

量子阱中激子吸收的二维性¹⁾

黄 昆

(中国科学院半导体研究所)

一、半导体超晶格和量子阱

最近十几年来,在半导体材料、物理、器件研究的领域中半导体超晶格和量子阱的研究十分活跃。可以这样说,这方面的研究是整个半导体领域中最大、最有前途、内容最丰富的一个生长点。

什么是超晶格?众所周知,晶态固体内的原子是周期性排列的。如果用人工控制的办法能够使材料的结构以原周期的若干倍周期性地变化,这样得到的材料就叫做超晶格。目前研究得最多的超晶格材料是交替生长两种半导体薄层多次而形成的。如在一块衬底材料上生长 m 个原子层的 A 半导体(例如 GaAs),再生长 n 个原子层的 B 半导体(例如 $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$,常用的 x 值是 0.3),这样交替生长多个周期。现在生长超晶格材料的最重要的技术是分子束外延,其控制精度基本上达到单个原子层。

超晶格材料的构想是江崎(Esaki)和朱兆祥在 1968 年提出来的。当初提出这个想法主要是基于这样一种考虑:由固体物理知道,能带的形成和布里渊区的大小与晶格周期性有密切的关系。因为超晶格材料在其生长方向(我们称之为 z 方向)可有远比体材料(如 GaAs 或 $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$)为大的周期,就会进一步将 z 方向的布里渊区分割为微小布里渊区,因而大大缩短在 z 方向的布里渊区的大小(如图 1),同时也将原有能带分解成为许多子带。这时如果有一 z 方向的电场,则电子很容易达到接近微小的布里渊区边界,也就是子带上部的负加速区域,从宏观上讲,这就可能出现负阻现象。

但是,迄今大量的研究集中在所谓的量子

物理

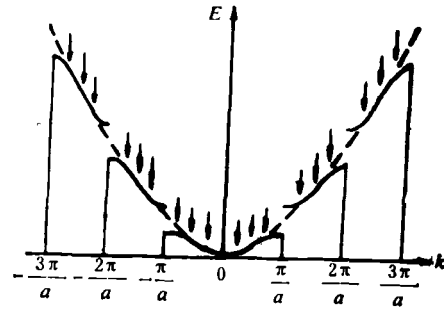


图 1

阱问题上。最近获得诺贝尔物理学奖金的量子化霍耳效应的研究与此也有密切的关系。

量子阱指的是由两种禁带隙不同的半导体形成的 B-A-B-A 型结构。如 GaAs 的禁带宽是 1.42eV, $\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$ 的禁带宽比 GaAs 大 0.36eV。由这样两种半导体的材料形成的量子阱如图 2 所示。在窄禁带半导体 A 中,电子和空穴都限于在宽度为 L 的量子阱中运动。众所

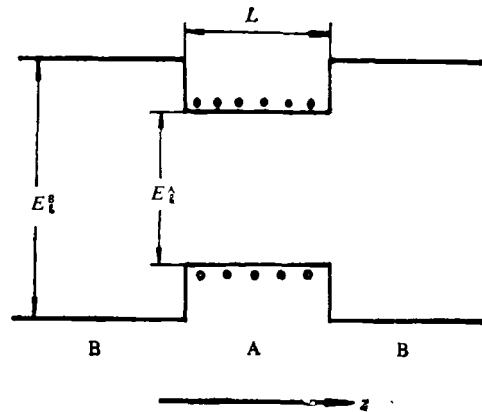


图 2

1) 本文是作者 1985 年 11 月在中国科学技术大学所作的报告,此报告由该校半导体物理教研室的同志整理成文。

周知,一维方势阱问题是量子力学的最基本问题之一,量子阱结构在某种意义上是一维方势阱的实际实现的例子。

量子阱的最基本特征就是,由于量子阱的宽度 L 的限制而导致了 z 方向运动的量子化。下面我们假定势垒很高,这样阱内电子态沿 z 方向运动的波函数为

$$\psi_n = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \sin n \left(\frac{\pi}{L}\right) z \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (1.1)$$

其能级为

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (1.2)$$

这里 m^* 是载流子的有效质量。

如果势垒很厚,则相邻阱间的电子态没有相互作用,可以只处理单个阱的问题。但如阱间的势垒足够薄,电子可由一个阱隧穿到另一个阱,即阱间的量子态存在相互作用。在多阱的情况下,这种相互作用导致阱能级 E_n 展宽成能带,这就是前面提到的超晶格中的子带。

二、量子阱的子带和二维运动

体材料中,自由载流子波函数 $\sim e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$, 能量 $\sim \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$, 如果材料的体积足够大, \mathbf{k} 实际上可以看作是连续变化的。

在量子阱中,因为存在着 z 方向运动的量子化,量子态的波函数为

$$\left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \sin\left(\frac{n\pi}{L}z\right) \frac{1}{\sqrt{A}} e^{i\mathbf{k}_\parallel \cdot \mathbf{r}_\parallel}, \quad (2.1)$$

这里

$$\mathbf{k}_\parallel \cdot \mathbf{r}_\parallel = k_x x + k_y y, \quad (2.2)$$

A 是超晶格样品在 x, y 方向的面积。(2.1) 式表示量子态在 x, y 方向是自由的,相应的波矢

\mathbf{k}_\parallel 和能量 $\frac{\hbar^2 k_\parallel^2}{2m^*}$ 也可以看作是准连续变化的。

对每一个 z 方向运动的确定的能级 n , 由于其 x, y 方向运动状态不同而形成一个子带。(这里子带的含意与前一节的不同,前一节子带指的是由于 z 方向运动状态不同而形成的能带,

是阱壁很薄的结果。) 对于一个确定的子带而言,因其在 z 方向运动是完全确定的,所以这一子带描述的完全是在 x, y 方向的二维平面内的运动。

每一子带的态密度是很容易求得的。我们都知道,在三维 \mathbf{k} 空间里,状态分布密度为 $\frac{V}{(2\pi)^3}$; 与此相似,在二维 \mathbf{k}_\parallel 空间里,状态分布密度为 $\frac{A}{(2\pi)^2}$ 。在 $k_\parallel \rightarrow k_\parallel + dk_\parallel$ 范围内的状态数为

$$dN = 2\pi k_\parallel dk_\parallel \frac{A}{(2\pi)^2},$$

因 $E_{k_\parallel} = \frac{\hbar^2 k_\parallel^2}{2m^*}$, 故有

$$dE = \frac{\hbar^2 k_\parallel dk_\parallel}{m^*},$$

因而

$$\frac{dN}{dE} = \frac{m^*}{2\pi\hbar^2}. \quad (2.3)$$

从(2.3)式可知,二维运动的状态密度是一常数。如果考虑多个子能级,每个子能级有确定的 z 方向运动的能量 E_n , 其 x, y 方向运动形成态密度恒定的子带,则总的态密度如图 3 所示。

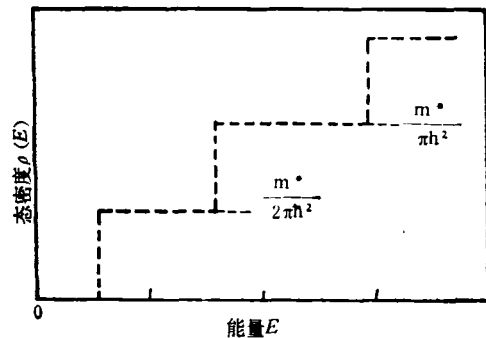


图 3

如果我们是考虑量子阱中的自由载流子问题,当 kT 远小于子带之间的能级差时,载流子将仅限于处在 $n = 1$ 的子带上。如前所述,这样一个限于在某一子带上的运动完全是 xy 平面内的运动,也就是通常所说的二维电子气的情况。现在物理研究向低维运动方向发展,量

子阱是一个典型的体系。低维运动在物理上有许多意想不到的特点,在其各种性质上,有明显的反映。

如果我们考虑束缚态问题(例如束缚在施主或受主上的电子态的问题),量子态的波函数可以看作是由能带内自由粒子态叠加组成。如束缚态的束缚能远小于子带间的间距,波函数将基本上由一个子带的自由粒子态组成,即

$$\varphi(\mathbf{r}) = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \sin\left(\frac{n\pi}{L} z\right) \cdot \sum_{k_x, k_y} a_{k_x, k_y} \frac{1}{\sqrt{A}} e^{i(k_x x + k_y y)}. \quad (2.4)$$

这里被求和的函数仅与 x, y 有关,这也反映了完全是一个二维运动。但如果束缚能很大,则在束缚态的波函数中,会有很多子带混在里面,则运动就成了三维的了。

三、激子吸收和荧光

半导体吸收光子后,可以产生一对自由电子空穴对,这时的吸收谱是连续谱,因为自由的电子和空穴的能量是可以连续变化的。但还有另一种吸收——激子吸收,即半导体吸收光子以后,产生一对由库仑相互作用互相束缚的电子-空穴对,这样的电子-空穴束缚对称为激子。由于库仑束缚态的能级是分立的,故这样的吸收光谱是线状光谱。

体材料中激子态的波函数可以写为

$$\frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \Phi_n(\mathbf{r}), \quad (3.1)$$

这里 $\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_c + \mathbf{r}_h)$, $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_h)$, 它们分别描述了激子的整体运动和电子空穴的相对运动。由于在光吸收过程中,必须满足准动量守恒,因而准动量 $\hbar\mathbf{K}$ 等于吸收的光子动量。在我们一般讨论的问题中,涉及到的光波波长大体上是 $1\mu\text{m}$ 或 10^4\AA 的数量级,而一般布里渊区的长度大体上是 \AA^{-1} 的数量级。 \mathbf{K} 的长度比起布里渊区的长度要小得多,因此可以认为 $K \approx 0$ 。

物理

光荧光过程指的是,在半导体中用激光产生的大量电子-空穴对通过各种形式复合而发光的过程。其中可以通过激子复合而发光,这样的发光过程属于本征发光过程,它的特点就是不依赖于任何杂质或缺陷的存在。

另外还有各种借助杂质或缺陷的所谓非本征发光,例如 D-A 过程指的是施主杂质上的电子与受主杂质上的空穴复合的过程, B-A 过程指的是能带中的电子与受主杂质上的空穴复合的过程等。束缚于同一杂质上的电子和空穴复合而发光称为束缚激子发光,也是一种非本征过程。

人们很早就注意到一个实验事实:对体材料而言,只有在很低的温度下,才能在非常纯的样品上看到自由激子的荧光。一般情况下,占主导地位的则是各种非本征的荧光。但对量子阱材料而言,不进行掺杂的材料(这样的材料也往往含有约 $10^{15}/\text{cm}^3$ 的杂质)则是以本征过程(即自由激子的吸收,发射荧光)为主,并且在量子阱较窄时,所看到的全部为激子荧光。

为什么会有这样显著的不同?有人认为是由于量子阱限制了两种载流子在 z 方向的运动,因而使得它们之间的库仑作用增强了。下面我们会看到,这个说法有一定根据,但并不完全,并且还不是造成如此显著不同的主要原因。

我们注意到这样一个实验事实:在比较窄的量子阱中,激子是分属于各子带的,图 4 是一个众所周知的实验结果。由图可见,对于阱宽

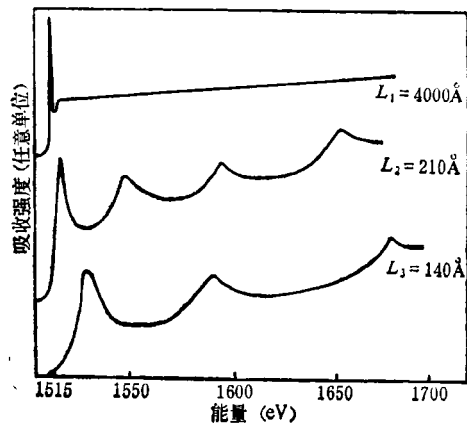


图 4

$L = 4000\text{\AA}$ 的样品,实验结果相当于在三维态密度曲线上附加了一个激子峰. 而对于 $L = 210\text{\AA}$, 140\AA 的样品的实验结果,则相当于在二维态密度曲线各子带的边缘(稍低于各子带起始能量位置 E_n)附加了一个激子峰. $L = 210\text{\AA}$, 140\AA 的样品的实验结果清楚地表明,电子、空穴各来自确定子带. 由于激子是从属于各确定的子带的,因此激子是二维的. 通过下面的讨论我们倾向于认为,量子阱中激子的荧光和吸收过程之所以占主导地位,其主要原因是激子的二维性.

四、量子阱二维激子的光吸收

由量子力学可知,在入射光微扰作用下产生激子的几率是

$$\frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\text{末态}} |\text{微扰跃迁矩阵元}|^2 \delta(E_i - E_f). \quad (4.1)$$

这里我们涉及到的初态和末态,都是一个既包含全部电磁场量子(即光子)也包含全体(设为 N 个)电子的系统.

设入射光沿 z 方向,在 $d\omega$ 的频率范围内光强是 $I(\omega)d\omega$;用量子理论描述,在一定体积 V 内存在各种光子模;初态是这样的态,在各模中有光子数为 n ,在 $d\omega$ 内,设光子的模数为 $\frac{dN}{d\omega} d\omega$,则单位体积内光子能量可以直接和光强联系起来:

$$\frac{n\hbar\omega}{V} \frac{dN}{d\omega} d\omega = \frac{I(\omega)d\omega}{c}. \quad (4.2)$$

(4.1) 式中 $\sum_{\text{末态}}$ 的含意是这样的: 当其中某一个模的光子数由 n 变为 $n-1$,同时产生一个 $K=0$ 的激子,这样便构成一个末态,这里的求和便是对各不同光子模进行的,当然,最后对求和有贡献的末态受到能量守恒因子 $\delta(E_i - E_f) = \delta(\hbar\omega - E_0)$ 的限制,这里 E_0 是所产生激子的能量.

对于 N 个电子的体系而言,电磁场的微扰是

$$\mathbf{A} \cdot \frac{-e}{m} \sum_{i=1}^N \mathbf{p}^i, \quad (4.3)$$

这里 \mathbf{A} 是电磁场的矢势, \mathbf{p}^i 是第 i 个电子的动量算符, $-e$ 和 m 分别为电子电荷和质量. 从 (4.3) 式可以得到一个偏振为 α 方向的光子模,光子数由 $n_\alpha \rightarrow n_\alpha - 1$,同时产生一个激子的跃迁矩阵元是

$$-\frac{e}{m} \left(\frac{2\pi\hbar}{V\omega} \right)^{1/2} \sqrt{n_\alpha} \langle ex | \sum_{i=1}^N p_\alpha^i | 0 \rangle, \quad (4.4)$$

这里 $|0\rangle$ 是 N 个电子全填满价带的态, $|ex\rangle$ 是激子态. 注意我们这里的 $|0\rangle$, $|ex\rangle$ 都是 N 粒子体系的波函数. 我们需要先弄清它们与前面 (3.1) 式中描述电子空穴相对运动的两粒子体系波函数 $\Phi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$ 之间的关系.

两粒子体系的激子波函数可用归一化的平面波展开,即

$$\Phi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \sum_{\mathbf{k}_e, \mathbf{k}_h} f(\mathbf{k}_e, \mathbf{k}_h) \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r}_e} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{r}_h}. \quad (4.5)$$

这里 $\frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r}_e} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{r}_h}$ 是描述电子波矢为 \mathbf{k}_e 、空穴波矢为 \mathbf{k}_h 的态. 换成 N 粒子系统的语言,就是导带态 $c\mathbf{k}_e$ 有一个电子,而价带态 $v\mathbf{k}_h$ 失去一个电子的态. 这个态用 Slater 行列式表示,则可以写成

$$\Psi^N(c\mathbf{k}_e, v\mathbf{k}_h) = \begin{vmatrix} \varphi_{v\mathbf{k}_1}(1)\varphi_{v\mathbf{k}_1}(2)\varphi_{v\mathbf{k}_1}(3)\cdots \\ \varphi_{v\mathbf{k}_2}(1)\varphi_{v\mathbf{k}_2}(2)\varphi_{v\mathbf{k}_2}(3)\cdots \\ \cdots \\ \varphi_{c\mathbf{k}_c}(1)\varphi_{c\mathbf{k}_c}(2)\varphi_{c\mathbf{k}_c}(3)\cdots \\ \cdots \end{vmatrix} \leftarrow \quad (4.6)$$

其中用箭头标出的那一行我们已用 $\varphi_{c\mathbf{k}_c}(1)$, $\varphi_{c\mathbf{k}_c}(2)$, $\varphi_{c\mathbf{k}_c}(3)\cdots$ 取代了原 $\varphi_{v\mathbf{k}_1}(1)$, $\varphi_{v\mathbf{k}_1}(2)$, $\varphi_{v\mathbf{k}_1}(3)\cdots$. 这里 $\varphi_{c\mathbf{k}_c}$, $\varphi_{v\mathbf{k}_h}$ 等是相应的导带态和价带态的单电子布洛赫函数

$$\varphi_{c\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} u_{c\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (4.7)$$

$$\varphi_{v\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} u_{v\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

因而由(4.4)式过渡到激子的 N 电子波函数

$$|ex\rangle = \sum_{\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h} f(\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h) \Psi^N(c\mathbf{k}_c, \nu\mathbf{k}_h), \quad (4.8)$$

而 N 个电子全填满价带的态 $|0\rangle$ 的 N 电子波函数是 Ψ_0^N , 即 (4.6) 式中用箭头标明的那一行恢复原来的 $\varphi_{\nu\mathbf{k}_h}(1), \varphi_{\nu\mathbf{k}_h}(2), \varphi_{\nu\mathbf{k}_h}(3)\dots$. 因而, 矩阵元是

$$\begin{aligned} \left\langle ex \left| \sum_{i=1}^N p_a^i \right| 0 \right\rangle &= \sum_{\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h} f^+(\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h) \\ &\cdot \left\langle \Psi^N(c\mathbf{k}_c, \nu\mathbf{k}_h) \left| \sum_{i=1}^N p_a^i \right| \Psi_0^N \right\rangle \\ &= \sum_{\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h} f^+(\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h) \\ &\cdot \langle c\mathbf{k}_c | p_a | \nu\mathbf{k}_h \rangle, \quad (4.9) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \langle c\mathbf{k}_c | p_a | \nu\mathbf{k}_h \rangle &= \frac{1}{V} \int e^{-i\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r}} u_{c\mathbf{k}_c}^*(\mathbf{r}) \\ &\cdot p_a e^{-i\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{r}} u_{\nu\mathbf{k}_h}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (4.10) \end{aligned}$$

上式中对整个体积的积分可以化为对每个元胞的积分然后求和。因为激子态的半径远大于晶格常数, 所以 (4.4) 式主要部分来自很长波长的 $e^{-i\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r}}$ 和 $e^{-i\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{r}}$, 所以它们在每个元胞的积分中, 可以近似当作常数 $e^{-i\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{R}_n}$ 和 $e^{-i\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{R}_n}$, 这里 \mathbf{R}_n 是该元胞所在的格点位置, 而 $u_{c\mathbf{k}_c}(\mathbf{r})$ 和 $u_{\nu\mathbf{k}_h}(\mathbf{r})$ 都是具有晶格周期性的函数, p_a 是具有平移对称性的算符。因而 (4.9) 式的积分可以写为

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{R}_n} e^{-i(\mathbf{k}_c + \mathbf{k}_h) \cdot \mathbf{R}_n} \right\} \\ &\times \frac{1}{V_0} \int_{\text{元胞}} u_{c\mathbf{k}_c}^*(\mathbf{r}) p_a u_{\nu\mathbf{k}_h}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= \delta_{\mathbf{k}_c + \mathbf{k}_h} \frac{1}{V_0} \int_{\text{元胞}} u_{c\mathbf{k}_c}^*(\mathbf{r}) p_a u_{\nu\mathbf{k}_h}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= \delta_{\mathbf{k}_c + \mathbf{k}_h} \langle c\mathbf{k}_c | p_a | \nu\mathbf{k}_h \rangle. \quad (4.11) \end{aligned}$$

将 (4.11) 式代入 (4.9) 式中, 即得

$$\begin{aligned} \left\langle ex \left| \sum_{i=1}^N p_a^i \right| 0 \right\rangle &= \sum_{\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h} f^+(\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h) \delta_{\mathbf{k}_c + \mathbf{k}_h} \\ &\cdot \langle c\mathbf{k}_c | p_a | \nu\mathbf{k}_h \rangle \\ &= \sum_{\mathbf{k}_c} f^+(\mathbf{k}_c, -\mathbf{k}_c) \langle c\mathbf{k}_c | p_a | \nu\mathbf{k}_c \rangle \end{aligned}$$

$$= \langle c | p_a | \nu \rangle \sum_{\mathbf{k}_c} f^+(\mathbf{k}_c, -\mathbf{k}_c). \quad (4.12)$$

上式的最后一步我们略去了 $\langle c\mathbf{k}_c | p_a | \nu\mathbf{k}_c \rangle$ 对 \mathbf{k}_c 的依赖关系, 因为主要的 \mathbf{k}_c 可取为零 (波长远大于晶格常数)。

由量子阱内两粒子激子波函数

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}_c, \mathbf{r}_h) &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h} f(\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h) e^{i\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r}_c + i\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{r}_h} \\ &= \frac{2}{L} \sin\left(\frac{\pi}{L} z_c\right) \sin\left(\frac{\pi}{L} z_h\right) \\ &\times \frac{1}{\sqrt{A}} e^{i\mathbf{K}_{\parallel} \cdot \mathbf{R}_{\parallel}} \varphi(\mathbf{r}_{c\parallel} - \mathbf{r}_{h\parallel}), \quad (4.13) \end{aligned}$$

因 $\mathbf{K}_{\parallel} = 0$, $e^{i\mathbf{K}_{\parallel} \cdot \mathbf{R}_{\parallel}}$ 可当作 1。进一步令

$$\varphi(\mathbf{r}_{c\parallel} - \mathbf{r}_{h\parallel}) = \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} g_{\mathbf{k}_{\parallel}} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot (\mathbf{r}_{c\parallel} - \mathbf{r}_{h\parallel})},$$

并代入前式, 比较方程两边的系数, 我们得到

$$f(\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_h) = -\frac{\sqrt{A}}{2} g_{\mathbf{k}_{c\parallel}} \delta(\mathbf{k}_{c\parallel} + \mathbf{k}_{h\parallel}) \cdot \begin{cases} \delta_{k_{cz}, \frac{\pi}{L}} \cdot \delta_{k_{hz}, \frac{\pi}{L}} \\ -\delta_{k_{cz}, \frac{\pi}{L}} \cdot \delta_{k_{hz}, -\frac{\pi}{L}} \\ -\delta_{k_{cz}, -\frac{\pi}{L}} \cdot \delta_{k_{hz}, \frac{\pi}{L}} \\ \delta_{k_{cz}, -\frac{\pi}{L}} \cdot \delta_{k_{hz}, -\frac{\pi}{L}} \end{cases}. \quad (4.14)$$

由上式我们可得

$$\sum_{\mathbf{k}_c} f(\mathbf{k}_c, -\mathbf{k}_c) = \sqrt{A} \sum_{\mathbf{k}_{c\parallel}} g_{\mathbf{k}_{c\parallel}} = \sqrt{A} \varphi(0).$$

将上式代入 (4.12) 式, 即有

$$\left| \left\langle ex \left| \sum_{i=1}^N p_a^i \right| 0 \right\rangle \right|^2 = |\langle c | p_a | \nu \rangle|^2 A |\varphi(0)|^2. \quad (4.15)$$

令 $|\langle c | p_a | \nu \rangle|^2 = f\left(\frac{m\hbar\omega}{2}\right)$, 这样引入的 f 叫作振子强度。这是因为简谐振子从 $n=0$ 态跃迁到 $n=1$ 态的矩阵元 $\langle 1 | p | 0 \rangle = \frac{m\hbar\omega}{2}$. 引入振子强度后, 即有

$$\left| \left\langle ex \left| \sum_{i=1}^N p_a^i \right| 0 \right\rangle \right|^2 = f\left(\frac{m\hbar\omega}{2}\right) A |\varphi(0)|^2. \quad (4.16)$$

把(4.16)式代入(4.4)式得到, 从一个光子模吸收一个光子并产生一个激子的跃迁矩阵元平方是

$$|\text{跃迁矩阵元}|^2 = \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{2\pi\hbar}{V\omega} n(\omega) \times f\left(\frac{m\hbar\omega}{2}\right) A |\varphi(0)|^2. \quad (4.17)$$

单位时间内吸收的能量

$$\frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\text{末态}} |\text{跃迁矩阵元}|^2 \delta(\hbar\omega - E_0) \cdot \hbar\omega. \quad (4.18)$$

$\sum_{\text{末态}}$ 需要对不同光子模求和, 在 $d\hbar\omega$ 内光子模数是 $\frac{dN}{d\hbar\omega} d\hbar\omega$, 对 $d\hbar\omega$ 积分给出的结果是

$$\frac{2\pi}{\hbar} \left\{ |\text{跃迁矩阵元}|^2 \hbar\omega \frac{dN}{d\hbar\omega} \right\}_{\hbar\omega=E_0}. \quad (4.19)$$

但 $\frac{n(\omega)\hbar\omega_0}{V} \frac{dN}{d\omega}$ 是单位体积内和单位 ω 内的光子能量, 亦即 $I(\omega)/c$, 因而单位时间吸收的能量是

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \left(\frac{2\pi\hbar}{\omega_0}\right) f\left(\frac{m\hbar\omega}{2}\right) A |\varphi(0)|^2 \frac{1}{\hbar} \frac{I(\omega)}{c} \\ &= 2\pi^2 f \left(\frac{e^2}{m}\right) A |\varphi(0)|^2 \frac{I(\omega)}{c}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

这就是我们需要得到的公式。

对此式的物理解释是很有意思的:

$$\frac{2\pi e^2}{m} \frac{I(\omega)}{c}$$

相当于一单个简谐振子的吸收, 而 $|\varphi(0)|^2$ 相当于一个二维激子所占面积的倒数¹⁾。 $A|\varphi(0)|^2$ 相当于面积 A 上的激子数目, 因而(4.20)式表明, 量子阱内激子的吸收相当于在面积 A 上布

满了一层振子强度为 f , 面积为 $|\varphi(0)|^{-2}$ 的激子的吸收。

这个结果的显著特征是二维性, 在我们得到的吸收公式中不出现层厚 L 。但是层厚对吸收公式的间接影响还是存在的, 因为在子带中电子和空穴分别以 $\left(\frac{2}{L}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{L} z_e\right)$ 和 $\left(\frac{2}{L}\right) \times \sin^2\left(\frac{\pi}{L} z_h\right)$ 的形式分布在 L 长度上。电子与空穴在 xy 面内的库仑作用是

$$\frac{-e^2}{|(\mathbf{r}_{e\parallel} - \mathbf{r}_{h\parallel})^2 + (z_e - z_h)^2|^{1/2}}. \quad (4.21)$$

当 L 变小时, $z_e - z_h$ 也就变小, 则 xy 面内库仑吸引作用变强。随着库仑作用增强, 激子半径减小, 结果 $|\varphi(0)|^2$ 增大, 而吸收与 $|\varphi(0)|^2$ 成正比, 故吸收增强。根据我们的近似计算, 若 L 从 200\AA 减小至 20\AA , 则 $|\varphi(0)|^2$ 增大三到四倍。和三维情形比较, 应折合为单位长度的吸收(薄层吸收/ L)。这就是说, 吸收强度增加了 $30\sim 40$ 倍。

从以上讨论可以看出, 随着量子阱变薄 (L 变小), 量子阱中激子的吸收过程陡峭地增强势必必要占主导地位, 除了势阱压缩使库仑作用增强之外, 这里更重要的是激子的二维性。

我们觉得, 这种吸收层越薄, 吸收反而越强的饶有趣味的现象本身就反映了量子阱中激子的二维性。至于它能否完全说明量子阱中吸收和荧光主要是本征的, 虽然还不敢肯定, 但至少在这个问题上起着重要作用的。

1) 由归一化条件 $\int |\varphi(\mathbf{r})|^2 dS = 1$, 若 $\varphi(\mathbf{r})$ 在二维激子所在面积 S 上视为常数, 则有 $|\varphi(0)|^2 \cdot S = 1$, 因而 $S =$

$$\frac{1}{|\varphi(0)|^2}.$$