

二维电子系统

江丕桓

(中国科学院半导体研究所)

一、半导体界面上的二维电子系统

五十年代末和六十年代初,硅半导体器件的制造工艺有了很大的突破,制成了金属-氧化物-半导体场效应晶体管(MOSFET),其结构见图1。它用P型硅做衬底,表面上生长一层

的,形成一系列的分立能级,而与界面平行方向上的运动会是自由的,这就是一种“三维电子系统”,又称“二维电子气”。

七十年代以来,由于分子束外延技术(MBE)的发展,人们能够生长出界面非常完整的III-V族化合物的异质结,其中主要的一种是 $Al_xGa_{1-x}As$ 与GaAs组成的异质结(图2)。

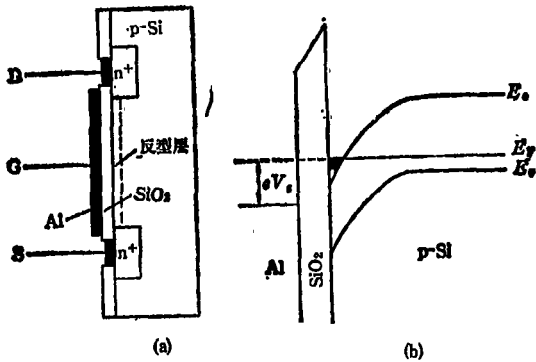


图1 金属-氧化物-半导体场效应晶体管
(a) 剖面示意图; (b) 能带图

(E_c 表示导带底, E_v 表示价带顶, E_F 为费米能级)

SiO_2 , 其上有铝栅极G。两个重掺杂的 n^+ 区分别是源极S及漏极D。如果栅极加上较大的正电压 V_g ,硅表面附近会积累大量电子,形成与体内导电类型相反的反型层,成为源极及漏极间的导电沟道。反型层中的电子面密度 N 与栅极电压 V_g 间呈线性关系:

$$N = \frac{C_0}{e} (V_g - V_T), \quad (1)$$

其中 C_0 为单位面积的氧化物电容, V_T 为阈电压, e 为电子电荷。

如果与半导体界面垂直的电场很强,反型层中的电子被限制在一个很窄的势阱中,电子在与界面垂直的方向上的运动就会是量子化

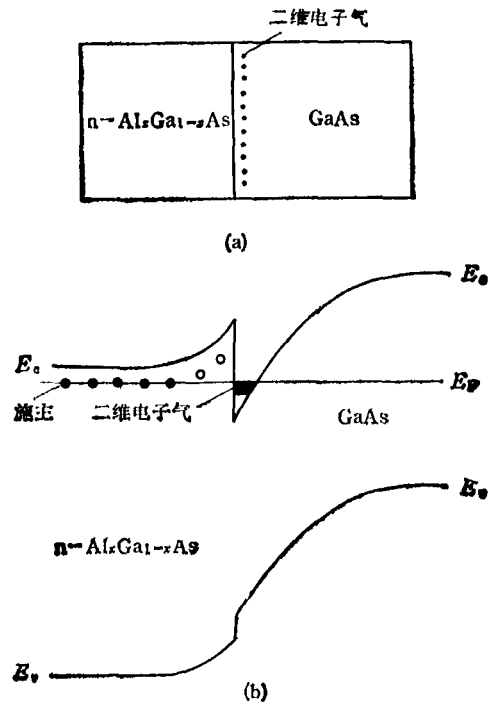


图2 “调制掺杂”异质结

(a) 结构示意图; (b) 能带图

(E_c 表示导带底, E_v 表示价带顶, E_F 为费米能级)

七十年代末,科学家们发展了一种“调制掺杂”的结构,把提供电子的施主杂质硅掺到禁带较宽的 $Al_xGa_{1-x}As$ 一侧,施主提供的电子就转移到禁带较窄的GaAs中。由于电子的转移,异

质结两侧产生了空间电荷区,从而使电子落入 GaAs 一侧的势阱中,形成了与 MOSFET 结构中的类似的二维电子气。由于电子远离产生它们的电离施主杂质,后者对电子的散射作用很弱,又由于 MBE 技术生长的界面很完整,使电子在低温下的迁移率很高,比 MOSFET 中的数值高一两个数量级,从而给二维电子系统物理的研究提供了更有利的条件。

采用导电类型相反的材料,可以形成完全类似的“二维空穴系统”。

另外,在液氮的表面上也可以形成一个浓度很低的二维电子系统,它在许多方面与半导体界面上的二维电子系统不同,本文对此不作介绍。

二、二维电子系统的电子态

二维电子系统中的电子被限制在一个很窄的势阱中。如果选坐标的 x 轴与界面垂直,这个一维势阱的势能 V 只与坐标 x 有关,即有

$$V = V(x).$$

电子在 x 方向上的运动应该是量子化的,相当于束缚态,能量取一系列分立值。电子在与界面平行的方向上可以自由运动,能量可以取准连续值。电子的薛定谔方程应是

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \psi(x, y, z) + V(x) \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z), \quad (2)$$

其中 m^* 是电子的有效质量, $\hbar = h/2\pi$, h 是普朗克常数, E 是能量本征值。由于势能只与坐标 x 有关,波函数 $\psi(x, y, z)$ 可以是

$$\psi(x, y, z) = e^{i(k_x x + k_y y)} u(x), \quad (3)$$

其中 $u(x)$ 代表 x 方向的波函数,它应适合以下的一维薛定谔方程:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + V(x) u(x) = E_{\perp} u(x), \quad (4)$$

其中本征值 $E_{\perp} = E_0, E_1, E_2, \dots$, 取一系列分立值。 $e^{i(k_x x + k_y y)}$ 为二维的平面波, k_x 及 k_y 为二维波矢的分量,表示电子沿 x 和 y 方向是

物理

自由的,其能量

$$E_{\parallel} = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2),$$

总能量为

$$E = E_{\perp} + E_{\parallel} = E_i + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2), \quad (5)$$

其中 $i = 0, 1, 2, \dots$ 。

对于一个三角形的一维势阱,可以严格求出与界面垂直的方向上的能量 E_{\perp} 及波函数(见图 3)。与界面垂直的能量 E_{\perp} 如取某一值

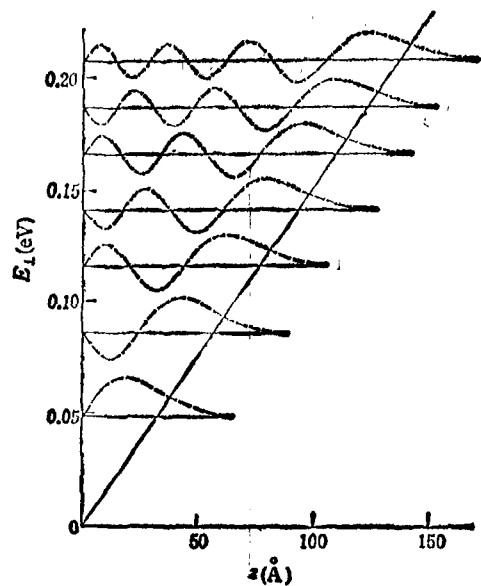


图 3

$x < 0, V = +\infty; x > 0, V = e\theta x; \theta = 1.5 \times 10^8 \text{ V/cm}; z$ 为离表面的距离

E_i , 与界面平行的能量 E_{\parallel} 仍可以取任意正值,这时总能量可以取 E_i 至 ∞ 间的任意值,这些电子态的总和叫做一个子带。

下面我们计算每个子带的态密度。假设样品是一个边长为 L 的正方形,对于沿 x, y 方向的平面波,利用周期性边界条件,可得

$$\begin{cases} k_x = \frac{2\pi}{L} n_x, \\ k_y = \frac{2\pi}{L} n_y, \end{cases} \quad (6)$$

其中 n_x 及 n_y 为整数。由此可知,在二维波矢平面中的状态密度为 $L^2/4\pi^2$ 。在二维波矢平

面中,等能线为圆,其半径为

$$k = \frac{\sqrt{2m^*E_{\parallel}}}{\hbar} \quad (7)$$

能量(与界面平行的)小于 E_{\parallel} 的状态数为

$$N(E_{\parallel}) = \pi k^2 \cdot \frac{L^2}{4\pi^2} = \frac{m^*E_{\parallel}}{2\pi\hbar^2} L^2, \quad (8)$$

状态数与能量成正比。因此,单位面积的状态密度为

$$D(E) = \frac{m^*}{2\pi\hbar^2}, \quad (9)$$

是一个与能量无关的常数。

考虑到所有的子带,状态密度与能量的关系呈阶梯状(图4)。E 小于 E_0 时状态密度为零,能量每越过一个 E_i 值,状态密度增加 $m^*/2\pi\hbar^2$ 。

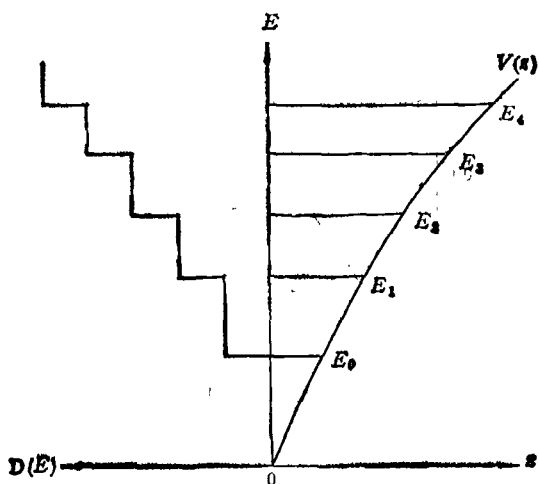


图4 状态密度与能量的关系

状态密度与能量无关是二维电子系统的重要特点。根据类似的推导,可以得出三维及一维系统的状态密度,其结果见表1。

表1

维数	能量小于 E 的状态数	状态密度
3	$\sim E^{3/2}$	$\sim E^{1/2}$
2	$\sim E$	常数
1	$\sim E^{1/2}$	$\sim E^{-1/2}$

三、二维电子系统的输运特性

二维电子系统中的电子在垂直于界面的方

向上是不能自由运动的,如果在平行于界面的方向上存在电场,就会产生电流。例如在图1所示的 MOSFET 中,在源极 S 与漏极 D 之间加上电压,就会有电流流过。对于与界面平行的电导,其电导率与三维的情况一样可以用下面的公式来表示:

$$\sigma = eN\mu, \quad (10)$$

其中 μ 为迁移率。粗浅的分析给出

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*}, \quad (11)$$

其中 m^* 为电子的有效质量, τ 为平均自由时间,即电子在两次散射之间所经历的时间的平均值,其倒数为散射几率。

在室温下,起主要作用的散射机构是晶格振动,亦即所谓声子散射。随着温度的降低,晶格振动减弱。到了低温下(如在液氮的温度下),起主要作用的是晶格的各种不完整性——杂质与缺陷。在 MOSFET 结构中,晶态硅表面上覆盖着非晶态的 SiO_2 , 这样的界面附近缺陷较多,对电子的散射作用较强。在调制掺杂的 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ 异质结中,由于电子与产生它们的施主杂质在空间分开了,所以后者对电子的散射作用就变弱了;又由于 MBE 技术生长的界面很完整,这就使电子在低温下的迁移率很高。随着工艺技术的提高,低温迁移率的数值也达到了更高的水平。对于(100)的晶面,液氮温度(4.2K)下的迁移率达到的水平见表2。

表2

材料	m^*	$\mu(\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s})$	$\tau(\text{s})$
Si	0.19m	4×10^4	4.3×10^{-12}
GaAs	0.068m	2×10^6	7.7×10^{-11}

利用调制掺杂的异质结,可以制成高电子迁移率晶体管^[1],它具有极高的开关速度。

四、强磁场中的二维电子系统

二维电子系统在低温强磁场中呈现一系列特殊的量子化效应。如果磁场的方向与界面垂

直, 电子不仅在与界面垂直的方向上的运动受到限制, 而且在与界面平行的方向上也不能自由运动。根据经典的观点, 电子在与界面平行的方向上应该作圆周运动, 其角频率为

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}, \quad (12)$$

其中 B 为磁场强度, 而其能量可以是任意的。朗道研究了电子在磁场中运动的量子理论, 他认为电子在与界面平行的方向上的运动能量也应是量子化的, 即有一系列的朗道能级:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c, \quad (13)$$

其中朗道量子数 $n = 0, 1, 2, \dots$ 。电子运动的总能量为

$$E = E_z + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c. \quad (14)$$

朗道能级为一系列等间距的能级 (见图 5), 能级之间的间距为 $\hbar \omega_c$, 与磁场强度成正比。与磁场强度 $B = 0$ 的情况相对比, 能量区间为 $\hbar \omega_c$ 中的电子态全集中到一个朗道能级上, 所以每个朗道能级上集中了

$$\hbar \omega_c \times \frac{m^*}{2\pi \hbar^2} = eB/h$$

个态, 即朗道能级的简并度为 eB/h (单位面积)。

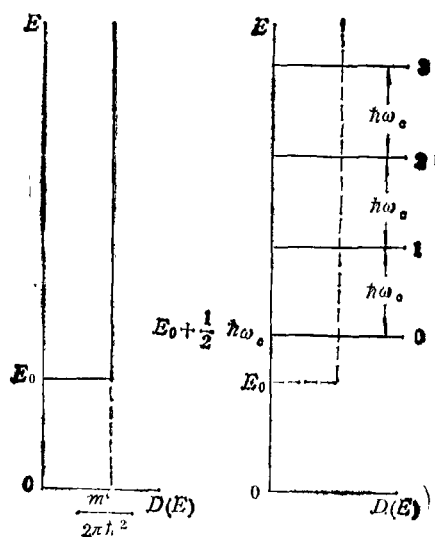


图 5 强磁场中的朗道能级
(图中只画出了属于一个子带的部分)

以上讨论的是理想的情况, 实际上电子会不断地受到散射。在经典的分析中, 电子作圆周运动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega_c}. \quad (15)$$

只有不等式

$$T \ll \tau \quad (16)$$

成立时, 电子才能在下次被散射之前作许多次圆周运动。将 (11), (12) 及 (15) 式代入 (16) 式, 可知 (16) 式相当于

$$\mu B \gg 1. \quad (17)$$

要满足这个条件, 必须有较强的磁场及低温迁移率较高的样品。只有在这样的“强磁场”条件下, 量子理论中的朗道能级才存在。对于 $\mu = 1 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ 的样品, $B \gg 1 \text{ T}$ 才算作强磁场; 对于 $B = 1 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$ 的样品, $B \gg 0.01 \text{ T}$ 已经是强磁场了。

为了能够观察到强磁场中的量子化效应, 必须在足够低的温度下进行实验。由于分立的朗道能级的间距为 $\hbar \omega_c$, 而只有当热激发的能量满足

$$kT \ll \hbar \omega_c \quad (18)$$

的情况下, 分立能级的概念才有意义。对于 GaAs 的情况, $m^* = 0.068 m$ 。如果 $B = 5 \text{ T}$, $\hbar \omega_c = 8.5 \text{ meV}$, 则要满足 (18) 式, 就应有

$$T \ll 100 \text{ K}.$$

如果把 MOSFET 放在强磁场中, 使磁场的方向与表面垂直, 则在极低温度下测量源极与漏极之间的电导, 就可以观察这种量子化的现象。在固定的磁场强度下, 改变栅极电压 V_g 的过程中, 电导会呈现周期性的变化 (图 6)。这种变化常叫做 Shubnikov-de Haas (SdH) 振荡。当栅极电压不断增加时, 反型层中的电子面密度随之增加, 逐次填充各个朗道能级。每当费米能级移过一个朗道能级时, 电导出现一次周期性变化。由 (1) 式可知, 电子面密度随 V_g 线性变化, 而当磁场强度为恒定时, 每个朗道能级的简并度是恒定的, 亦即可以容纳的电子数是恒定的, 因此在图 6 中沿 V_g 轴的振荡周期是恒定的。

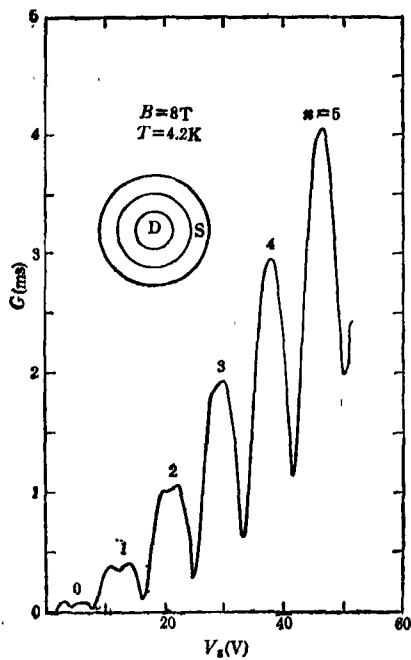


图6 强磁场中 MOSFET 电导随栅极电压的变化
(图中还画出了源极 S 及漏极 D 的形状; G 为电导)

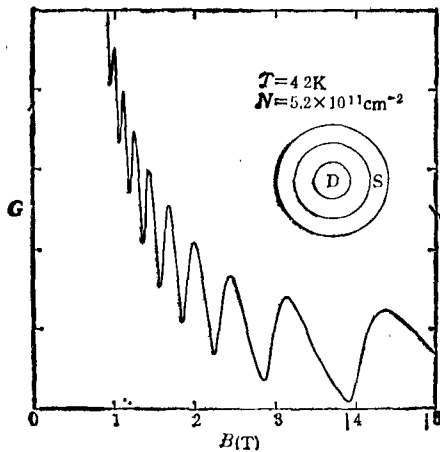


图7 调制掺杂异质结电导随磁场强度的变化
(图中还画出了源极 S 及漏极 D 的形状; G 为电导)

对于调制掺杂的异质结, 电子的面密度 N 是恒定的, 如把它放在与界面垂直的强磁场中, 改变磁场强度 B 时, 也可以观察到 SdH 振荡。图 7 是调制掺杂的 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ 异质结的典型振荡曲线, 在磁场强度增加的过程中, 朗道

能级的间距及简并度都成正比地增加, 一个个朗道能级由下而上地移过费米能级, 引起电导的周期性变化。考虑到电子的自旋, 每个朗道能级可容纳 $2eB/h$ 个电子, 当电子刚好充满第 n 个朗道能级(即一共占有 $n+1$ 个朗道能级)时, 会出现电导的极小值, 与之对应的磁场强度 B_{\min} 符合以下的公式:

$$N = (n+1) \cdot 2 \cdot \frac{eB_{\min}}{h}, \quad (18)$$

因此有

$$(B_{\min})^{-1} = \frac{2e}{h} \cdot \frac{n+1}{N}. \quad (19)$$

在图 7 中沿 B 轴的振荡周期不是恒定的, 但两个相邻的 B_{\min} 间却有下面的关系:

$$\Delta B_{\min}^{-1} = \frac{2e}{h} \cdot \frac{1}{N}. \quad (20)$$

因此由 SdH 振荡可以确定二维电子气的的面密度。

如果磁场与界面平行, SdH 振荡会消失, 这是二维电子系统的重要特点。总之, 在以上的分析中, 起作用的只是磁场在与界面垂直方向上的分量。当磁场变化时, 不仅电导发生上述周期性的变化, 其它的物理量如磁化率、温差电动势率等也发生类似的周期性变化。1980 年联邦德国物理学家冯·克利青发现了二维电子系统的量子霍尔效应, 为此获得了 1985 年度诺贝尔物理学奖。关于量子霍尔效应及其发现的经过, 已另有专文介绍^[2]。

近年来, 半导体物理的研究逐步由三维转向低维, 二维电子系统是低维半导体物理中的一个重要的研究领域。与三维系统相比, 二维系统具有一系列新的现象及新的规律, 所以引起了人们极大的兴趣。

参 考 文 献

- [1] 虞丽生, 物理, 14(1985), 335.
- [2] 江丕桓, 物理, 15(1986), 393.