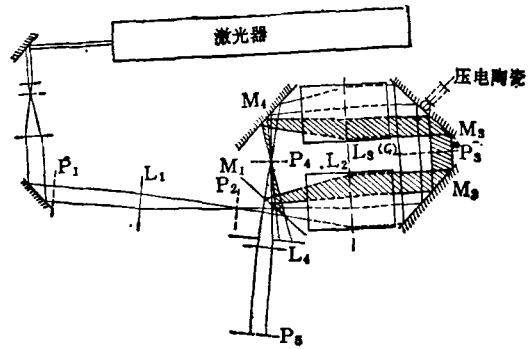


图 2 环型反馈系统光路图

馈通道上,且置于  $P_3$  平面内的空间滤波器分别为  $g(x, y)$  和  $h(x, y)$ ,则可以推导出环形系统的综合传递函数在空域中的表达式

$$f(x, y) = \gamma \frac{g(x, y)}{1 - \alpha g(x, y)h(x, y)e^{i\varphi}}. \quad (4)$$

环形反馈系统可用于如下几方面工作.

### 1. 控制对比度的变化

设不规则排列的多灰阶输入片的振幅透过率为  $a(x, y)$ , 光强透过率为  $A(x, y) = a^2(x, y)$ , 将其置于图 2 中正向通道的  $P_3$  平面内,将反馈通道短路;设输入反馈系统的平面波振幅为单位振幅,且略去(4)式中与对比度计算无关的常数因子  $\gamma$ , 则有

$$f = \frac{a}{1 - \alpha a e^{i\varphi}}, \quad (5)$$

而系统的输出为

$$I = \frac{A}{1 - 2\alpha\sqrt{A}\cos\varphi + \alpha^2 A}, \quad (6)$$

式中  $I$  与  $A$  是完全非线性关系.如果将输入中的透过率灰阶由小到大依次排列,则除最小数值的透过率外,其余每一透过率和最小的透过率都可组成一个输入对比度  $C$ , 而由(6)式得到的相应的输出光强也可组成对比度  $C'$ . 计算表明,对于不同的  $C$  值,当  $\varphi$  为某一定值时,  $C'$  将产生非线性变化.图 3 给出计算曲线中的一例,其中  $A_1$  是输入中数值最小的透过率.

分析计算结果和曲线可知:与输入对比度相比较,当  $\varphi=0^\circ$  时,输出对比度增长的幅度最大;当  $\varphi=180^\circ$  时,输出对比度减小的幅度最大.

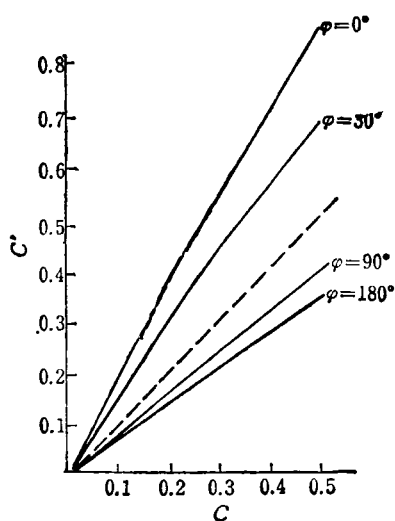


图3 输出对比度  $C'$  和输入对比度  $C$  的关系曲线  
( $A_1 = 0.3, \alpha = 0.75$ )

## 2. 消除图象中的乘积干扰

消除乘积干扰的基本作法是：将含有乘积干扰的物函数输入反馈系统，在反馈通道中置入干扰函数的负象作为空间滤波器，使正向通道短路，适当调整压电晶体的位移以改变位相因子，便可除去物函数中的乘积干扰。下面分两种情况进行讨论。

### (1) 干扰函数为二灰阶物

设与输入  $o(x, y)$  相乘的干扰函数  $A$  只有两个光强透过率  $t_1, t_2$ ，将  $A$  置于图 2 的输入平面  $P_1$  上，在反馈通道的  $P_3$  平面上置入  $A$  的负象  $h$  作为滤波器，使  $h$  与  $A$  匹配，同时设  $h$  的振幅透过率为  $t_3, t_4$ ，记为  $\left\{ \begin{matrix} t_3 \\ t_4 \end{matrix} \right\}$ 。将正向通道短路，设照明波为单位振幅的平面波，且略去  $r$ ，则有

$$f(x, y) = \frac{1}{1 - \alpha \left\{ \begin{matrix} t_3 \\ t_4 \end{matrix} \right\} e^{i\varphi}}, \quad (7)$$

而系统的输出为

$$I_{out} = |O \cdot A \cdot f|^2 = |O|^2 \alpha^2 \left\{ \begin{matrix} t_1^2 (1 - 2\alpha t_4 \cos \varphi + \alpha^2 t_1^2)^{-1} \\ t_2^2 (1 - 2\alpha t_3 \cos \varphi + \alpha^2 t_2^2)^{-1} \end{matrix} \right\}. \quad (8)$$

调整压电晶体的位移（即调  $\varphi$  为某适当值），使得 (8) 式中的上行和下行相等，则在输出中干扰信号的对比如为零，即消除了乘积干扰，从而

将  $o(x, y)$  突出。

### (2) 干扰函数为多灰阶物

设输入为多灰阶物，其振幅透过率为  $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots$ 。作为空间滤波器的输入的负象的透射率满足

$$t_{ni} = K t_i^{-r_n}, \quad (9)$$

其中  $K$  为常数，依实验条件而定<sup>[7]</sup>。设  $r_n \geq 1.7$ ，输出中的光强分布为  $I_1, I_2, \dots, I_i, \dots$ ，它们分别与输入中的  $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots$  一一对应。输出光强可由下式算得：

$$I_{out} = |O \cdot f|^2 = \frac{t_i^2}{1 - 2\alpha t_{ni} \cos \varphi + \alpha^2 t_{ni}^2}. \quad (10)$$

设输入中最小的光强透过率为  $t_{min}^2$ ，输出中与其相对应的光强为  $I_m$ ，且设输出对比度为

$$C_{oi} = \frac{I_i - I_m}{I_i + I_m}, \quad (11)$$

则当  $\varphi$  为某一定值时，根据 (10)，(11) 式，可求得  $C_{oi}$  和  $t_i$  之间的关系曲线。又设输入对比度为

$$C_i = \frac{t_i^2 - t_{min}^2}{t_i^2 + t_{min}^2}, \quad (12)$$

则与输入对比度相比较，当输出对比度大幅度减少，并在一定范围内接近于零时，可认为多灰阶输入物经系统作用后，变成了灰度均匀的衬底。如将此灰阶物看作干扰，且输入中尚有一个有用信息与此干扰相乘；则这种乘积底片经反馈系统的作用后，可将此有用信息解出<sup>[8]</sup>。

## 3. 产生可调带通的滤波

利用环形反馈系统可方便地实现带通滤波。其方法是：在图 2 的频谱面  $P_4$  上置入一位相滤波器，按其几何形状，它将对不同的空间频率引起不同的光程长度。由于在  $P_4$  面上，正向通道和反馈通道上的频谱可近似地看成互相重合，因此加同一位相滤波器可同时对二通道上的谱发生作用。这样就可使物频谱中的一个窄带被系统输出，其他频带则被截止。调整位相因子  $\varphi$  可使不同频带输出。当滤波器为一非

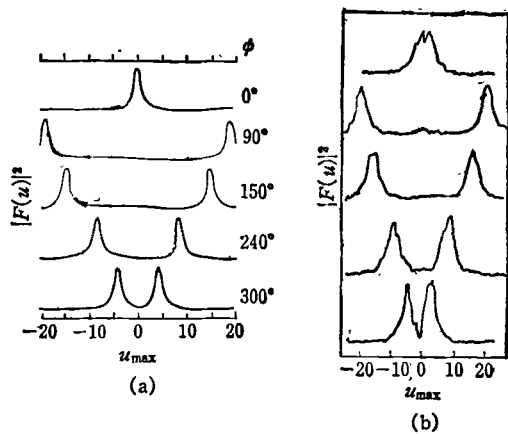


图4  $|F(u)|^2$  与  $\varphi$  的关系

(a) 理论分析曲线; (b) 实测曲线

涅耳双棱镜时, 可推得输出  $|F(u)|^2$  和位相因子  $\varphi$  的关系曲线, 见图 4(a), 其中  $\alpha = 0.8$ , 位相系数  $\beta = 0.8$ , 系统所能通过的最高频率  $u_{\max} = 20\text{mm}^{-1}$ , 图 4(b) 是实际测量结果。

利用此方法可对光栅进行处理, 使光栅的二级谱通过此系统, 而抑制其他衍射级<sup>[9]</sup>。

### 三、平行平板型法布里-珀罗干涉仪反馈系统

这种形式的反馈系统就是一种间隔较大, 光源采用激光照明的法布里-珀罗干涉仪。其示意图见图 5。其中  $M_1, M_2$  为反射率较高, 透射率较低的高精度光学平晶。如果在  $M_1, M_2$  中间置入位相分布为  $e^{i\varphi(x,y)}$  的输入物, 则可推得此反馈系统的光强透过率为

$$T(x,y) = t^2 / [(1-r^2) + 4r \sin^2(Kd + \varphi(x,y))], \quad (13)$$

其中  $t, r$  分别为平晶的透射率和反射率,  $d$  为

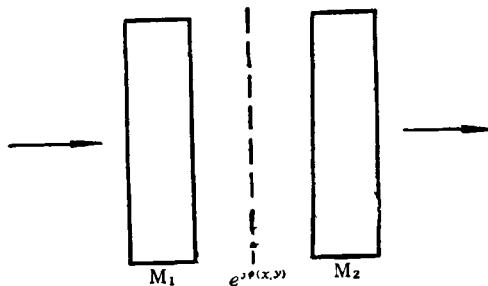


图5 平行平板型 F-P 干涉仪反馈系统原理图

$M_1, M_2$  之间隔,  $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  为所用激光之波长。如果  $r > 0.9$ , 且  $M_1, M_2$  之间透射率较高, 则透射率为峰值的条件是

$$Kd + \varphi(x, y) = m\pi$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots). \quad (14)$$

如果输入的位相分布密度均匀地由零增至  $\pi$ , 则对于给定的  $d$  值, 输入中只有满足 (14) 式的某一位相分布区域方有光波通过。若采用压电晶体控制两平晶之一, 使其作波长级连续微动, 则可将满足 (14) 式的不同位相密度区域选出。如果输入片是用曝光漂白法制得的位相不同的不等灰阶 (指“位相”) 物, 则可用此系统将不同灰阶分别取出。这一性质可用于象阈及 A/D 转换等较复杂的非线性运算<sup>[10]</sup>。

### 四、球面共焦反馈系统

在增加选择空间滤波器的灵活性, 扩大系统传递函数取值的动态范围, 以及解某些类型的偏微分方程等方面, 球面共焦反馈系统有着特殊的功用。其工作原理图见图 6, 图中反射

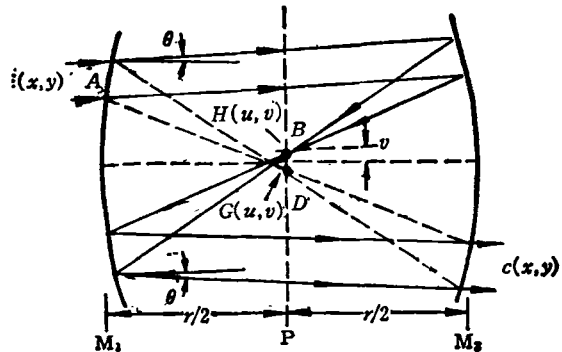


图6 球面共焦反馈系统原理图

率较高的球面分光镜  $M_1, M_2$  可同时用以进行傅里叶变换。  $H(u, v)$  和  $G(u, v)$  分别代表置于正向和反馈通道频谱面上的空间滤波器, 其工作过程与二反射镜反馈系统类似。此系统的传递函数为

$$F(u, v) = K \frac{1}{\left[ \frac{1}{H(u, v)} - tG(u, v)e^{i\varphi} \right]}, \quad (15)$$

其中  $K$  为一常数,  $t$  为  $M_1, M_2$  之间的振幅透射率. 分析 (15) 式可知, 欲获得某一需要的传递函数  $F(u, v)$ ,  $H$  和  $G$  有多种选择的可能性. 这就增加了利用简单的滤波器合成较复杂的滤波器的灵活性, 且可使系统传递函数的取值范围较之常规系统扩大许多倍.

共焦反馈系统还为解某些类型的偏微分方程提供了许多方便之处, 例如讨论扩散方程:

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x^2} - i(x, t). \quad (16)$$

设方程中  $i(x, t)$  为扩散域, 又设输入为  $b(x, t)$ , 它表示施于  $i(x, t)$  的初始或边界条件. 对 (16) 式两边作傅氏变换, 并整理得

$$I(u, v) = \frac{B(u, v)}{1 + u^2 - jv}, \quad (17)$$

其中  $I(u, v)$  为  $i(x, t)$  的傅氏变换,  $B(u, v)$  为  $b(x, t)$  的傅氏变换. 现在再考察 (15) 式, 使  $G = v, H = \frac{1}{u^2 + 1}, \varphi = \frac{\pi}{2}$ . 由于反馈腔内透射率相当高, 因此可近似地看作  $t = 1$ . 这时 (15) 式变成

$$F(u, v) = K \frac{1}{1 + u^2 - jv}. \quad (18)$$

比较 (17) 和 (18) 式知,

$$I(u, v) = \frac{B}{K} F(u, v). \quad (19)$$

因此, 若将  $b$  输入反馈系统, 则方程的解  $i(x, t)$  的谱与系统输出的谱之间只有一常数  $K$  之差. 系统的输出即为方程 (16) 之解.

如果对上述系统进行一些改造, 可以得到空变系统、时间抽样系统和二重反馈系统等多种形式的共焦反馈系统. 利用这些系统可分别进行变系数偏微分方程求解的模拟运算, 及解三维、四维偏微分方程等较复杂的工作, 更大幅度地增加系统处理问题的灵活性<sup>[11]</sup>.

### 参 考 文 献

- [1] D. P. Jablonowski and S. H. Lee, *Appl Phys.*, **8** (1975), 51—58.
- [2] E. Händler, U. Röder, *Opt. Comm.*, **23-3** (1977), 352.
- [3] B. Bartholomew, S. H. Lee, *J. Opt. Soc. Am.*, **68** (1976), 1377A.
- [4] J. Cederquist, S. H. Lee, *Appl. Phys.*, **18** (1979), 311.
- [5] Neal C. Gallagher, Jr., *Appl. Opt.*, **15—4** (1976), 882.
- [6] P. Desantis, *Opt. Acta.*, **23-7** (1976), 505.
- [7] J. W. 顾德门著, 詹达三等译, 傅里叶光学导论, 科学出版社, (1976), 176.
- [8] 张以谟等, 光学学报, **4-11**(1984), 961.
- [9] E. Händler, L. Röder, *Appl. Opt.*, **18-16** (1979), 2787.
- [10] R. P. Akins, R. A. Athale, S. H. Lee, *Opt. Eng.*, **19-3** (1980), 347.
- [11] J. Cederquist, S. H. Lee, *J. Opt. Soc. Am.*, **71-6** (1981), 643.