

量子霍尔效应的发现

江丕桓

(中国科学院半导体研究所)

1985年10月16日,瑞典皇家科学院宣布把1985年诺贝尔奖金物理学奖授给联邦德国物理学家克劳斯·冯·克利青(Klaus von Klitzing)教授,以奖励他对量子霍尔效应的发现所作出的贡献。冯·克利青教授是德国人,1943年6月28日生。他曾在Würzburg大学物理研究所工作,在G. Landwehr领导的实验室里,对二维电子系统在强磁场中的输运现象进行了多年的实验研究工作。在半导体工艺取得巨大进步,实验工作与理论工作相互促进的基础上,1980年春,冯·克利青在设在法国Grenoble的强磁场实验室中做了一次关键性的实验,发现了量子霍尔效应,轰动了物理学界。现在冯·克利青教授在斯图加特的马普协会固体研究所工作。本文介绍这一发现的历史过程和重大意义。

一、二维电子系统

近二十年来,半导体物理学中出现了——一个崭新的研究领域——二维电子系统。

早在五十年代,晶体管的迅速发展和广泛应用,促进了半导体表面研究工作的深入发展。1957年, J. R. Schrieffer 指出^[1], 如果与半导体表面垂直的电场很强, 表面附近就会出现与体内导电类型相反的反型层。由于反型层中的电子被限制在一个很窄的势阱中, 在与表面垂直的方向上的运动应该是量子化的, 形成一系列的分立能级, 而与表面平行方向上的运动会是自由的, 这就是一种“二维电子系统”。在很低的温度下, 通常所有电子在垂直于表面方向上运动的能量都取最低值(基态), 这时二维电子系统处于量子极限状态。

物理

当时, J. R. Schrieffer 只是从理论上指出了存在这种系统的可能性, 限于当时的条件, 还没有可能从实验上进行研究和论证。五十年代末和六十年代初, 硅半导体器件的制造工艺有了很大突破, 主要是发展了硅器件的“平面”工艺, 用 SiO₂ 覆盖的硅表面可以达到很高的完整性。用这种“平面”工艺, 制成了金属-氧化物-半导体场效应晶体管(MOSFET), 结构见图1。改变它的栅极电压就可以控制反型层中的电子浓度。在 MOSFET 中, SiO₂ 与硅的界面有较好的完整性, 这给反型层的物理研究提供了可能性。

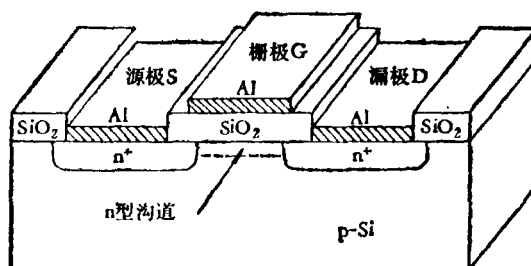


图1 n型沟道 Si MOSFET 的剖面示意图
(衬底是 P 型硅, 源极 S 及漏极 D 是重掺杂的 n⁺ 区, 绝缘层 SiO₂ 上有铝栅极 G)

如果把 Si MOSFET 放在强磁场中, 使磁场的方向与界面垂直。电子不仅在与表面垂直的方向上的运动受到限制, 而且在与表面平行的方向上也不能自由运动。根据经典的观点, 在与表面平行的方向上应该作圆周运动。根据苏联物理学家朗道(L. D. Landau)的量子理论, 电子在与表面平行的方向上的运动能量应为

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c, \quad (1)$$

其中朗道量子数 $n = 0, 1, 2, \dots$, ω_c 相当于

圆周运动的角频率，它与磁场强度 B 之间的关系是

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}, \quad (2)$$

其中 m^* 是电子的有效质量。这一系列的能量就叫做朗道能级，每个朗道能级都是高度简并的，单位面积的简并度为 eB/h 。理想的二维电子系统在强磁场中应该成为一个能量完全分立的系统。

1966年，美国IBM公司的A. B. Fowler, 方复(F. F. Fang), W. E. Howard与P. J. Stiles进行了一个很重要的实验^[2]，令人信服地证明了二维电子系统的存在。他们把P型Si做衬底的MOSFET放在强磁场中，在极低的温度下测量源极与漏极之间的电导。在改变栅极电压 V_G 的过程中，电导呈现周期性的变化(图2)。这种变化常叫做Shubnikov-de Haas (SdH)

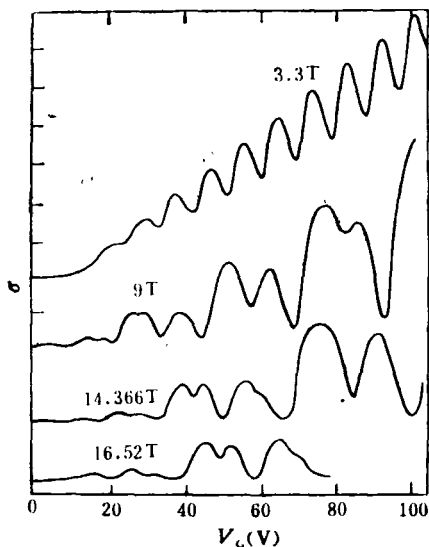


图2 不同磁场下 MOSFET 电导随栅极电压的变化

振荡。它的解释是这样的：当栅极电压不断增加时，反型层中的电子浓度随之增加，逐次填充各个朗道能级。每当费米能级移到两个朗道能级之间时，电导呈现极小值。如果反型层中的电子完全没有受到散射，朗道能级应该是非常狭窄的，即态密度与能量的关系呈 δ 函数形式。但是在由非晶态 SiO_2 与单晶体 Si 所形成的界面上不可避免地有多种缺陷存在，缺陷对电子的

散射使朗道能级变宽(见图3)。表征界面完整性的重要参数是低温下电子的迁移率，在上述的实验中，低温下的电子迁移率为 $3000\text{--}4000 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ 。

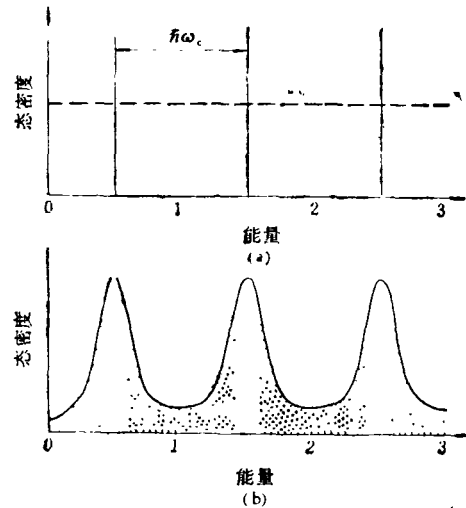


图3 强磁场中二维电子系统的态密度
(a) 没有缺陷时的“理想”情况；(b) 无序缺陷存在时的情况。有阴影的部分是局域态区域

这个实验大大激发了物理学家对二维电子系统的浓厚兴趣，从此，这个领域的实验研究与理论研究蓬勃地开展起来。与以上四位实验物理学家密切配合，IBM公司的F. Stern在理论方面做了奠基性的工作。此后，二维电子系统在强磁场中的输运现象就成了重要的研究课题。

二、二维电子系统在强磁场中的输运特性

在磁场中电流与电场的方向是不一致的，因此二维电子系统在磁场中的输运特性要用 2×2 的矩阵来表示，即电阻率张量 ρ 或电导率张量 σ 。对于最简单的各向同性二维电子系统，电阻率张量中只有两个独立的分量 ρ_{xx} 及 ρ_{xy} ，电导率张量中也只有两个独立的分量 σ_{xx} 及 σ_{xy} 。电阻率张量与电导率张量之间有简单的换算关系：

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \quad \sigma_{xy} = -\frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}. \quad (3)$$

在磁场中电流密度与电场强度之间的夹角 θ 叫做霍耳角, 并有

$$\tan \theta = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} = -\frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}}, \quad (4)$$

式中 ρ_{xy} 代表与电流垂直的电场强度分量与电流密度之比, 等于霍耳系数与磁场强度之积。

根据经典理论, 霍耳系数为

$$R = 1/cN, \quad (5)$$

并有

$$\rho_{xy} = B/cN, \quad (6)$$

其中 N 为电子的面密度。

对于没有散射的理想情况, 在很低的温度下, 如果电子正好填满 i (整数) 个朗道能级, 则有

$$N = i \frac{eB}{h}. \quad (7)$$

这时根据经典理论, 在垂直于表面的磁场及平行于表面的电场作用下, 电子一方面作圆周运动, 圆心同时沿着与电场垂直的方向漂移, 即电流与电场垂直, $\sigma_{xx} = \rho_{xx} = 0$ 。将 (7) 式代入 (6) 式, 于是有

$$\sigma_{xy} = -\rho_{xy}^{-1} = -i \frac{e^2}{h}. \quad (8)$$

七十年代中期, 日本东京大学年轻的理论物理学家安藤恒也 (T. Ando) 和他的老师植村泰忠 (Y. Uemura) 从理论上系统地研究了二维电子系统在强磁场中输运现象, 作出了卓越的贡献。他们从理论上分析了各种散射存在时朗道能级的展宽, 指出展宽的朗道能级两端会有一些的局域态 (图 3)。他们对二维电子系统的霍耳效应作了理论分析^[3], 得出了重要的结论。分析中用了自洽 Born 近似, 得到当费米能级在两个朗道能级的间隙中或在朗道能级的局域态中, 在绝对零度时, $\sigma_{xx} = \rho_{xx} = 0$; 并且对于 σ_{xy} 及 ρ_{xy} , (8) 式仍成立。

与此同时, 世界各国有几个实验小组进行二维电子系统在强磁场中输运特性方面的实验工作。工作比较出色的有日本的川路绅治 (S.

Kawaji) 等。这时, Si MOSFET 的工艺水平有了进一步的提高, 低温下的电子迁移率已达到 $10000 \text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ 以上。他们测量了 MOSFET 在强磁场中 σ_{xx} 随栅压变化的关系^[4] (图 4), 观察到在栅压的某个区间内, $\sigma_{xx} < 10^{-8} \text{S}$ 。这是一种十分有趣的物理状态, 霍耳角几乎是 90° , 电流与电场几乎完全垂直, σ_{xx} 几乎是零, 电流似乎无损耗地流过, σ_{xx} 几乎是零的栅压区间有一定的宽度 (远大于 $\hbar\omega_c/e$), 这就从实验上证实, 相邻的两个朗道能级之间确有局域态存在。

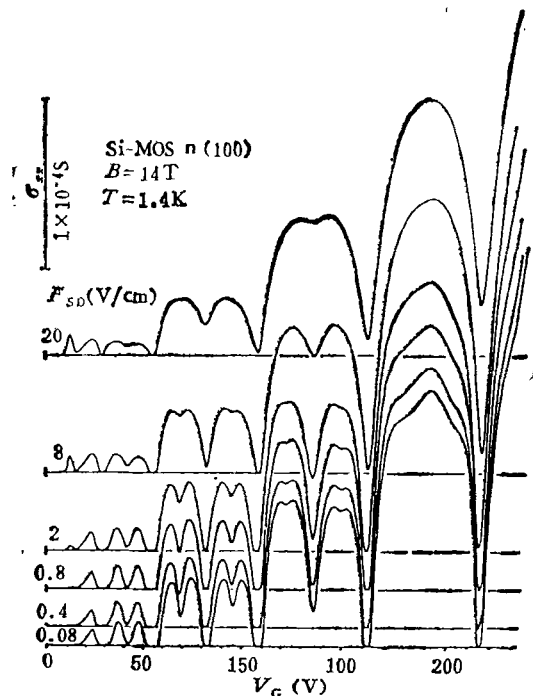


图 4 在 14T 的磁场与 1.4K 的温度下, Si MOSFET 的 σ_{xx} 随栅压 V_G 的变化关系^[4] (F_{SD} 为漏极与源极之间的电场强度)

三、量子霍耳效应的发现

1977 年, Th. Englert 与冯·克利青在 Würzburg 大学对 Si (100) 面上的 n 型反型层进行了测量^[6]。从他们发表的实验曲线 (见图 5) 可以看出, 在某一个使 $\rho_{xx} \approx 0$ 的栅压区间内, 出现一个 $\rho_{xy} \approx 6.5 \text{k}\Omega$ 的平台。这个看来很细小的现象, 在当时并没有引起人们的重视, 只有

冯·克利青十分自觉地注意它,并细致地进行了研究,导致了量子霍尔效应的发现。

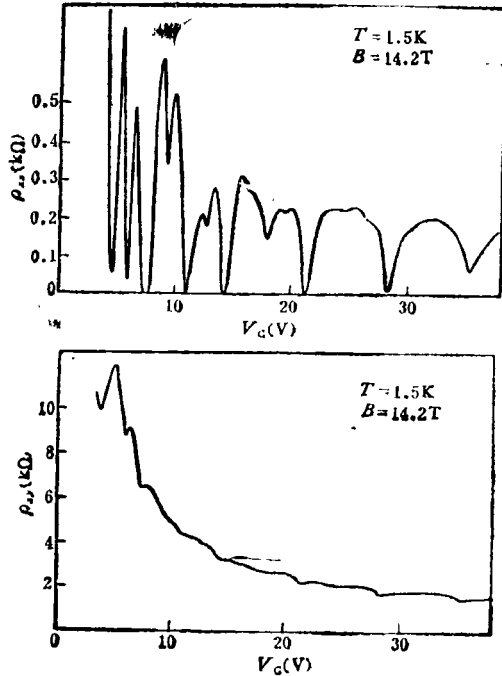


图5 文献[6]中的实验曲线

到了1980年春天,冯·克利青到法国 Grenoble 的强磁场实验室短期工作,这个实验室是德国与法国合建的,那里有欧洲最强的磁场。在18T的强磁场中,冯·克利青对Si MOSFET的输运特性进行了高精度的测量^[7]。测量的样品形状见图6,电流*I*由漏极流到源极,测量位于导电沟道同一侧两个电极之间的电压 U_{pp} ,可以算出 ρ_{xx} ;由位于导电沟道两侧的电极可以测出霍尔电压 U_H ,并算出 ρ_{xy} 。它们随栅压 V_G 的变化关系见图6。可以看出,当电子填满整数个朗道能级时, $\rho_{xx} \approx 0$, ρ_{xy} 出现适合(8)式的“平台”。附带说一下,由于这个样品是放在Si的(100)面上的,谷简并度为2,自旋简并度也为2。相当于每个朗道量子数*n*的能级,实际上包括四个能级(简并度都是 eB/h)。所以,当电子填满 $n=0$ 的朗道能级后,实际上 $i=4$;填满 $n=1$ 的朗道能级后, $i=8$ 。最令人惊奇的是平台符合(8)式的精度非常高。(8)式中包括了 e^2/h ,它与精细结构常数 α 有着以下的关系(SI单位):

$$\alpha = \frac{c^2 \mu_0 c}{h^2}, \quad (9)$$

其中 μ_0 为真空磁导率,

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}, \quad (10)$$

式中*c*为真空中的光速,等于299792458m/s,

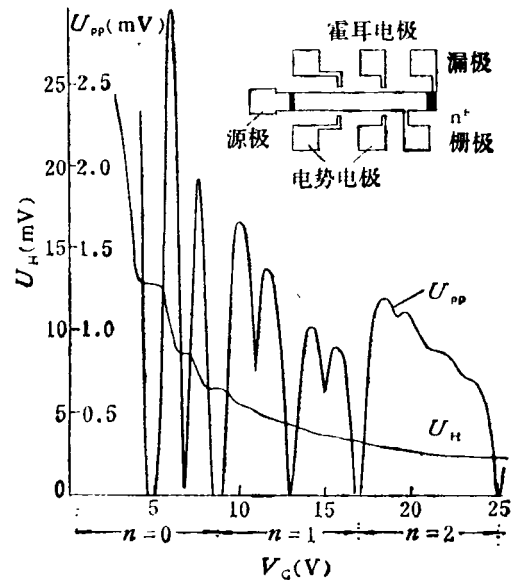


图6 文献[7]中的样品及曲线 (U_H 表示霍尔电压; U_{pp} 为两个电势电极间的电压;曲线表示 $B=18\text{T}$ 及 $T=1.5\text{K}$ 下 U_H 及 U_{pp} 随栅压 V_G 的变化)

精度为0.004ppm。精细结构常数 α 是1916年在研究氢原子光谱的精细结构时提出来的,约等于 $1/137$ 。经过多年的测量,到1979年,最精确的数值为 $\alpha^{-1} = 137.035963$,精度为0.11ppm。在一定的栅压 V_G 的范围内,电子填满了 $n=0$ 的朗道能级,这时在 ρ_{xy} 的曲线上出现一个平台,即

$$\rho_{xy} = h/4e^2 = 6453.17 \pm 0.02 \Omega. \quad (11)$$

由它算出的 α 值,误差小于10ppm。这篇论文^[7]于1980年5月投寄给Physical Review Letters,于同年8月份发表。文章的署名还包括了G. Dorda与M. Pepper,多年来冯·克利青的实验工作一直靠他们两人提供样品。

根据经典理论,由(6)式可知 ρ_{xy} 与电子密度*N*成反比,但是冯·克利青的实验表明 ρ_{xy} 与*N*(注意:*N*与 V_G 有线性关系)的关系曲线呈台阶状(见图7),从此就把这个效应叫做量子霍尔效应。 ρ_{xy} 具有电阻的量纲,与平台相对

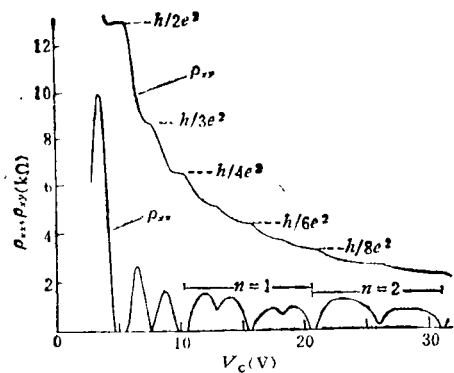


图7 ρ_{xx} 与 ρ_{xy} 随栅电压 V_G 变化的关系曲线

应的 ρ_{xy} 值就叫做量子霍尔电阻。

为了提高测量精度，冯·克利青立刻与联邦德国负责计量标准的机构 Physikalisch Technische Bundesanstalt (PTB) 合作，发现由量子霍尔效应测出的 α 值与当时最精确的 α 值间的误差约为 1ppm^[8]。

冯·克利青的实验结果一经传出，立刻轰动了各国的科学家，在几个月内他们纷纷与本国负责标准计量的机构合作，重复他的实验，都证实了其正确性。

七十年代以来，由于分子束外延技术 (MBE) 的发展，人们能够生长出界面特性非常完整的 III-V 族化合物的异质结，其中主要的一种是 $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ 。七十年代末，美国贝尔实验室的科学家们发展了一种“调制掺杂”的结构，把提供电子的施主杂质 Si 掺到禁带较宽的 $Al_xGa_{1-x}As$ 一侧，施主提供的电子就转移到禁带较窄的 GaAs 中去。由于电子的转移，异质结两侧产生了空间电荷区，从而使电子落入 GaAs 一侧的势阱中，形成二维电子气。由于电子远离产生它们的电离施主杂质，后者对电子的散射作用很弱，又由于 MBE 技术生长的界面特性很完整，二维电子气在低温下的迁移率很高，在 1980 年已接近 $10^5 \text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ，比 MOSFET 中的数值高约一个数量级，从而给二维电子系统的物理的研究工作提供了更有利的条件。图 8 是这种“调制掺杂”异质结的结构及能带图。在冯·克利青的实验结果发表以后，贝

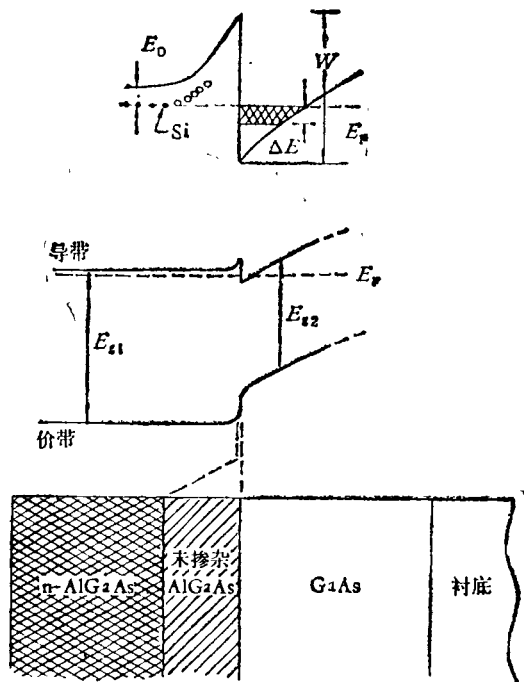


图8 “调制掺杂”的异质结的结构和能带图。
(E_{g1} 及 E_{g2} 分别是 Al_xGa_{1-x} 与 GaAs 的禁带宽度， W 代表 $Al_xGa_{1-x}As$ 与 GaAs 在界面处导带底的能量差， ΔE 表示零磁场时二维电子气对最低的子能带的填充程度， E_F 为费米能级)

尔实验室的崔奇 (D. C. Tsui) 与 A. C. Gossard 立刻对 $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ “调制掺杂”异质结中的二维电子气进行了测量^[9]。由于在这种结构中不能靠改变栅极电压的办法来改变电子密度，在强磁场中进行输运特性测量时，只能用改变磁场强度 B 的办法。实验过程中，二维电子气的密度近似不变，当 B 逐渐变大时，朗道能级不断升高(同时简并度也变大)，由下而上地移过固定不变的费米能级，实验结果见图 9，当费米能级在两个朗道能级之间时， $\rho_{xx} \approx 0$ ， $\rho_{xy} \approx h/ie^2$ ，出现“平台”， ρ_{xy} 值有很高的精度。由于 GaAs 中电子的有效质量较 Si 中的小，所以量子霍尔效应可以在较低的磁场中观察到。这就说明量子霍尔效应不是某一种半导体材料所特有的，而是二维电子系统固有的效应。

以上所提及的实验都是在 1.5—4.2 K 的温度范围内进行的。在更低的温度下，量子霍尔效应更加明显。一组 50mK 下的实验曲线见

图10^[10],其中量子霍尔平台变得很宽,而 $\rho_{xx} \neq 0$ 的区域变得很窄。

不久以后,对于调制掺杂 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ 异质结中的二维空穴气,也观察到量子霍尔效应^[11]。

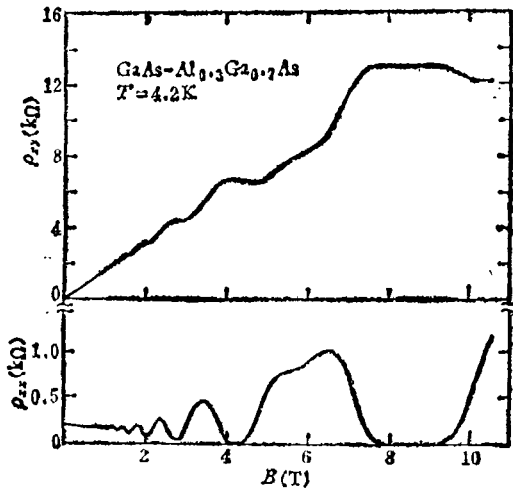


图9 文献[9]中的实验曲线
(表示 ρ_{xx} 和 ρ_{xy} 与 B 的关系, B 与表面垂直)

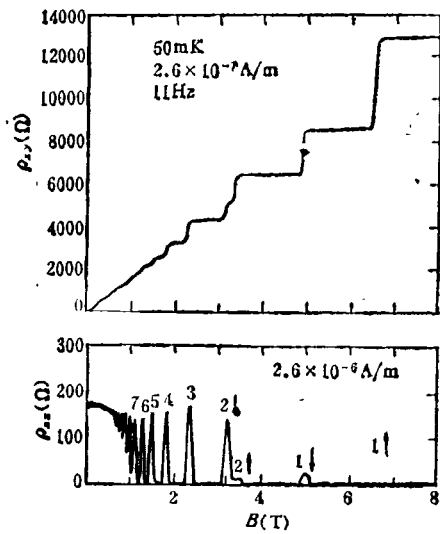


图10 文献[10]中极低温下的实验曲线
(ρ_{xx} 极大值上的数字为朗道量子数,箭头代表自旋的方向)

四、量子霍尔效应开辟了新的研究领域

精细结构常数 α 是最重要和最基本的物理常数之一,它标志着带电粒子与电磁场之间的相互作用,并且可以用其他基本常数的组合来

表示。对于量子电动力学来说,它是一个关键的常数,测准 α 值对量子电动力学的理论是一个很好的检验。目前, α 最精确的数值取自电子反常磁矩的测量,这个方法要假定量子电动力学的理论是正确的。过去人们找到了一个与量子电动力学理论无关的测量方法,这就是准确测量 Josephson 效应 ($2e/h$) 及质子的旋磁比 (γ_p)。现在量子霍尔效应又提供了一个与量子电动力学无关的测量方法。

由于量子霍尔电阻有很精确的数值,所以有可能利用它作为电阻的自然基准。目前电阻的标准具是用线绕电阻,这种电阻经过搬运以后,由于机械应力及热应力的影响数值会改变。人们正在努力提高测量精度,企图利用量子霍尔效应做成与材料及其他因素无关的电阻基准。美国、联邦德国、日本及英国等国的国家计量标准部门都在进行这一工作。

经过几年的努力,在 Si MOSFET 与 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ 异质结样品的测量上,目前的精度都已达到小于 0.1ppm 的水平^[12]。

冯·克利青的实验结果大大出乎理论物理学家的意料之外,它的结果为什么有这样高的精度?为什么它与具体的材料性质、样品的几何尺寸以及所含杂质与缺陷的种类都没有关系?

冯·克利青的实验推动了理论物理学家的研究热情,几年来的理论研究对量子霍尔效应有了大致的了解。局域态的存在对量子霍尔效应的解释是个关键,如果没有各种缺陷引起的局域态,就不会有量子霍尔效应, ρ_{xy} 的变化曲线上就不会有这样的平台。局域态虽然使一部分电子不能产生电流,但扩展态上的电子所产生的电流,与没有局域态时一个朗道能级上的全部电子产生的电流正好一样。在极低温下的实验表明^[11],一个朗道能级中,可能绝大部分状态都是局域态,而只有很小部分的状态是扩展态。

量子霍尔效应的普遍性是否包括了某些更根本的原理呢?理论物理学家 R. B. Laughlin 从另一个角度设法来解释它^[13]。他从规范变换

出发,可以不具体考虑固体中的各种实际存在的相互作用(例如电子与缺陷,电子与电子等),论证了量子霍尔效应的原理。

对量子霍尔效应的理论研究正在不断进行之中。

五、分数量子霍尔效应的发现

1982年美国贝尔实验室的崔奇, H. L. Stormer 与 A. C. Gossard 在研究迁移率极高的 $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ 异质结样品时,意外地发现了一种新的量子霍尔效应。如果电子气的面密度为 N , 电子所占有的朗道能级数为

$$\nu = \frac{N}{eB/h}$$

ν 一般叫做填充因子。1980年冯·克利青发

值时也观察到类似的现象^[16], 典型的曲线见图 11。

为了与原来的量子霍尔效应相区别, 这种新的量子霍尔效应就叫做分数量子霍尔效应, 而原来的就叫做整数量子霍尔效应。分数量子霍尔效应要在电子迁移率极高(大于 $4 \times 10^5 \text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$) 的样品中, 在极低的温度 ($< 1\text{K}$) 下才能观察到。

分数量子霍尔效应是理论物理学家完全没有预见到的, 引起了众多研究者更大的兴趣。目前认为, 在分数量子霍尔效应中起决定作用的是电子与电子间的库仑相互作用。在理论研究中起了较大作用的是 R. B. Laughlin, 他提出二维电子系统的一种新的基态, 相当于一种不可压缩的量子液体^[17]。对分数量子霍尔效应目前正进行着广泛的实验研究和理论研究。

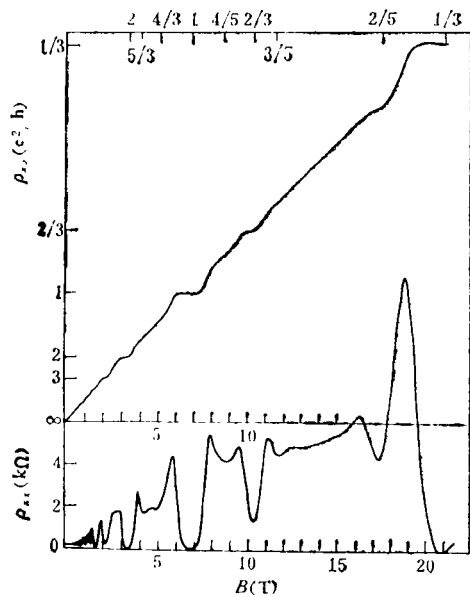


图 11 文献 [16] 中的曲线
(样品的电子迁移率为 $5 \times 10^5 \text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, $T = 0.55\text{K}$)

现的量子霍尔效应主要是, 当 ν 等于一系列整数时, ρ_{xx} 及 σ_{xy} 出现一系列满足 (8) 式的平台。新的量子霍尔效应是这样的, 当填充因子等于 $1/3$ 及 $2/3$ 时, 观察到 ρ_{xx} 的极小值及 ρ_{xy} 的平台, 并有以下的关系^[14,15]:

$$\rho_{xy} = h/\nu e^2$$

随后在 ν 等于 $4/3, 5/3, 2/5, 3/5, 4/5, 2/7 \dots$ 等

参 考 文 献

- [1] J. R. Schrieffer, *Semiconductor Surface Physics*, edited by R. H. Kingston, University of Pennsylvania Press, (1957), 55.
- [2] A. B. Fowler et al., *Phys. Rev. Lett.*, **16**(1966), 901.
- [3] T. Ando, Y. Matsumoto and Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Japan*, **39**(1975), 279.
- [4] S. Kawaji and J. Wakabayashi, *Surface Science*, **58**(1976), 238.
- [5] S. Kawaji, T. Igarashi and J. Wakabayashi, *Prog. Theor. Phys.*, Suppl. **57**(1975), 176.
- [6] Th. Englert and K. von Klitzing, *Surface Science*, **73**(1978), 70.
- [7] K. von Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 494.
- [8] E. Braun, E. Staben and K. von Klitzing, *PTB Mitteilungen*, **90**(1980), 350.
- [9] D. C. Tsui and A. C. Gossard, *Appl. Phys. Lett.*, **38**(1981), 550.
- [10] M. A. Paalanen, D. C. Tsui and A. C. Gossard, *Phys. Rev. B*, **25**(1982), 5566.
- [11] H. L. Stormer et al., *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 126.
- [12] M. E. Cage, R. F. Dziuba and B. F. Field, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **IM-34**(1985), 301.
- [13] R. B. Laughlin, *Phys. Rev. B*, **23**(1981), 5632.
- [14] D. C. Tsui, H. L. Stormer and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 1559.
- [15] H. L. Stormer et al., *Physica*, **117-118B**(1983), 688.
- [16] H. L. Stormer et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1953.
- [17] R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1395.