

标准大气

侯文贵

(四川大学物理系)

描述地球大气在稳定状态时的基本性质所需要的数学公式和有关参数的标准值,称为标准大气模型,简称标准大气,或称大气标准。它是由某一个国家(或国际组织)的专门机关制定并公布的。大气稳定状态的基本性质是:(1)大气的温度值随高度的变化关系,简称温度-高度分布;(2)大气中各成分的密度值和大气总密度值随高度的变化关系,简称密度-高度分布。

人们对大气性质的认识,是随着科学技术的发展逐步深入的。因此,世界各国有关科学组织,经过一段时间的研究,积累数据后,对以前的大气标准进行修订,提出新的大气标准。美国的标准大气委员会从1971年至1976年,用了五年时间对1962年大气标准进行了修订,于1976年公布了新的大气标准,称为1976年美国标准大气(1976 COESA)^[1]。新的大气标准按两个高度范围分别描述:0—86km高度范围的大气标准,称模型I;86—1000km高度范围的大气标准,称模型II。

为了对大气的温度随高度变化关系和总密

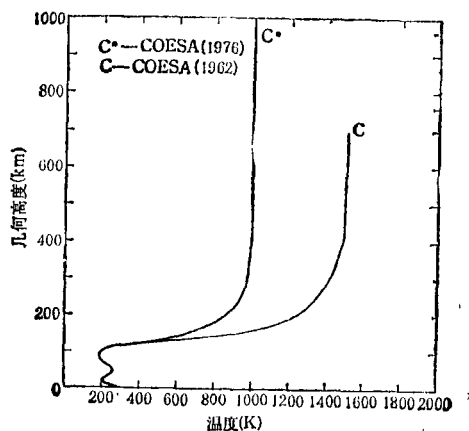


图1 温度与高度关系

度随高度变化关系的全貌有概括的了解,这里先给出0—1000km之间的大气温度-高度分布图和0—1000km之间的大气总密度-高度分布图(见图1和图2)。

由图1和图2中可以看到,1976年标准与1962年标准差别还是很大的,例如,300km以上高度,温度相差约500K。

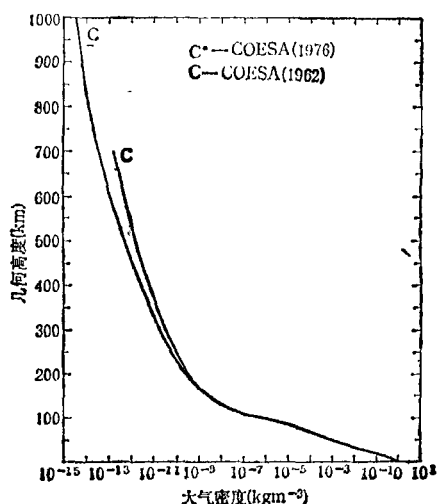


图2 总密度与高度关系

一、模型I(低界状态)

模型I是0—86km高度范围的大气标准,在这个高度范围内,大气温度-高度分布和大气总密度-高度分布的有关数据见表1。温度-高度分布见图3。

表1中, H 是位势高度^D,量度单位是km'。

1) 位势高度 H 与几何高度 Z 的关系是 $H = \left(\frac{r}{r+Z}\right)Z$, 式中 r 为北纬 45° 处的地球有效半径,
 $r = 6356.776\text{km}$ 。

表 1

Z (km)	H (km')	T_M (K)	L_M (K/km)	P (mbar)	ρ (kgm ⁻³)	N (m ⁻³)
0	0.000	288.150		1.013250×10^5	1.224999×10^0	2.546972×10^{23}
	11.000	216.650	-6.5	2.263206×10^2	3.639178×10^{-1}	7.566441×10^{24}
	20.000	216.650	0.0	5.474889×10^1	8.803480×10^{-2}	1.830386×10^{24}
	32.000	228.650	+1.0	8.680187×10^0	1.322500×10^{-2}	2.749692×10^{23}
	47.000	270.650	+2.8	1.109063×10^0	1.427532×10^{-3}	2.968072×10^{22}
	51.000	270.650	0.0	6.693887×10^{-1}	8.616049×10^{-4}	1.791416×10^{22}
	71.000	214.650	-2.8	3.956420×10^{-2}	6.421099×10^{-5}	1.335051×10^{21}
86	84.852	186.946	-2.0	3.733836×10^{-3}	6.957879×10^{-6}	

T_M 是温度的特殊定义,它等于温度 T 乘以分子量的水平面值 M_0 与环境值 (ambient value) M 的比值,即 $T_M = \left(\frac{M_0}{M}\right)T$, 称为分子标度温度。 L_M 是 T_M 的高度梯度, $L_M = \frac{dT_M}{dM}$ 。 P 是压强。 ρ 是质量密度。 N 是数密度。 M 的值可以用以下公式计算:

$$M = \rho N_A / N,$$

式中 N_A 是阿佛加德罗常数, N 与 ρ 的值表 1 中可以查到。

表 1 中 L_M 是一组常数值, 它分别对应各个不同的高度层, 表示各层中的 T_M 随高度 H 的变化特性, 等温层中 L_M 等于零。由于 L_M 是一组常数值, 所以由它可以简单地算出 0—13.86km 范围内任意高度的温度。例如, 在 71km' 处, $T_M = 214.65K$, $L_M = -2K/km'$, 由 71km' 向上沿伸 852km', 高度则为 84.852km', 此高度的 T_M 为

$$T_M = 214.65K + [(-2K/km') \times 13.852km'] = 186.946K.$$

还可以由 $T_M = \left(\frac{M_0}{M}\right)T$, $M = \rho N_A / N$ 换算得到温度 T 的值。

M 是平均分子量, 与高度有关。在 86km 处, $M = 28.95221kg \cdot kmol^{-1}$, 水平面值 $M_0 = 28.96444kg \cdot kmol^{-1}$, 二者非常接近。由 $T_M = \left(\frac{M_0}{M}\right)T$ 知, T 与 T_M 的值的差小于 0.1K, 因此高度 86km 处被选为模型 I 与模型 II 的分界高度(即边界)。由于边界处 $T/M = T_M/M_0$,

所以与 T/M 有关的大气的参数(例如, 压强 P 、密度 ρ) 都将在边界连续。

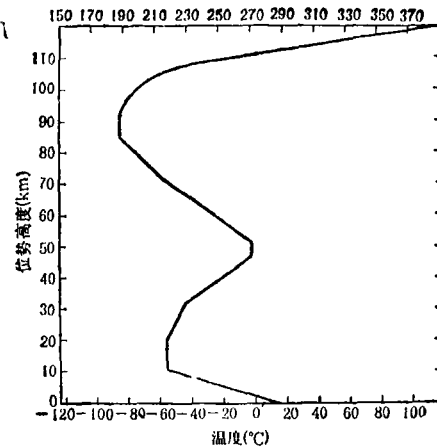


图 3 温度与位势高度关系

图 3 是图 1 中的 0—120km 高度范围图形的放大。从图 3 可以清楚地看出在此高度范围内温度随高度变化特性。

二、模型 II (高界状态)

模型 II 是 86—1000km 高度范围的大气标准。在这个高度范围内, 大气温度-高度分布和大气各成份的密度-高度分布的有关数据及计算公式, 如下:

1. 温度与高度的分布关系

在 86—1000km 高度范围内, 温度-高度分布可分为四个连续段。每段端点的高度 Z (几何高度), 温度 T , 梯度 $L_K = \frac{dT}{dZ}$ 的值分别用

$Z_b, T_b, L_{K,b}$ 表示。角标 b 的值与各个段的端点的高度有关。 $b=7$ 是基准点，又是模型 I 的顶点。 b 的值见表 2。

表 2

角 标 b	高 度 $Z_b(\text{km})$	温 度 $T_b(\text{K})$	梯 度 $L_{K,b}(\text{K/km})$
7	86	186.8673	0.0
8	91	186.8673	0.0
9	110	240.0	12.0
10	120	360.0	12.0
∞	∞	1000.0	0.0

四个段的温度-高度分布及其梯度的数学描述如下：

第一段：在 86—91km 之间，即在 $Z_7 = 86\text{km}$ 至 $Z_8 = 91\text{km}$ 之间，是一等温层。在此段中，

$$T = T_7, T_7 = 186.867\text{K}, \quad (1a)$$

$$\frac{dT}{dZ} = L_{K,7} = 0. \quad (1b)$$

第二段：在 91—110km 之间，即在 $Z_8 = 91\text{km}$ 至 $Z_9 = 110\text{km}$ 之间。此段是一椭圆形，其温度 T 作为高度 Z 的函数的数学公式是：

$$T(Z) = T_c + A \left[1 - \left(\frac{Z - Z_8}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2a)$$

式中

$$T_c = 263.1905\text{K}, A = -76.3232\text{K},$$

$$Z_8 = 91\text{km}, a = -19.9429\text{km}.$$

由上式可得

$$\frac{dT}{dZ} = \frac{-A}{a} \left(\frac{Z - Z_8}{a} \right) \left[1 - \left(\frac{Z - Z_8}{a} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (2b)$$

第三段：在 110—120km 之间，即在 $Z_9 = 110\text{km}$ 至 $Z_{10} = 120\text{km}$ 之间。此段中温度随高度线性增加，温度作为高度的函数的数学公式是

$$T(Z) = T_9 + L_{K,9}(Z - Z_9), \quad (3a)$$

式中

$$T_9 = 240\text{K}, L_{K,9} = 12\text{K/km}, Z_9 = 110\text{km}.$$

由此得

物理

$$\frac{dT}{dZ} = L_{K,9} = 12\text{K/km}. \quad (3b)$$

第四段：在 120—1000km 之间，即在 $Z_{10} = 120\text{km}$ 至 $Z_{\infty} = \infty$ 之间。此段中温度 T 作为高度 Z 的函数是一指数规律，其数学公式是

$$T(Z) = T_{\infty} - (T_{\infty} - T_{10}) \cdot \exp(-\lambda\xi), \quad (4a)$$

式中 $T_{\infty} = 1000\text{K}$, $T_{10} = 360\text{K}$, $\lambda = [1/(T_{\infty} - T_{10})] \cdot L_{K,10} = 0.01875(1/\text{m})$, $\xi = (Z - Z_{10})(r + Z_{10})/(r + Z)$ 。在 λ 和 ξ 的表达式中， $L_{K,10} = 12\text{K/km}$, $Z_{10} = 120\text{km}$, $r = 6356.766\text{km}$ ，是北纬 45° 地球有效半径。由 4(a) 式可得到梯度 dT/dZ 的表达式为

$$\frac{dT}{dZ} = \lambda(T_{\infty} - T_{10}) \left(\frac{r + Z_{10}}{r + Z} \right)^2 \cdot \exp(-\lambda\xi). \quad (4b)$$

(4a) 式可扩展至 1000km 高度，用 (4a) 式计算可得 $Z = 200\text{km}$ 时， $T = 854.559\text{K}$ ， $Z = 500\text{km}$ 时， $T = 999.2356\text{K}$ ， $Z = 1000\text{km}$ 时， $T = 999.9997\text{K}$ 。

2. 大气各成分数密度与高度的分布关系

86—1000km 高度范围内的大气各成分数密度-高度分布是由几个数学公式描述的，现简述如下：

(1) 氮气分子 (N_2) 的数密度-高度分布

$$n(N_2) = n(N_2)_7 \cdot \exp \left[- \int_{Z_7}^Z \left(\frac{M(N_2)g}{RT} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dZ} \right) dZ \right], \quad (5)$$

式中 $n(N_2)_7$ 是参考点 7 处的 N_2 的数密度，即 86km 处的 N_2 的数密度(见表 3)。 $M(N_2)$ 是 N_2 的分子量。 $R = 8.31432 \times 10^3 \text{NmK}^{-1} \text{kmol}^{-1}$ ，是气体普适常数。 $Z_7 = 86\text{km}$ 。

N_2 是大气中的主要成分，它的数密度-高度分布特性如图 4, 5 所示。

(2) 原子氧 (O)，分子氧 (O_2)，氦 (He)，氩 (Ar) 的数密度-高度分布

$$n_i = n_{i,7} \frac{T_7}{T} \cdot \exp \left\{ - \int_{Z_7}^Z \left[F(Z) \right. \right.$$

表 3

气 体	8.6km	120km	150km	450km
N ₂	1.12979 × 10 ²⁰ m ⁻³	3.7224 × 10 ¹⁷ m ⁻³	3.1211 × 10 ¹⁶ m ⁻³	1.0855 × 10 ¹² m ⁻³
O (原子)	8.60000 × 10 ¹⁶ m ⁻³	9.2746 × 10 ¹⁶ m ⁻³	1.7800 × 10 ¹⁶ m ⁻³	4.1636 × 10 ¹³ m ⁻³
O ₂	3.03090 × 10 ¹⁹ m ⁻³	4.3949 × 10 ¹⁶ m ⁻³	2.7500 × 10 ¹⁵ m ⁻³	2.3676 × 10 ¹⁰ m ⁻³
He	7.58173 × 10 ¹⁴ m ⁻³	3.8878 × 10 ¹³ m ⁻³	2.1058 × 10 ¹³ m ⁻³	3.9478 × 10 ¹² m ⁻³
Ar	1.35140 × 10 ¹⁸ m ⁻³	1.6361 × 10 ¹² m ⁻³	5.0000 × 10 ¹³ m ⁻³	2.6583 × 10 ⁷ m ⁻³
H (原子)	—	—	3.7541 × 10 ¹¹ m ⁻³	8.4429 × 10 ¹⁰ m ⁻³
ρ	6.95788 × 10 ⁻⁶ kgm ⁻³	2.221 × 10 ⁻⁸ kgm ⁻³	2.075 × 10 ⁻⁹ kgm ⁻³	1.184 × 10 ⁻¹² kgm ⁻³
M	28.95220kgkmol ⁻¹	26.204kgkmol ⁻¹	24.102kgkmol ⁻¹	15.247kgkmol ⁻¹

$$+ \left(\frac{V_i}{D_i + K} \right) \left. \frac{dZ}{dz} \right\}, \quad (6)$$

式中 $n_{i,7}$ 是 i 成分在参考点 7 处的数密度, 即 86km 处的 i 成份的数密度值 (见表 3), T_7 是 86km 处温度 (见表 1), $Z_7 = 86\text{km}$,

$$F(Z) = \frac{D_i}{H_i(D_i + K)} + \left(\frac{\alpha_i D_i}{D_i + K} \right) \frac{1}{T} \frac{dT}{dZ} + \frac{K}{H_p(D_i + K)}, \quad (7)$$

式中 $H_i = \frac{RT}{M_i g}$ 是 i 成份的压强标高 [其中 M_i

是 i 成份的克分子量, $g = g_0 \left(\frac{r}{r+2} \right)^2$ 是重力加速度, $r = 6356.766\text{km}$ 是北纬 45° 地球有效值, g_0 是重力加速度水平面值], α_i 是 i 成份的热扩散因子 [其值: He 是 -0.4, 原子氧

(O)、分子氧 O_2 和氩 (Ar) 都是零], $H_p = \frac{RT}{Mg}$ (其中 M 是空气的平均克分子量, K 是湍流扩散系数), D_i 是分子扩散系数 [其表达式为

$$D_i = \frac{a_i}{N} \left(\frac{T}{273.15} \right)^{b_i},$$

其中 a_i 与 b_i 的值见表 4, N 是在高度为 Z 时的总数密度量, 计算原子氧和分子氧的 D_i 时, N 是 N_2 的数密度, 计算 Ar 和 He 的 D_i 时, N 是 N_2, O, O_2 三种成分的总数密度量]。

表 4

气 体	$a_i(\text{m}^{-1}\text{s}^{-1})$	b_i (无量纲)
O	6.986 × 10 ²⁰	0.750
O ₂	4.863 × 10 ²⁰	0.750
Ar	4.487 × 10 ²⁰	0.870
He	1.700 × 10 ²¹	0.691

表 5

气 体	$q_i(\text{km}^{-3})$	$Q_i(\text{km}^{-3})$	$u_i(\text{km})$	$U_i(\text{km})$	$w_i(\text{km}^{-3})$	$W_i(\text{km}^{-3})$
O	-3.416248 × 10 ⁻³	-5.809644 × 10 ⁻⁴	97.0	56.90311	5.008765 × 10 ⁻⁴	2.706246 × 10 ⁻⁵
O ₂	0	1.366312 × 10 ⁻⁴	—	86.000	—	8.333333 × 10 ⁻⁵
Ar	0	9.434079 × 10 ⁻⁵	—	86.000	—	8.333333 × 10 ⁻⁵
He	0	-2.457369 × 10 ⁻⁴	—	86.000	—	6.666667 × 10 ⁻⁴

(6) 式中的流动项 $\frac{V_i}{D_i + K}$ 由下式表示:

$$\frac{V_i}{D_i + K} = Q_i(Z - U_i)^2 \cdot \exp[-W_i(Z - U_i)^3] + q_i(u_i - Z)^2 \cdot \exp[-w_i(u_i - Z)^3], \quad (8)$$

式中的 $q_i, u_i, w_i, Q_i, U_i, W_i$ 对各成分都是常数, 其值见表 5。

(3) 氢原子 (H) 的数密度-高度分布

$$n(\text{H}) = \left[n(\text{H})_r - \int_{Z_r}^Z \frac{\phi}{D(\text{H})} \right]$$

(下转第 582 页)