

# X 射线编码成象的噪声与象畸变

林书煌 丁石因 杨俭华 齐慧  
刘易成 吴孝德 林淑芬

近年来，编码孔径三维成象技术在射电天文、雷达、X 射线成象、 $\gamma$  射线成象及核子成象等领域获得迅速发展。由于它是在那些至今尚未获得有效相干源的波段中实现全息记录的主要手段，因此在层析诊断、无损探伤、核反应堆监测等技术领域有着广泛的应用前景。计算机断层扫描（CT）技术的高度发展，导致医疗诊断的一场革命。当前在这一领域中研究的主攻方向之一，是由二维图象推进至三维。编码三维成象技术一次拍摄即可获得多层断层图象，具有装置简单造价低、动态噪声小、病人受射线剂量低等优点，因而成为很有吸引力的研究课题。但是，要使 X 射线编码成象技术实用化，目前还存在若干困难。本文讨论了如何消除图象噪声和几何象畸变的问题，并介绍我们在理论与实验上取得的若干结果。限于篇幅，本文将直接给出若干理论结果，其推证另由专文阐述。

## 一、旁瓣噪声的消除

用一个给定的点阵函数（编码孔径） $P(x, y)$  与物光场  $O(x, y)$  作卷积运算得编码图  $O'(x, y)$ ，然后通过  $O'(x, y)$  与  $P(x, y)$  进行相关运算实现解码。欲使物光场得到理想的再现， $P(x, y)$  应满足下列积分方程：

$$P(x, y) \otimes P(x, y) = \delta(x, y). \quad (1)$$

但是在一般情况下并不能找到满足方程（1）的  $P(x, y)$ ，而只能使方程（1）右端是具有一个主瓣和若干旁瓣的近似  $\delta$  函数。旁瓣的存在形成较强的噪声，称为旁瓣噪声。消除旁瓣噪声是提高信噪比、改善图象质量的关键问题之一。可以证明，如果能使物光场通过点分布孔径函数  $P$  的每一孔径所形成的子编码图  $O'_i (i=1, 2, \dots, n)$  互不重叠，则可能做到消除旁瓣噪声。为此可以采用时间分立与空间分割两种方法。

### 1. 时间分立法

设  $P(x, y) = \sum_{i=1}^n \delta(x - x_i, y - y_i)$  (2)

为由  $n$  点组成的点阵函数；定义分时函数为

$$F_i(t) =$$

物理

$$\begin{cases} 1 & \left(k + \frac{i-1}{n}\right) r \leq t < \left(k + \frac{i}{n}\right) r, \\ 0 & t < \left(k + \frac{i-1}{n}\right) r \\ \text{或} & t \geq \left(k + \frac{i}{n}\right) r, \end{cases} \quad (3)$$

其中  $r > 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ ,  $m$  为任意正整数。引入时间调制孔径函数  $P(x, y, t)$ ：

$$P(x, y, t) =$$

$$\sum_{i=1}^n \delta(x - x_i, y - y_i) \cdot F_i(t), \quad (4)$$

可以证明，时间调制孔径函数  $P(x, y, t)$  是积分方程（1）的精确解，所以引用时间调制孔径函数可以消除旁瓣噪声。这就是时间分立法。

### 2. 空间分割法

对于（2）式表示的  $P(x, y)$ ，当满足约束条件  $\sqrt{x^2 + y^2} < r_{\min}$  ( $r_{\min}$  为点阵中邻点间的最小间距) 时，可以证明， $P(x, y)$  在该约束条件下是积分方程（1）的精确解。所以采用限制孔径光阑的方法可以消除旁瓣噪声。这就是空间分割法。

## 二、几何象畸变的消除

对于被动式编码图，将光路逆转，可得到无几何象畸变的三维再现象<sup>[1]</sup>。对于主动式编码图，采用光路逆转的方法实现解码会遇到困难，因为这样的光路不能使用成象透镜。另一种可行的解码方法是采用被动式光路，但是用这种方法得到的三维再现象存在严重的几何象畸变，甚至某些层次的象无法重建。对于 X 射线编码成象来说，可以实用的正是主动式编码-解码系统。所以上述几何象畸变问题在实用上十分重要。

我们提出一种简单的空间变换方法，可以消除几何象畸变。其要点是：（1）构成编码图的各子编码图  $O'_i$  应该是互不重叠、彼此独立的。这一点通过前述的时间分立法与空间分割法均可做到；（2）将这些子编码图进行适当的相似变换、反射及平移后构成一张新的

编码图,然后用被动式逆转光路解码,即可重建无几何象畸变的三维象。

图1表示了最简单的情况。 $P-O_l-S$  表示采用空间分割法的X射线编码光路。其中  $P$  为X射线源点

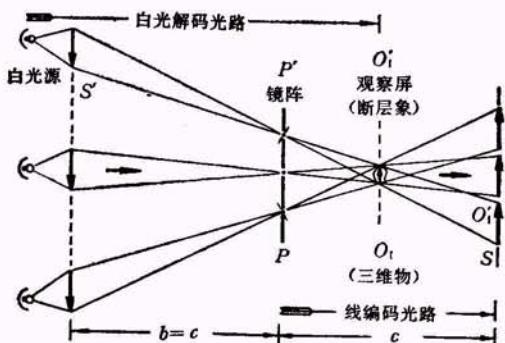


图1 消除旁瓣噪声与象畸变的X射线编码成象系统

阵面,  $O_l$  为三维物体平行于  $P$  平面的第  $l$  层断层面,  $S$  为编码图记录面,  $O_l'$  为互不重叠的子编码图。将子编码图各自在象面上旋转  $180^\circ$ , 然后作相应的平移, 在  $S'$  面上构成新的编码图。显然, 这时用被动式逆转光路 ( $S'-P'-O_l'$ ) 解码, 即可重建无几何象畸变的三维象。一般情况下, 只须对子编码图及编码点阵进行相似缩放, 即可得到各种尺寸的解码阵列与再现三维象。

### 三、重叠噪声与相乘解码

传统方法是利用光场叠加实现解码, 称为相加解码, 其基本公式为

$$I_k(x, y, z_k) = \sum_{i=1}^n I_{ik}(x, y, z_k), \quad (5)$$

因为

$$I_{ik} = H_{ki} \cdot O_k, \quad (6)$$

所以

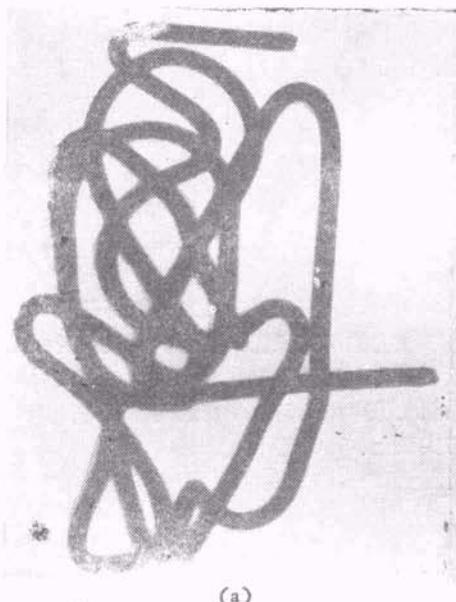
$$I_k = \left[ \sum_{i=1}^n H_{ki} \right] \cdot O_k = G_k \cdot O_k, \quad (7)$$

其中  $I_k$  为解码后第  $k$  层断层面处的光场分布,  $I_{ik}$  为第  $i$  个子编码图对第  $k$  层断层面提供的光场分布,  $O_k$  为第  $k$  层原来应有的光场分布,  $H_{ki}$  表示重叠噪声的影响。为了获得高信噪比的理想解码, 应保留并加强  $O_k$  项, 而大大削弱  $G_k$  项所代表的重叠噪声干扰。采用相加解码方法, 必须增加点源数目, 但是这又会带来一系列其它的问题。为此我们提出相乘解码方法, 其基本公式为

$$I_k(x, y, z_k) = \prod_{i=1}^n I_{ik}(x, y, z_k)$$

$$= \left( \prod_{i=1}^n H_{ki} \right) \cdot (O_k)^n = G_k^* \cdot (O_k)^n. \quad (8)$$

这种方法所得  $I_k$  包含的是  $O_k$  的  $n$  次方项,  $G_k^*$  项则是通过相乘的方法平滑化。实验表明: 在 X 射线点源数目相等的条件下, 对于多数实际拍摄目标来说,  $G_k^*$  项与  $G_k$  项的均匀化效果相近, 而  $(O_k)^n$  项的反差远大于  $(nO_k)$  项, 因而可大大提高再现断层象的对比度和信噪比; 在满足同样对比度、信噪比要求时, 可以减少 X 射线点源数目, 以降低装置的成本和体积。实现相乘解码的方法有多种, 我们主要采用光学方法与



(a)



(b)

图2 数字目标 ( $\Delta x \sim 10\text{mm}$ )

(a) 子编码图; (b) 断层象

(下转第 310 页)