

# 牛顿及其《原理》——纪念牛顿《原理》出版三百周年

钱 临 照

牛顿《原理》一书全名应为《自然哲学和宇宙体系的数学原理》。《原理》第一版印刷于1686年7月5日,1687年出版发行,距今恰为三百年,第二版于1713年发行,第三版于1725年发行,距牛顿逝世仅二年。在这三版中,牛顿都亲自作序言,二、三版的序言较短。牛顿的学生柯茨(Roger Cotes)于第二版中作有长序,时为1713年5月12日。这三个版本的《原理》都用拉丁文写作。牛顿逝世后二年由莫特(Andrew Motte)根据第三版译成英文行世。其后卡约里(F. Cajori)重校英译本,并在书后附有关于历史性和评论性的长篇注释,对了解牛顿《原理》有所帮助。该书于1934年出版发行,即今日所见的流行的《原理》。

牛顿在给他的《原理》第一版写的序言中说道:“我讨论的是哲学,而不是技艺;我写的不是关于人手之力,而是关于自然力方面的东西,而且主要是探讨那些与重力、浮力、弹性力、流体阻力,以及诸如此类不论是吸引或排斥的力有关的事物。因此,我把这部著作叫作哲学的数学原理”<sup>1)</sup>。牛顿自己说《原理》写的关于自然力方面的东西。详言之,《原理》将物理学中最基本的若干物理量下了正确的定义,阐述了物体运动三定律,用巨大篇幅论证万有引力的存在和天体运行的规律。在宏观世界里物体的运动中,力是无所不在的。牛顿《原理》奠定了经典物理学的基础。值此《原理》出版三百周年之际,我们来纪念物理学方面的这部伟大著作是有深刻意义的。

## 牛顿出生前的时代背景

古希腊的灿烂文化经过漫长的黑暗中世纪几乎凋零殆尽。十五世纪,文艺复兴的大旗飘扬在欧洲大陆,自然科学获得了新的生命,蓬勃成长。科学巨匠N·哥白尼,F·培根、第谷、J·开普勒、R·笛卡儿以及伽俐略等的学说先后驰骋于西欧。一场科学革命冲破了中世纪封建势力

和经院哲学的层层罗网,不断取得胜利。牛顿的诞生恰逢文艺复兴成功之后,自然哲学在西欧经萌芽而进入发展壮大时期。

## 家世、童年、少年、大学生、 大学教授和晚年

在西欧科学革命浪潮汹涌澎湃之际,1643年1月4日牛顿诞生于英格兰的一个小镇伍尔索普。牛顿出生前,他的父亲已去世,这个遗腹子的父母双方都是自耕农,家世无显赫可言。牛顿生而孱弱,自幼沉默寡言,性格倔强。牛顿少年时代喜欢摆弄机械小技巧,传说他做过一架磨坊的模型,动力是小老鼠;他放风筝在绳子上悬挂着小灯笼,夜间村人远望惊疑是彗星出现。他喜欢绘画和雕刻,尤喜刻日晷,家里墙角窗台上到处放他刻划的日晷,由此验看日影的移动以知时刻。牛顿的母亲原希望他成为一个农民,能自食其力,赡养家庭。但牛顿本人却无意于此,只是酷爱读书,以致经常忘了干活。随着年岁长大,牛顿越发好读书、沉思,做小试验。在格兰瑟姆中学读书时寄寓在一位药剂师家里,使他受到化学实验的熏陶。

牛顿在中学时代学习,成绩并非出众。然而格兰瑟姆中学的校长和牛顿的一位当神父的叔父却别具慧眼,鼓励牛顿上大学读书。牛顿于1661年6月以减费生进入剑桥大学三一学院,1664年获得奖学金,1665年获学士学位。

十七世纪中叶,剑桥大学的教育制度还浸透着浓厚的中世纪经院哲学的气味。当牛顿在1661年进入剑桥大学时,那里还讲授一些经院式课程,如逻辑、古文、语法、古代史、神学等等。两年之后,三一学院出现了新气象。H·卢卡斯创设了一个别开蹊径的讲座,规定讲授自然科学知识如地理、物理、天文和数学课程。第一任教师I·巴罗是一位博学的科学家。就是这位

1) 摘自塞那著《牛顿自然哲学著作选》一书,上海外国自然科学哲学著作编译组译。

教师把牛顿引向自然科学。在学习课程中，牛顿掌握了算术、三角，学习了欧几里得《几何原理》。他又读了开普勒的《光学》，笛卡儿的《几何学》和《哲学原理》，伽俐略的《两个世界体系对话》，胡克的《显微图象集》，还有皇家学会的历史和早期的《哲学学报》等等。

牛顿在剑桥大学巴罗门下学习，是他学习的关键时刻。巴罗比牛顿大 12 岁，精于数学和光学，他对牛顿的才华极为赞赏，他认为牛顿的数学才能胜过他自己。

牛顿在剑桥学习时期的 1665—1666 年，伦敦大疫，剑桥唯恐波及，学校暂行停课。牛顿于 1665 年 6 月回到伍尔斯索普家里。

由于牛顿在剑桥受到数学和自然科学的熏陶，对探索自然现象发生极为浓厚兴趣。就在 1665—1666 年两年之内，他在自然科学领域内思潮奔腾，才华迸发，思考前人未曾思考过的问题，踏进前人没有涉及的领域，创建出前所未有的惊人业绩。1665 年初他发明极数近似法，以及把任何幂的二项式化为一个级数的规则。同年 11 月，发明了正流数法（微分），次年 1 月研究了颜色理论，5 月开始研究反流数法（积分）。这一年内，他还开始研究动力学和重力问题，把重力推演到月球的运行轨道上去。他还从开普勒定律中推导出，使行星保住在它们轨道上的力必定与它们到旋转中心的距离平方成反比。所有这一切都是在这两年瘟疫流行的年代里他在乡村居住时所从事的工作。牛顿那时以比此后任何时候更为旺盛的精力去搞发明，并关心数学和自然哲学问题。传说中牛顿见苹果落地而悟出地球引力这件事也就发生在他家居乡村的时候。从这里，可以了解到他一生的重大科学思想是怎样在他青春年华、才思敏捷的短短两年期间孕育、萌发和形成的。

1667 年牛顿重返剑桥大学。10 月 1 日他被选为三一学院的仲院侣，次年 3 月 16 日被选为正式院侣。当时巴罗对牛顿的才能有充分认识。1669 年 10 月 27 日年仅 26 岁的牛顿接替巴罗为剑桥大学的卢卡斯教授。他把他的光学讲稿（1670—1672 年）、算术和代数讲稿（1673—

1683 年）、《自然哲学和宇宙体系的数学原理》的第一部分（1684—1685 年）、还有《宇宙体系》、（1687 年）等手稿送到剑桥大学图书馆收藏起来。从 1672 年起成为皇家学会会员，后成为皇家学会主席直到 1727 年逝世。牛顿在写作《原理》之后的年代中厌倦了大学教授生涯，在大学学生时代结识的一位贵族后裔 C. 蒙塔克的帮助下，谋得造币厂厂长职位。1701 年牛顿正式辞去剑桥大学卢卡斯教授职位而就任造币厂厂长。当时，英国币制混乱，牛顿运用他的冶金知识，制造新币，改革币制有功，受封为爵士。晚年研究宗教，著有《圣经里两大错讹的历史考证》等文。

### 笛卡儿和伽俐略对牛顿的动力学理论的影响

笛卡儿和伽俐略都早于牛顿。笛卡儿著有《哲学原理》，伽俐略的《两个世界体系对话》对牛顿不能没有影响。笛卡儿在《哲学原理》第 37 和 39 两节中明确无误地发表惯性原理。此外伽桑狄（P. Gassendi）于 1642 年独立于笛卡儿也得出同样的惯性原理。笛卡儿在《哲学原理》第 37 节中说道“一个特定物体，不论简单的或不可分割的，除非有外界原因施加在它身上，总是保住它的原形，不会发生变化”。又说“一个静止物体，我们不能相信它会动起来，除非外界迫使它动”。更重要的一条是，“物体的任何一部分永不会倾向作任何曲线运动，它只能作直线运动”。笛卡儿这些对物体的惯性阐述，无疑地影响了牛顿动力学中的惯性定律。

1661 年牛顿入剑桥之时，伽俐略的著作，特别是动力学在欧洲大陆和英格兰已广为人知。伽俐略无疑地已发现了自由落体的规律以及投射物体运动的抛物线轨迹。关于后者的推导，伽俐略是从两个互不相干的没有关联的运动出发的：一个是水平方向的匀速运动，犹如一个球在水平方向的板上运动一样；另一个是垂直方向的匀加速运动，相当于在重力作用下的自由落体一样。同样可以相信伽俐略是推导并发表匀加速运动的重要公式  $S \propto t^2$  的第一

人,并且认识到它的真实物理意义。确乎伽俐略没有宣称过惯性原理,但他在分析投射物体运动时的生动例子时,他对惯性原理深信不疑。关于运动第二定律,伽俐略曾在他的一本书里简短地描述了物体在斜面上滑下的运动规律。无疑这是第三定律在萌芽状态,对牛顿不能没有启发。牛顿在入剑桥之后及在乡居住时期,读书及思索所得曾写在他的笔记本(waste book)里。笛卡儿和伽俐略对牛顿形成和创立动力学定律的影响,可在此中见到。

## 万有引力

一个完整的伟大的科学思想体系探本溯源自然是在历史上正反两方面的影响下产生的。

行星绕日运行规律的研究,在牛顿之前,以笛卡儿的以太涡旋运动说为最盛行。牛顿没有受到笛卡儿的影响。他反对涡旋运动理论,而受开普勒的影响为大。

行星绕日运行规律的研究,十六世纪荷兰天文学家第谷作了长年累月的观测。他死后德国天文学家开普勒整理并分析第谷的20年观测记录,总结出行星运动的著名开普勒三定律。这发现不仅为经典天文学奠定基石,更重要的是导致了其后万有引力定律的发现。

在开普勒获得行星运动三定律之前,1596年开普勒曾提出关于太阳行星间的吸引力作用思想;接着在研究物体作圆周运动时提出了离心力问题。一般认为伽俐略已领悟离心力,但对它进一步的认识和计算有待于牛顿。1664年1月20日牛顿在他少年时的笔记本上已提出如何计算物体作圆周运动时向心力的具体方法。牛顿把推导、计算方法详尽地写入他的《原理》(第三版)第一编第二章命题IV定理IV下面的推论I中,明确地指出“因此,由于这些圆弧代表运动物体的速度,向心力就是这个速度的平方除以圆周半径”。必须注意到牛顿那时已熟悉开普勒第三定律,即 $R^3/T^2 = \text{常数}$ 。若把此式和离心力定律相结合,显然,可得以下结果:力 $F$ 作用在一物体上,使它在半径为 $R$ 的圆周上以速度 $v$ (周期为 $T$ )作圆周运动,可得

$$F \propto v^2/R = 4\pi^2 R^3/T^2 R = (4\pi^2/R^2) \times (R^3/T^2)$$

于是可得 $F \propto 1/R$ 。从这里可以看出,对距离平方反比定律的推导,求出离心力这一步是不可少的。顺便提一笔,惠更斯从不同途径推导也得出离心力方程,于1673年发表,比牛顿的推迟了近10年。可以注意在《原理》第一编和第三编中凡提到轨道运行时,牛顿没有提及离心力一词;反之,总是强调拉向轨道中心的向心力。牛顿在早期和哈雷等友人通信中曾应用离心力一词,何以在嗣后写书时弃之不用而易以向心力(例如在第一编命题IV理论IV处理匀速圆周运动时只提向心力),是值得注意的。

关于引力反比于距离平方定律历史上记载了当时对此发明权的争论。长牛顿七岁的胡克当年就宣称他早已知道引力反比于距离平方定律,但提不出证据来。当《原理》第一版在印刷之时,胡克通过哈雷向牛顿要求分享此定律的发明权,牛顿加以拒绝。现在我们可以从《原理》第三版有关上述命题IV下的注释中提到距离平方反比定律适用于天体运动时,牛顿说:“象雷恩爵士、胡克博士和哈雷博士曾分别观察过的”。同时也提及“惠更斯先生在他的出色著作《钟摆的振荡》中曾把重力比之于旋转体的离心力”。

早在1666年,牛顿在伍尔斯索普家中即试图以地球表面大圆弧上一度为60英里来计算月地之间的引力。通过计算,月球绕地球的周期与实际观测不符合,算稿遂弃置一旁。1682年,牛顿获悉J.毕卡尔计算的地球经度一度之长为69.1英里,根据这数字牛顿重行计算,才使计算与实验观测相吻合。牛顿以地上日常可见的重力和天体运动的引力统一起来纠正了亚里士多德的天上和地面的运动服从两个不同的规律的错误论点。这是在物理学上第一次建立的统一理论,在科学史上应处于重要地位。

行星绕日运动的轨道究竟什么样的,这是当时科学界所关心的问题。这问题答案的公开和《原理》出版密切相关,科学史上有生动的记载。1684年1月雷恩、哈雷和胡克三位当时英国科学界著名人士在伦敦相叙,讨论行星运动

的轨道问题。胡克说他已通晓，但拿不出计算结果。于是牛顿的好友哈雷专程去剑桥请教牛顿。牛顿告诉哈雷他自己已计算过了，断然地说，行星绕日轨道是个椭圆，但手稿压置多年一时找不到，应允重新计算，约期三个月后交稿。哈雷按约期再度访剑桥，牛顿交出一份手稿《论运动》(De Motu)，哈雷大为赞叹。牛顿在此稿基础上另写一书《论物体运动》(De Motu Corporum)。此书第一部分主要相当于后来的《原理》第一编和第二编，而其余部分成为《原理》第三编的主要材料。哈雷建议牛顿写成《原理》全书公开出版，由哈雷出资印刷并亲自督校。1687年7月《原理》第一版问世，当时距1664年牛顿开始思索并进行草算已二十三年了。

### 《原理》第一编

《原理》第一编之前有两部分重要文字。第一部分为定义。定义有八条。牛顿说施加于物体的力有不同来源，例如撞击、压力和向心力。牛顿在定义一章下有长篇注释，其中提到一个假想实验：“在高山之巅放射炮弹，炮力不足，炮弹飞了一阵便以弧形曲线下落地面。假如炮力足够大，炮弹将绕地球面周行，这是向心力的表演。”今日的人造卫星的设想在牛顿的脑子里已浮现出来了。在定义章里牛顿尽情地阐述他的时空绝对性概念。他对人们熟知的空间与时间，择名为绝对空间和绝对时间。牛顿认为在绝对空间才能使绝对运动可以察觉，特别是在物体旋转时。当时惠更斯和 Berkeley 对此表示怀疑。这短短一章定义表达了牛顿对力与时空的基本观点。这是牛顿力学的基础观念，是研究牛顿的原始文献。

在第一编之前除定义一章外还有公理或称运动定理一章。在这章里牛顿阐述著名的运动三定律。为了使物体运动方向变更(或称变更运动方向)必须有外力作用，这其间必然产生质量的概念。质量这个基本概念是由牛顿在前面定义章里首先提出来的。他清楚地把质量和重量区分开来，阐明在多种不同环境中两个量的相互关系。爱因斯坦说：“只有引进质量这新

概念之后，他(牛顿)才能够把力和加速度联系起来，运动第二定律于是产生了。”动量一词牛顿亦下了定义。牛顿提出动量是衡量运动的量。牛顿早年研究弹性和非弹性碰撞，在《原理》中以冲量阐明力的概念，而在运动第二定律中认定这样瞬时的冲量比例于由此动量的变更。在碰撞运动实验中，牛顿发现“一物体撞在另一物体上，那么第二个物体的运动将产生一个数量相等而方向相反的变更。这些作用可引起的那些相等变化的不是物体速度的改变而是物体运动的变化相等。”这是牛顿在阐述运动第三定律的一部分话。牛顿早年在笔记本中以碰撞实验研究力。在《原理》中他强调以冲量作为力的概念。

设想一质点在直线上作惯性运动，这质点对线外某一定点相连，在相等时间内这连线扫过的面积必然相等。如果在线上某点遇到外力，则质点要作偏向运动。牛顿用他创造无限小极限概念最终证明：这两个外力如果在连线方向而且力的强度反比于距离平方，那么这质点运动轨迹是个椭圆。这定点就是椭圆的焦点。至此牛顿得出行星与日之间连线所扫过的面积必然和时间成正比。牛顿又设想质点在椭圆线上一点经过无限短时间运行。这质点在这短暂时间运行所到之处偏离该点切线的距离反比于从焦点到该点距离的平方，而当椭圆上两点相接近时，牛顿得出在这极限情况下开普勒的面积定律是关键条件。于此牛顿得到如下结论：假如面积定律有效的话，椭圆形轨道意味着指向焦点的力必然反比于距离平方。牛顿于是着意证明面积定律是作用在运动着物体的力指向中心的充分而且必要的条件。从此，第一次揭开了开普勒第一、第二两定律的重要性。

上面提过牛顿在求行星运行轨道时创造了微分和积分术。《原理》第一编第一章中用十一个辅定理详细说明极限的意义，从而创造了流数与反流数术(即今日的微分、积分术)。牛顿发现它们非常有用，在第一编的数学证明中即用此术。爱因斯坦高度评价牛顿微分术的发明：“只有微分定律的形式才能完全满足近代

物理学家对因果性的要求，微分定律的明晰概念是牛顿最伟大的理智成就之一。”《原理》中的第一编阐述了物体运动的基础理论。在这里牛顿严格地、详尽地证明了引力在多种不同条件下物体运动的规律。

## 《原理》第二编

《原理》第二编的主要内容处理了质点在有阻力介质(气体、液体)内运动。牛顿在这里用了更多的数学方法而物理实质较前为少。在第一编里牛顿用较多篇幅证明宇宙引力(向心力)的存在，而在第二编里读者会感觉到牛顿所设想的介质中若干阻力方式在实际中是否可能遇见。他假设阻力与物体运动速度成正比，又设与速度平方成正比；甚至认为一部分为速度之比，另一部分为速度平方之比。他还以数学的方法处理从中心起介质的密度反比于距离，而向心力就随上述所说介质密度的平方而变更的问题。总之，在这些工作中牛顿以数学技巧来处理一些看来在实际中难得遇见的问题。然而在流体研究中，他提出一个富有物理意义的思想。他设想液体中的质点间距可能较长，因此玻意耳定律就是离心力反比于质点间距离的充分而必要条件。气体中质点间距更长，为此牛顿研究了气体的弹性和可压性。

在《原理》第二编中，牛顿用摆在流体中的运动实验以测定物质的重量(即地球的引力)和物质的惯量。在经典物理中这两个量只能由实验来测定。在第二编中牛顿亦曾记录关于声学的研究。从理论出发牛顿研究声速(见定理 48, 49, 50)，所得结果比实测低 16%，他认为声速正比于所谓“弹性力”的方根而反比于媒质密度方根。牛顿又研究了声传播的方式，他说声的传播是空气脉动所致，指出波的脉动只是媒质中质点上下交替运动，和摆的运动无关。在第二编的最后文字中牛顿澄清了涡旋假设和天体运动无关。

## 《原理》第三编

牛顿原想把《原理》第三编写成一般性的总

物理

结。但后来改变计划，标题为“宇宙体系”，这是书名为《自然哲学和宇宙体系的数学原理》的由来。在这编里讨论了太阳系的行星、行星的卫星、彗星的运行，以及海洋潮汐的产生。行星之间运动相互受到引力干扰，即所谓摄动。牛顿在第三编中还阐述了太阳对月亮的摄动，土星对木星的摄动。在第三编中牛顿还计算了木星与卫星距离以及卫星运转周期，作为开普勒第三定律的实例。

1680 年 11 月与 1681 年 3 月有个大彗星两度出现。牛顿起初以为是在直线上运动的两个不同的彗星，只是方向相反。Flamsteed 通过观察提醒牛顿，它们只是同一个彗星，绕太阳来回运动。于是牛顿通过计算得出 1680 年的彗星是以太阳为焦点作抛物线运动的，它对太阳的向心力也服从距离平方反比定律。1695 年哈雷假定这颗 1680 年彗星的轨道是绕太阳运行的一个扁而长的椭圆形。哈雷与牛顿对此重作计算。在《原理》第二版和第三版的第三编中有详细的观测记录和推算，预言这颗彗星约以 75 年绕日运行一周，即今日所知著名的哈雷彗星。最后牛顿在结论中说：“彗星是行星之一，它绕太阳运行具有极大偏心率。”

## 关于超距作用的说明

有种说法把引力有超距作用归之于牛顿。但《原理》书中未提此说。在牛顿之前以太说已风行一时，笛卡儿以为行星运行是以太旋涡所致，牛顿反其说，前已提及。

世人以为引力具有超距作用之说出自牛顿。《原理》第二版科茨的序言中在反对笛卡儿的涡旋假设时所发议论中有此意，但科茨亦未明言超距作用一词。而且也未明白说明天体与天体之间空无一物。科茨说天体之间存在着液态物质，这种液态物质是没有惯性的，因而它没有阻力。这句话的含意天体与天体之间的引力作用是由超距作用方式来完成的。科茨是牛顿的学生，可能由于科茨的那篇序言所涉及引力作用而将超距作用归之于牛顿。