

凝聚态物理中的维度性

孙 鑫

(复旦大学物理系)

近年来发现了一系列具有链状或层状结构的新材料,前者如导电聚合物(聚乙炔、聚苯胺、聚噻吩等)、一维导体(TaS_3 , $NbSe_3$, TTF-TCNQ等)、有机超导体 [$(TMTSF)_2 \cdot X$, $(BEDT-TTF)_2 \cdot X$ 等]、表面层中的狭通道、金属细丝等;后者如 MOS 结构、界面异质结和量子势阱、层状化合物和石墨夹层化合物、表面吸附层、薄膜等。它们构成了一维和二维凝聚态体系,受到很大注意,发展很快。这些新材料除了具有广泛的应用价值以外,还出现了多种新的物理效应,它们是三维凝聚态物质所没有的,因而对于一、二维凝聚态物质的研究还推动了物理概念的发展。例如派尔斯 (Peierls) 相变和巨 Kohn 反常只发生在一维体系中,量子霍尔效应和 K-T 相变只发生在二维体系中,这就反映了空间维度性对凝聚态物性的影响。

无论是一、二维,还是三维凝聚态物质,决定物性的基本相互作用是相同的,都是电子-晶格、电子-电子、晶格-晶格相互作用。但是,对于不同维度的凝聚态物质,同样的微观相互作用会导致不同的效应,因而要深刻地理解低维凝聚态物理,需要揭示出空间维度性对凝聚态物理性质的决定性影响。本文将从几个方面来分析一下维度性是怎样决定凝聚态物性的,从中可以理解低维凝聚态物质有关新现象的物理机制。

一、电子-空穴对激发

本节说明,一维体系的电子-空穴对激发能谱不同于二、三维体系,这使得一维体系发生 $2k_F$ 声子的强烈软化(巨 Kohn 反常)并导致电

物理

荷密度波 (charge density wave) 产生。

1. 电子-空穴对激发能谱

对于二、三维导体,电子的基态是费米球,其单粒子元激发是球内的一个电子跳到球外,球内留下一个空穴,球外多了一个电子,形成了电子-空穴对激发态。设电子初态和末态的动量各为 \mathbf{k} 和 $\mathbf{k} + \mathbf{q}$, ($k \leq k_F$, $|\mathbf{k} + \mathbf{q}| > k_F$), 如图 1(a) 所示。此电子-空穴对的动量是 \mathbf{q} , 其激发能谱 $\varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})$ 为

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{2m} (\mathbf{k} + \mathbf{q})^2 - \frac{1}{2m} k^2 \\ &= \frac{1}{2m} (q^2 + 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (1.1)$$

在二、三维动量空间, \mathbf{k} 和 \mathbf{q} 的夹角可连续变化,因而从(1)式可看到,当 $0 \leq |\mathbf{q}| \leq 2k_F$ 时,总存在着某种电子-空穴对,其激发能 $\varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) = 0$, 因为总可以在费米面上找到一个电子 ($|\mathbf{k}| = k_F$), 它的末态动量 $\mathbf{k} + \mathbf{q}$ 也落在费米面上,见图 1(b)。因此二、三维体系的电子-空穴对能谱没有能隙,如图 2(a) 中的阴影区域所示。

对一维导体,费米球变为一维动量空间中

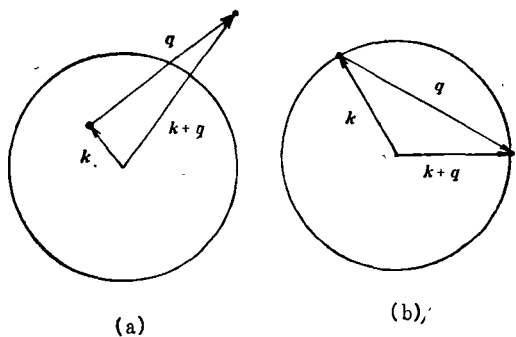


图 1 二、三维导体中的电子-空穴对

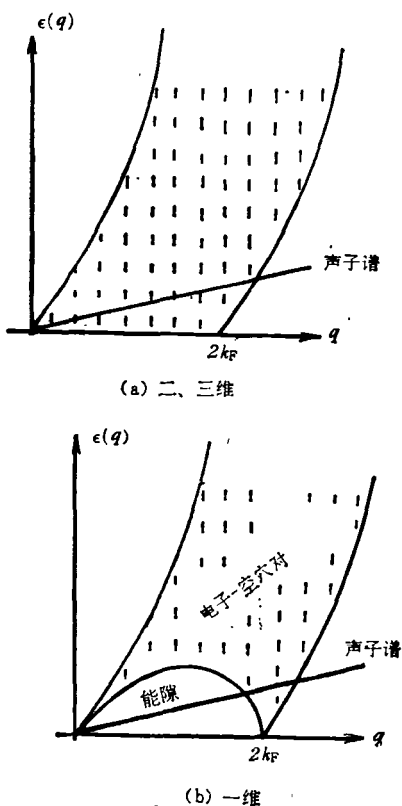


图2 电子-空穴对激发能谱

的直线段 $-k_F \leq k \leq k_F$, 电子-空穴对如图3所示, 它的激发能是

$$\begin{aligned} \varepsilon_k(q) &= \frac{1}{2m} (k+q)^2 - \frac{1}{2m} k^2 \\ &= \frac{1}{2m} (q^2 + 2kq) \quad \left(\begin{array}{l} k \leq k_F \\ k+q > k_F \end{array} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

由于 k 和 q 都在一条直线上, 不象二、三维情况那样, k 和 q 之间的夹角可连续改变, 因而由(2)式可见, 除了 $q=0$ 和 $q=2k_F$ 两点以外, $\varepsilon_k(q) > 0$. 同样, 由图3也能看到, 当动量变化 q 不等于零或 $2k_F$ 时, 一定是将一个电子从费米球内 ($|k| < k_F$) 移向费米球外 ($|k+q| > k_F$), 不可能从费米面的一端跳向另一端 ($k_F \rightarrow -k_F$, 或 $-k_F \rightarrow k_F$), 因而一定要吸收能量. 因此, 一维的电子-空穴对激发能谱具有能隙, 如图2(b)所示, 在阴影区的下部有一块弓形的空白区域.

一维体系的电子-空穴对激发具有能隙这个特性给一维体系带来多种不同于二、三维体系的性质.

2. 巨 Kohn 反常^[1]

对于长波晶格振动, 其声子频谱

$$\omega(q) = vq$$

是一条直线, 如图2中的直线所示. 对于二、三维体系, 声子能谱贯穿于电子-空穴对激发谱中



图3 一维导体中电子-空穴对

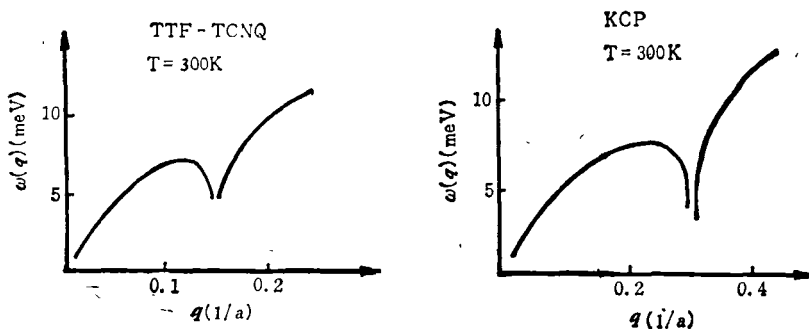


图4 KCP 和 TTF-TCNQ 中的巨 Kohn 反常

[见图 2(a)]。在满足动量和能量守恒的条件下,各种动量的声子都能与电子相互作用,但是对于一维体系,声子能谱与电子-空穴对激发只在 $2k_F$ 附近相交,此时只有动量为 $2k_F$ 附近的声子受到电子的相互作用,其它动量的声子不能直接和电子交换能量。这就在 $2k_F$ 附近发生了共振。在电子-声子相互作用下, $2k_F$ 声子的频率 $\omega(2k_F)$ 发生显著的降低,产生了 $2k_F$ 声子模的软化,这就是巨 Kohn 反常。在一维材料 KCP 和 TTF-TCNQ 中的声子频谱如图 4 所示,在 $2k_F$ 上出现了强烈的软化^[2]。对于二、三维体系,由于没有声子谱与电子-空穴对能谱的共振区,因而也不会出现 $2k_F$ 模的强烈软化。

3. 电荷密度波(CDW)和超晶格^[3]

上面已指出,一维体系的 $2k_F$ 声子模强烈软化, $\omega(2k_F)$ 还是温度 T 的函数。当 T 降低时,频率 $\omega(2k_F)$ 进一步降低,低于某个温度 T_p 时, $\omega(2k_F) = 0$, 这时 $2k_F$ 声子完全软化。频率为零意味着 $2k_F$ 模的晶格振动的弹性恢复力消失,因而在晶格中就出现了周期为 $a' = \frac{h}{2k_F}$ 的畸变,也就是出现了 $a' = \frac{h}{2k_F}$ 的新的晶格周期。这种新的周期性分布称为超晶格(superlattice)。电子在此新的晶格周期性势场中运动时,就具有了周期为 a' 的电荷密度分布,这就形成了波长

$$\lambda = a' = \frac{h}{2k_F} \quad (2.1)$$

的电荷密度波。

由于电荷密度波的波长 λ 和超晶格的晶格常数 a' 是由电子的费米动量 k_F 决定的,它们和原来的晶格常数 a 没有直接的关系,因而 a' 和 a 的比值对于不同的材料可以各不一样。根据 a'/a 比值,可以将电荷密度波分成两类:

$$\frac{a'}{a} = \begin{cases} \text{有理数, 公度的电荷密度波} \\ \quad \text{(commensurate CDW),} \\ \text{无理数, 非公度电荷密度波} \\ \quad \text{(incommensurate CDW).} \end{cases}$$

在表 1 中列出了几种一维材料的 CDW 的 a'/a 比值,其中 TaS₃ 和 KCP 是公度的, TTF-TCNQ 和 NbSe₃ 是非公度的(在实验上无法准确确定出无理数,往往将整数比值的认为是公度,非整数比值的认为是非公度)。

一维导体的电导率可以很高,例如 TTF-TCNQ 在温度为 58K 附近,其电导率可接近甚至超过铜; TaS₃ 和 NbSe₃ 的电导率也达到 $10^4(\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$, 只比铜小一个数量级。目前认为,电荷密度波可在一维导体中运动而参加导电,这是形成高电导的一种可能性。在一维导体 NbSe₃ 和 TaS₃ 中还出现了狭带噪声(narrow band noise)^[4], 对它们加上微弱的直流电场时($\sim 10\text{mV/cm}$), 样品两端会产生周期性强度分

表 1 几种一维材料的 CDW 的 a'/a 比值

材 料	NbSe ₃	TTF-TCNQ	KCP	TaS ₃ (正交)	TaS ₃ (单斜)
a'/a	4.16	3.76	6.0	4.0	4.08

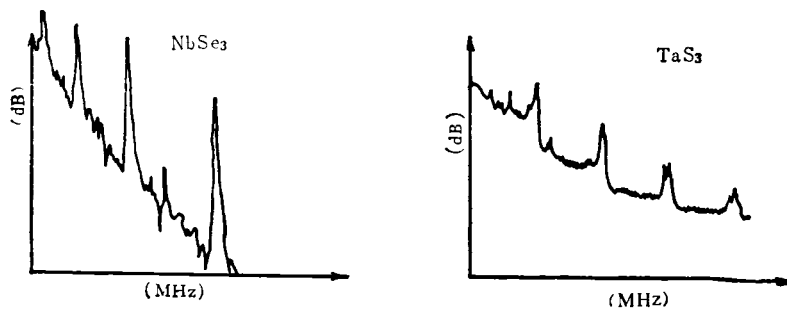


图 5 一维导体 NbSe₃ 和 TaS₃ 中的狭带噪声

布的高频噪声,如图5所示。普遍认为,狭带噪声是 CDW 的运动所产生的,但具体的过程还不清楚,这是当前正待研究解决的一个重要课题。

二、布里渊区和费米面

本节将看到,维度性决定了布里渊区与费米面能否重合,从而在一维体系中引起派尔斯相变和孤子元激发。

1. 布里渊区和费米面的形状

在倒格矢(动量)空间中取一个格点做原点,向其它格点连线,作这些连线的垂直平分面,这些面就是布里渊区的边界面。在边界面的两侧电子的能量不连续,因而在边界面上存在着能隙。由这些边界面构成的最小的多面体便是第一布里渊区。三维晶格的布里渊区边界是平面,二维的布里渊区边界是直线,一维的布里渊区边界则是两点。

电子在晶格周期场中运动时,能量是动量的函数,其最大占据状态的能量是费米能 E_F ,于是动量空间中的费米面由 $E(k_x, k_y, k_z) = E_F$ 确定。三维导体的费米面是曲面,二维导体的费米面是 $[E(k_x, k_y) = E_F]$ 曲线,一维导体的费米面是两点 $\pm k_F$ 。

于是,二维和三维导体的费米面(曲线或曲面)与布里渊区边界(直线或平面)只能相交或相切,不能完全重合。然而一维导体的费米面

和布里渊区边界都是两点,两者可以重合。这个几何上的差别使一维导体具有了二、三维导体所没有的物理性质。

2. 派尔斯相变^[5]

设一维晶格由 N 个原子组成,晶格常数为 a ,则它的布里渊区边界为 $k_B = \pm \frac{\hbar}{2a}$ 。如果每个原子有一个价电子,由于每个动量状态可存在两个自旋相反的电子,这时能带是半满的,费米动量 $k_F = \pm \frac{\hbar}{4a}$ [图 6(a)],因而是导体。现在来说明这种状态的不稳定性。若原子发生一定的位移,每两个原子配对形成一个新的原胞,如图 6(b) 所示,其能量将降低。位移后的晶格周期变为 $2a$,布里渊区边界移动至 $k'_B = \pm \frac{\hbar}{4a}$,与费米面重合。在新布里渊区边界上产生的能隙将原来能带的下半部压低,上半部升高[比较图 6(a) 和 6(b)]。由于电子只填满下半能带,因而晶格畸变后体系的能量降低。畸变后原来一条能带分裂成两条,下面是满带,上面是空带,变成了半导体。所以原来的一维导体要发生晶格畸变而变成半导体,这称为派尔斯相变。对于二、三维导体(各向异性不太强),由于布里渊区边界不会与费米面重合,畸变后也不能在整个费米面上形成能隙,因而没有派尔斯相变。实验上已在一维导体 TaS_3 ($T_c = 215\text{K}$) 和 TTF-TCNQ ($T_c = 54\text{K}$) 中,观察到派尔斯相变^[6]。这些材料中每个原子的平均价电子数不是一

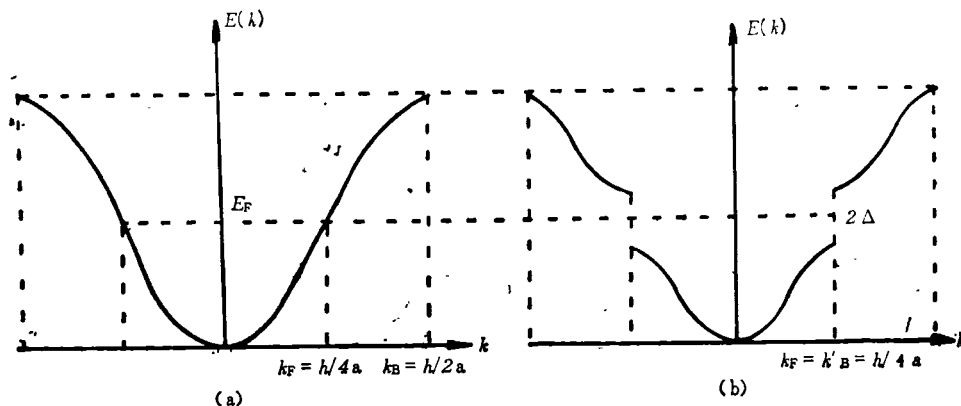


图6 派尔斯不稳定性

个,为了使 k'_b 与 k_F 重合,其新原胞不再是 $2a$, 实验上得到 TTF-TCNQ 中的新周期是 $3.76a$, NbSe₃ 的新周期是 $4.16a$.

设畸变后的新周期为 a' , 因为 $k'_b = \frac{h}{2a'}$, 且 $k'_b = k_F$, 所以 $a' = \frac{h}{2k_F}$, 因此畸变后的新周期 a' 由电子的 k_F 决定, 与晶格原来的晶格周期没有关系. 因为 k_F 与电子密度 n 的关系为

$$k_F = \frac{nh}{4},$$

所以 $a' = \frac{2}{n}$, 新周期 a' 直接由电子的密度所确定.

3. 孤子

聚乙炔 $(CH)_x$ 具有一维链状结构 (见图 7), 每个碳原子有一个 π 键的价电子, 因而派尔斯相变后两个原子配成一对, 称为二聚化. 原子的位移约为 0.03 \AA , 距离近的两原子间用双键来表示, 距离远的两原子间用单键表示. 很明显, 二聚化可有两种方式: 一种是奇数原子向右移, 偶数原子向左移 [见图 7(a)]; 另一种是奇数原子向左移, 偶数原子向右移 [见图 7(b)].

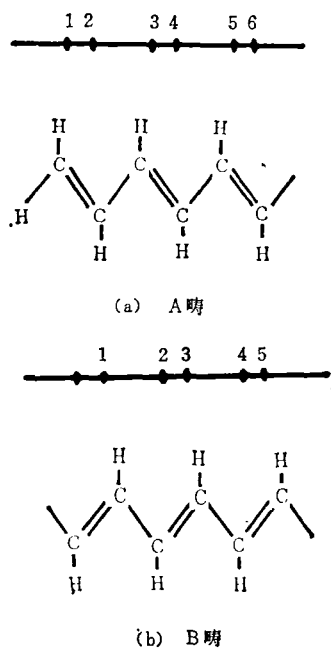


图 7 两种二聚化基态

前者称为 A 畴, 后者称为 B 畴. A 畴和 B 畴都是基态, 所以 Peierls 相变后的基态是二重简并的, 于是存在着一种激发态, 一边是 A 畴, 另一边是 B 畴. 两畴之间的畴壁就是聚合物中的孤子^[7]. 孤子具有特殊的性质: 带电的孤子没有自旋, 中性的孤子具有自旋 $\frac{1}{2}$, 而且有可能出现具有分数电荷的孤子^[8], 形成这些特性的物理解释可参看文献[9]. 实验上测量电导率和磁化率时, 发现聚乙炔中的载流子没有自旋磁矩, 与电子和空穴很不一样. 同时还观察到中性的缺陷具有自旋磁矩, 这些载流子和中性缺陷的性质正好和孤子的特性一致, 因此在聚合物中还存在新的载流子——孤子.

三、状态密度和序

本节说明维度决定了低能激发态的状态密度和体系中的关联行为, 这使得一、二、三维体系有不同的序和相变.

1. 维度与状态密度

热运动将产生低能激发态. 在热激发的干扰下, 体系的有序化程度就要降低. 因此, 体系能否保持有序就决定于低能激发态的数目. 下面的计算告诉我们: 维度愈低, 低能激发态的状态数目愈多, 热起伏愈厉害, 有序程度愈差. 如果用状态密度 $\rho(E)$ 表示单位能量间隔中的状态数目, 用动量 k 来描述状态, 于是

$$\rho(E) = \frac{dn}{dE} = \frac{dn}{dk} \cdot \frac{1}{dE/dk}. \quad (3.1)$$

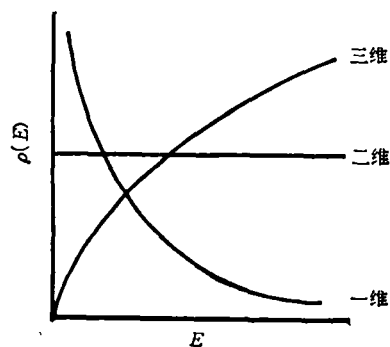


图 8 状态密度 $\rho(E)$

设体系的边长为 L ，周期性边界条件要求

$$k_m = \frac{m\hbar}{L}, \quad (m = 0, \pm 1 \dots),$$

于是

$$\frac{dn}{dk} = \begin{cases} L & \text{(一维),} \\ 2\pi L^2 k & \text{(二维),} \\ 4\pi L^3 k^2 & \text{(三维).} \end{cases} \quad (3.2)$$

设体系的能谱为 $E(k) \sim k^2$ ，将 (3.2) 式代入 (3.1) 式，得到

$$\rho(E) \sim \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{E}} & \text{(一维),} \\ \text{常数} & \text{(二维),} \\ \sqrt{E} & \text{(三维).} \end{cases} \quad (3.3)$$

$\rho(E)$ 的形状如图 8 所示。对于三维体系，低能状态密度趋于零，因而低温下热起伏很小，可保持有序。对于一维体系，低能状态密度趋于无穷大，无论温度如何低，热起伏都很强烈，不能保持有序。对于二维体系，介于两者之间，情况更为有趣，将在下面详细介绍。

2. 维度与关联长度

现以磁性系统为例来说明关联函数的意义。设每个格点 i 上有一个磁矩 M_i ，它在外磁场方向上的投影 M_i 依赖于外磁场 h_i 的强度。如果在格点 j 上的磁场变化了 δh_j ，由于磁矩之间的相互作用， j 上磁场的变化会影响到其它格点，引起 i 格点上的磁矩变化了 δM_i 。设 i 与 j 之间的距离为 r_{ij} ，当 δh_j 和 δM_i 很小时，两者间的关系可以写成

$$\delta M_i = g(r_{ij}) \delta h_j. \quad (3.4)$$

$g(r)$ 称为关联函数，它反映了体系各部分之间相互关联的情况。因为热起伏会干扰体系各部分之间的相互关联，因而维度愈低，热起伏愈强，关联的范围就愈小。由统计物理可计算得

$$g(r) \sim \begin{cases} \text{常数} & \text{(三维),} \\ 1/r^\eta & \text{(二维),} \\ e^{-r/\xi} & \text{(一维).} \end{cases} \quad (3.5)$$

由此可见，当 r 增加时，对于三维体系， $g(r)$ 保持常数不趋于零，关联的范围没有限制，因而是

长程关联；对于一维体系， $g(r)$ 按指数很快趋于零，关联的范围很小，是短程关联；对于二维体系， $g(r)$ 按幂函数较慢地趋于零，因而在一个相当大的范围内存在着关联（例如 10^4 个原子），称为准长程关联（温度愈低， η 愈小，关联愈慢地趋向零，关联的范围更大）。所以，维度不同的体系，其关联的范围完全不同，它直接决定了有序化的存在与否。

3. 维度与相变

上面看到，对于三维体系，在低温下是有序的，只有当温度足够高时，热起伏才能破坏有序，于是发生相变，从有序相变成无序相。例如铁磁体，低温下自旋方向有序排列，具有自发磁矩 M ，当温度达到居里点后，自旋的有序排列被热起伏破坏， $M = 0$ ，从铁磁相变为顺磁相。这里， M 的有无标志着是否有序，因而 M 为序参量。所以在三维情况下，相变的特点是： $T < T_c$ 时，序参量不为零； $T \geq T_c$ 时，序参量变为零。

对于二维体系，当 $r \rightarrow \infty$ 时， $g(r) = 0$ ，所以不能在整个体系的范围内保持有序，序参量也是零。但是在低温下， $g(r)$ 趋于零比较慢，在一定的范围内仍有关联，因而具有局部有序。当温度升高后，热起伏变强，使准长程关联变为短程关联，并破坏了局部有序，这时就发生了相变。需要指出的是，二维体系的相变与三维相变不一样。在二维情况下，任何温度下序参量都是零。二维体系的相变的标志是由准长程关联变为短程关联。对于磁性系统，短程关联对应的磁化率是有限的，准长程关联所对应的磁化率是无限的。因而，当温度降低时，磁化率出现发散的点就是相变点。二维相变的物理图象比较奇妙，这将在下节说明。

对于一维体系，不能保持有序，因而在任何温度下，序参量都是零，而且都是短程关联，所以没有相变。

四、二维体系的 K-T 相变

本节将说明二维体系的序参量虽然是

零¹⁾,但具有一种新的相变,它是 Kosterlitz 和 Thouless 首先提出来的,称为 K-T 相变^[10].

1. 正负电荷的束缚态

对于三维空间中的点电荷,正负电荷之间的吸引势为

$$\varphi^{(3)}(r) = -\frac{q^2}{r}. \quad (4.1)$$

对于二维空间中的点电荷,正负电荷之间的吸引势为

$$\varphi^{(2)}(r) = q^2 \ln(r/r_0). \quad (4.2)$$

计算一两点电荷之间的距离平方的平均值 $\overline{r^2}$,如果它是有限的,则说明正负点电荷不能无限分离,两者形成束缚态;如果 $\overline{r^2} \rightarrow \infty$,则不能形成束缚态.

对三维情况,利用 Boltzman 统计,可以得到

$$\begin{aligned} \overline{r^2} &= \frac{\int d\mathbf{r} r^2 \exp[-\varphi^{(3)}(r)/kT]}{\int d\mathbf{r} \exp[-\varphi^{(3)}(r)/kT]} \\ &= \frac{\int_0^\infty 4\pi r^2 dr r^2 \exp(q^2/kTr)}{\int_0^\infty 4\pi r^2 dr \exp(q^2/kTr)} = \infty. \end{aligned} \quad (4.3)$$

这说明不能形成束缚态.

对二维情况,

$$\begin{aligned} \overline{r^2} &= \frac{\int d\mathbf{r} r^2 \exp[-\varphi^{(2)}(r)/kT]}{\int d\mathbf{r} \exp[-\varphi^{(2)}(r)/kT]} \\ &= \frac{\int_0^\infty 2\pi r dr \cdot r^2 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-q^2/kT}}{\int_0^\infty 2\pi r dr \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-q^2/kT}} \\ &= \begin{cases} \frac{r_0^2}{2} \left(1 + \frac{q^2}{q^2 - 4kT}\right) & (kT < q^2/4), \\ \infty & (kT \geq q^2/4). \end{cases} \end{aligned} \quad (4.4)$$

这说明,当温度比较低时,即 $kT < q^2/4$ 时,二维空间中的正负电荷可以形成束缚态.当温度升高后, $kT \geq q^2/4$,热运动将此束缚对拆散.

比较三维和二维情况,可以看到:二维点电荷体系存在一种相变(低温下正负电荷形成束缚态,高温下束缚态被拆散),相变温度为 $T_0 = q^2/4k$;三维点电荷体系则没有此种相变.

在许多二维体系中,也存在着类似于点电荷之间的吸引势[见(4.2)式],因而也会发生上述类型的相变,这种相变就是 K-T 相变.

2. 涡旋配对

对于二维体系,有两种拓扑性质不同的元激发,一种是单值的,另一种是多值的.例如,二维的自旋体系,每一个格点上有一个平面的自旋矢量 $\mathbf{s}(s_x, s_y)$,自旋波激发就是单值的,当沿着某一闭合回路绕行一圈回到起点时,自旋方向角的变化为零(见图 9);涡旋激发就是多值的,绕一圈后自旋方向变化 $2n\pi$ (见图 10).

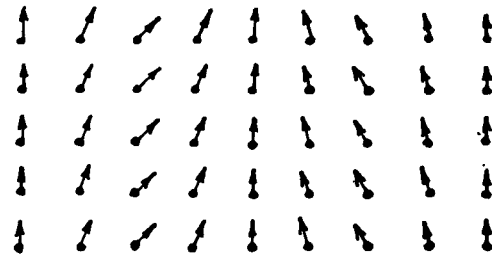


图 9 自旋波

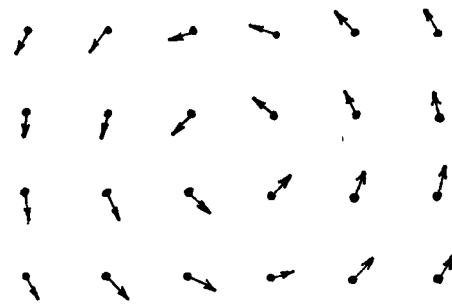


图 10 涡旋

1) 这里以及前面讲的二维体系不包括变量只取分立值的体系,如二维 Ising 模型,由于自旋的 z 分量

$$S^z = \pm \frac{1}{2},$$

它是分立的,体系没有能量可趋于零的低能元激发,因而低温下的热扰动很小,可保持长程有序.

又如晶格点阵, 声波元激发中每个原子的位移是单值的, 如果激发起位错, 原子的位移就是多值的. 考虑到多值性的元激发后, 就会出现一种新的相变.

平面上每个格点上有一个二维的单位矢量 \mathbf{s}_i , 相邻格点间的相互作用能为 $-J\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{S}_j = -J\cos(\phi_i - \phi_j)$, ϕ_i 是矢量 \mathbf{s}_i 的方位角, J 是交换作用常数, 于是整个体系的能量为

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\phi_i - \phi_j),$$

其基态是所有的 \mathbf{s}_i 指向相同方向时的态. 如果从基态中只产生一个涡旋, 由图 10 可以看出, 很远处的 \mathbf{s} 都得改变方向, 这需要很大的能量. 但是, 如果产生一对涡旋 (如图 11), 只需在涡旋对附近改变 \mathbf{s} 的方向, 其所需能量较小, 定量计算^[10]给出产生一对涡旋的能量为

$$E(r) = 4\pi J \ln r/a + 2\pi^2 J^2,$$

其中 r 是两涡旋中心间的距离, a 是晶格常数. $E(r)$ 随 r 的增加而变大, 这表明两涡旋之间有吸引力, 此吸引力与正负电荷之间的吸引力 [(4.2) 式] 类似, 因此在低温下, 涡旋可相互吸引而形成束缚对. 当温度升高时, 热运动使涡旋对拆开, 发生 K-T 相变.

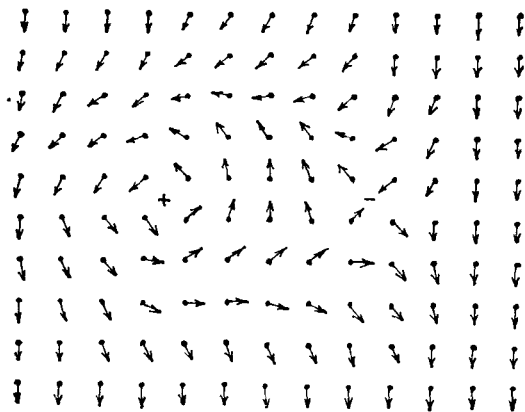


图 11 涡旋对

3. 二维晶格的熔化

对于三维晶格, 由于低能的长波元激发的态密度很小, 低温下晶格的振动很小, 晶格可保持有序排列. 只有当温度足够高时, 振动的幅

度 u 大到一定程度 ($u/a = \frac{1}{4}$, Lindemann 判据)

使得点阵排列瓦解, 这是三维固体的熔化过程. 但是在二维晶体中, 由于低能态密度并不很小, 无论温度如何低, 热起伏引起的振动幅度都很大, 无法用上述过程来确定熔化, 人们提出了位错理论来解释二维固体的熔化. 固相与液相的区别在于能否承受切向应力, 下面将说明, 位错与上面讲到的涡旋相似, 在低温下位错配成对, 能承受切向应力, 在高温下位错独立运动, 不能承受应力, 因此位错对被拆散就是二维固体的熔化机理.

首先指出, 位错所对应的格点位移是多值性的, 由图 12 可见, 棱位错 (a 图) 相当于先切去一角 $S'OS''$ (b 图), 再将两边 OS' 和 OS'' 粘

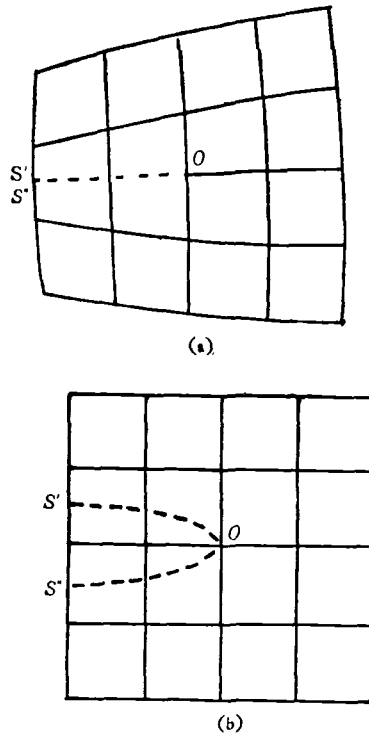


图 12 位错

合起来, S' 的位移是 $-a/2$, S'' 的位移是 $+a/2$, 其它各点都有相应的位移, 但是粘合后 S' 和 S'' 是同一点, 因而它的位移是双值的. 所以位错是晶格位移的多值性激发 (而声波是单值性激发), 与涡旋相似. 形成单独的位错要求整个晶

体都发生形变,能量很高,形成一对位错只需局部形变,其能量为

$$E(r) = \frac{a^2 \mu (\mu + \lambda)}{2\pi(2\mu + \lambda)} \ln r/a,$$

其中 μ 与 λ 是弹性系数,因 $E(r)$ 随 r 增加而增加,故位错间有吸引力。通过类似于(4.4)式的计算,可以看到,存在着一个临界温度

$$T_m = \frac{a^2 \mu (\mu + \lambda)}{4\pi(2\mu + \lambda)k}.$$

当 $T < T_m$ 时,位错束缚成对,当 $T \geq T_m$ 时,热运动使对拆散。位错周围的形变使位错受力作用,当位错成对存在时,两位错上的力偶只引起位错变形,并不使位错对移动。如果位错对被拆成单独的位错,单个位错在切向应力作用下运动。因此, $T < T_m$ 时,体系能承受切应力,呈固相; $T \geq T_m$ 时,不能承受切应力,呈液相,所以 T_m 就是熔点。

五、磁场中的电子态

在外磁场中,电子在垂直于 \mathbf{B} 的平面上的圆周运动是量子化的(朗道能级),其能级为

$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \omega_c = \frac{eB}{mc}.$$

对于三维电子气,电子沿磁场方向可自由运动,其动能为 $\frac{\hbar^2 k_x^2}{2m}$, 于是总能量为

$$E_n(k_x) = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m}. \quad (5.1)$$

由于 k_x 可以连续变化,每个朗道能级 E_n 形成一个次能带(图 13),由于次能带在能量上相互交叠,电子的能量是连续可变的,没有能隙出现。但是对于二维电子气,若磁场垂直于电子的运动平面,电子的能量只能取分立的朗道能级 E_n , 每个能级上含有 $n_L = \frac{eBS}{hc}$ 个状态(S 是体系的面积),见图 14。因此,外磁场中的二维和三维体系,电子的能级分布完全不同,前者是分立的,后者是连续的,这个差别决定了二维电子气具有量子霍尔效应^[11]。

有一块厚度为 D 的导体,沿 z 轴加磁场 \mathbf{B} ,

物理

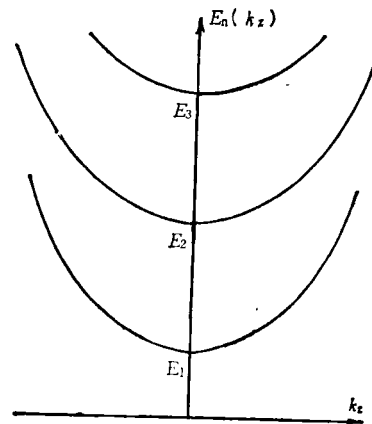


图 13 三维能带

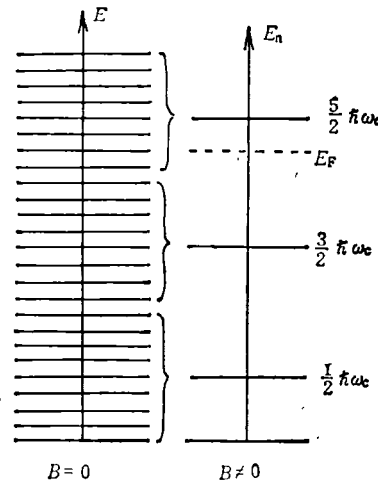


图 14 二维朗道能级

x 方向通电流 I_x , 则在 y 方向会出现电压 V_y , 霍尔电阻为

$$R_H = \frac{V_y}{I_x} = \frac{B}{cenD}, \quad (5.2)$$

其中 n 是电子的体密度。由此可见,在三维情况下, R_H 随着 B 可连续变化,并与样品的厚度 D 有关。

对二维情形(例如半导体表面的反型层中),此时 $nD = \frac{N}{S}$, N 是电子总数, S 是面积,代入(5.2)式得到二维导体的霍尔电阻为

$$R_H^{(2)} = \frac{BS}{ceN}. \quad (5.3)$$

从图 14 可见, 费米能级 E_F 以下的朗道能级上填满了电子, E_F 以上的电子能级是空着的, 因而总电子数 $N = mn_L (m = 1, 2, 3 \dots)$. 将它代入(5.3)式, 并利用 $n_L = \frac{eBS}{hc}$, 可得到

$$R_H^{(2)} = \frac{BS}{cemn_L} = \frac{1}{m} \frac{h}{e^2}, \quad (5.4)$$

$(m = 1, 2, \dots)$.

这说明二维的霍尔电阻是量子化的, 且与样品形状无关, 是基本常数 h/e^2 的整数分之一, 这与连续的三维霍尔电阻[(5.2)式]完全不同. 二维电子体系的量子霍尔效应是又一个宏观的量子效应, 可用来测定基本常数 e^2/h , 也可用作标准电阻. 这是一项重要的新发现(1980年), 发现者德国物理学家 Klitzing 因此而荣获 1985 年度的诺贝尔奖金物理学奖. 1982 年崔琦等人又进一步发现, (5.4) 式中的 m 还能取一系列有理分数, 例如 $1/3, 2/3, 2/5, 2/7 \dots$, 这称为反常的量子霍尔效应^[12], 这方面的理论解释还不完善^[13].

六、等离子体的屏蔽和振荡频率

在等离子体中引进外加正电荷时, 等离子体中的负电荷被它吸引, 正电荷被它排斥, 于是该外加正电荷的电场受到周围负电荷的屏蔽.

对于三维等离子体, 外加点电荷周围的屏蔽负电荷的分布是球对称的, 这时所有的电多极矩都等于零, 于是远处的势场是

$$V^{(3)}(r) \sim \frac{1}{r} e^{-r/\lambda}, \quad (6.1)$$

其中 λ 是 Thomas-Fermi 半径, 故三维等离子体中的屏蔽是完全的, 屏蔽后的相互作用势是短程的.

对于二维等离子体 (正负电荷都分布在一个平面上), 由于平面外没有电荷, 外加电荷所引起的屏蔽电荷在平面上是环状对称的, 此时电四极矩不为零, 于是在远处的势为

$$V^{(2)}(r) \sim \frac{1}{r^3}. \quad (6.2)$$

它是准长程的, 其屏蔽是不完全的, 与三维情况不同.

再看一下等离子体中的振荡频率. 在三维情况下, 电荷密度起伏的波前是平面, 由静电学知道, 无限大平面电荷所产生的电场强度 $E = 4\pi\sigma$ (σ 是面电荷密度), 它是常数, 不随距离的增加而减弱. 于是, 对于长波等离子体振荡, 即使波长 $\lambda \rightarrow \infty$ (其动量 $k \rightarrow 0$), 相邻波峰之间的相互作用仍不消失, 因而三维等离子体中, $k \rightarrow 0$ 时的振荡频率 ω_0 不等于零 (见图 15).

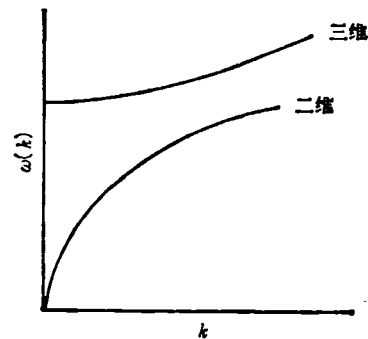


图 15 等离子体的色散关系

在二维等离子体中, 情况完全不同, 电荷起伏的波前是直线, 线电荷在远处的电场强度 $\sim \frac{1}{r}$, 它随 r 增加而趋向于零. 对于波长 $\lambda \rightarrow \infty$ 的振荡, 相邻波峰间的相互作用将趋向于零, 因而 ω_0 也等于零. 定量的计算表明, 二维等离子体的色散关系为 $\omega(k) \propto \sqrt{k}$ (见图 15), 它已在表面层的二维电子气中被证实^[14].

参 考 文 献

- [1] W. Kohn, *Phys. Rev. Lett.*, 2(1959), 393.
- [2] B. Renker et al., *Phys. Rev. Lett.*, 30 (1973), 1144; H. Mook et al., *Phys. Rev. Lett.*, 36(1976), 801.
- [3] A. Overhauser, *Adv. Phys.*, 27(1978), 343.
- [4] G. Gruner, *Comments on Solid State Physics*, 10(1983), 183.
- [5] R. E. Peierls, *Quantum Theory of Solids*, Oxford University Press, London, (1955).
- [6] K. Tsutsusmi et al., *Solid State Commun.*, 22 (1977), 729; C. Jackson et al., *Solid State Commun.*, 39(1981), 531.

(下转第 176 页)