绝对冻不坏的"补偿式水管"

潘　　根

（南京大学物理系）

对工厂里的水工们来说，冬季是一个具有威胁性的、多事的季节．为了抢修被冻坏的室外水管，他们常常不得不冒着风雪严寒去作业．有关的车间，甚至整个工厂，亦因此而停止生产，在经济上造成很大的损失．

本文作者在五年前研制了一种绝对冻不坏的"补偿式水管"，并已应用于作者所研制的"复合结构式高效太阳能热水器"中，从根本上消除了隐患．这种水管，无疑地适用于任何工厂．

与传统的包石棉的水管相比，"补偿式水管"具有四个优点：(1) 投资极小，10m 长的水管中只需用几分钱的材料；(2) 制作简单，甚至连小学生也能一学就会；(3) 外形美观，不像包石棉的水管那样粗笨；(4) 性能可靠，绝对不可能被冻坏．

一、水管被冻坏的原因

为什么要提出"补偿"法？为了回答这个问题，我们首先要研究一下水管的特点，弄清楚水管被冻坏的原因．为此，考虑一根长度为 l、内圆半径为 R_1、管壁厚度为 a 的水管，其横剖面如图 1 所示．图中的 P_0 代表管外的气压，P_1 为管内的水压，P 为管壁内的横向张应力强度．设想有一个长度为 l，宽度为 (R_1+a)，高度为 $2(R_1+a)$ 的长方体形的闭合面，其右侧面 AB 将水管分为两半．显然，管壁的纵剖面 AA_1 和 BB_1 的总面积为 $2al$．如果 P 是指横向张应力强度的平均值，那么长方体在 AA_1 处和 BB_1 处所受到的向右的拉力就应当是 $2alP$；在右侧面的局部面积 A_1B_1 上，受到水所施加的向左的压力为 $2R_1lP_1$；在左侧面 CD 上，受到空气所施加的向右的压力为 $2(R_1+a)lP_0$．由于这个长方体是处于力平衡状态，故有

$$2(R_1+a)lP_0 = 2R_1lP_1 - 2alP. \qquad (1)$$

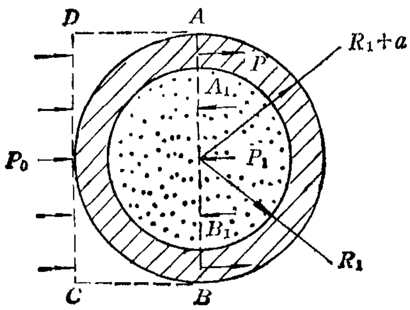

图　1

由此可知，管壁中横向张应力强度 P 与水压 P_1、气压 P_0 之间的关系为

$$P = \frac{R_1}{a}(P_1 - P_0) - P_0, \qquad (2)$$

其中气压 P_0 可被视为常数，R_1 和 a 的变化幅度都是很小的，故比值 R_1/a 也可视为常数．

在水的结冰过程即将开始时，各物理量符号的右下角都标上 c．这时，根据(2)式，我们有

$$P_c = \frac{R_{1c}}{a_c}(P_{1c} - P_0) - P_0. \qquad (3)$$

(2)式与(3)式相减，并注意到 $R_1/a \approx R_{1c}/a_c$，便有

$$P - P_c = \frac{R_{1c}}{a_c}(P_1 - P_{1c}). \qquad (4)$$

到此为止，我们只应用了力平衡条件，尚未涉及到材料本身的性质．作为管道的几何参数，R_1 应当是张应力强度 P 和温度 T 的函数，所以它的全微分是

$$dR_1=\left(\frac{\partial R_1}{\partial P}\right)_T dP+\left(\frac{\partial R_1}{\partial T}\right)_P dT$$
$$=R_1\left[\frac{1}{R_1}\left(\frac{\partial R_1}{\partial P}\right)_T dP+\frac{1}{R_1}\left(\frac{\partial R_1}{\partial T}\right)_P dT\right]$$
$$=R_1\left(\frac{1}{E}dP+\beta dT\right), \qquad (5)$$

其中E是管道材料（钢、铁、铜、铝之类）的杨氏弹性模量，β是其线度的热膨胀系数.

在R_1的变化幅度不大时，差分公式中的高级小量可以略去，从而得到与微分公式相似的差分公式．因此，由(5)式可知，R_1在R_{1c}附近的增量为

$$R_1-R_{1c}=R_{1c}\left[\frac{1}{E}(P-P_c)+\beta(T-T_c)\right]. \qquad (6)$$

设V_1既能代表管内水的体积，又代表水管的容积．作为水的体积，V_1由水的状态方程决定，它仅为水压P_1和温度T的函数，而与几何形状无关．因此，它的全微分是

$$dV_1=\left(\frac{\partial V_1}{\partial P_1}\right)_T dP_1+\left(\frac{\partial V_1}{\partial T}\right)_{P_1} dT$$
$$=V_1\left\{-\left[\frac{-1}{V_1}\left(\frac{\partial V_1}{\partial P_1}\right)_T dP_1+\frac{1}{V_1}\left(\frac{\partial V_1}{\partial T}\right)_{P_1} dT\right]\right\}$$
$$=V_1(-\alpha_1 dP_1+\beta_1 dT), \qquad (7)$$

其中的α_1是水的压缩系数，β_1是热膨胀系数.

由(7)式可知，水的体积在V_{1c}附近的增量为

$$V_1-V_{1c}=V_{1c}[-\alpha_1(P_1-P_{1c})+\beta_1(T-T_c)]. \qquad (8)$$

如果把V_1理解为管道的容积，那么它就应当是管道几何参数R_1和l的函数，满足下述关系式:

$$V_1=\pi R_1^2 l, \qquad (9)$$

因而其全微分为

$$dV_1=2\pi R_1 l dR_1+\pi R_1^2 dl$$
$$=V_1\left(2\frac{dR_1}{R_1}+\frac{dl}{l}\right). \qquad (10)$$

与$2dR_1/R_1$相比，dl/l可被略去．这是因为：(1)管内的水压P_1使管壁层中所产生的张应力不是各向同性的，横向的张应力强度为R_1P_1/a，纵向的为$R_1P_1/2a$，前者是后者的二倍，意味着dl/l的零级近似值δ是$2dR_1/R_1$的零级近似值$2\delta_1$的$1/4$．也就是说，假定管道的侧面和端面都是自由的，并且假定形变只能在张力的方向上发生，那么V_1dl/l在dV_1中所占的比例仅为$1/(4+1)=20\%$；(2)实际的形变不光是发生在沿张力的方向上，还必定会发生在垂直于张力的方向上．固体材料的泊松系数（即纵向张力作用下的横向收缩系数与纵向伸长系数的比值）约为$1/4$，所以在dl/l的一级近似值δ'中，除了包含零级近似值δ而外，还应当包含由横向张力所引起的$-\delta_1/4$，即$\delta'=\delta-(1/4)\delta_1$．同理，$dR_1/R_1$的一级近似值应为$\delta_1'=\delta_1-(1/4)\delta$．而$\delta_1$是$\delta$的2倍，所以$2dR_1/R_1$的一级近似值$2\delta_1'$应当是$dl/l$的一级近似值$\delta'$的7倍，意味着$V_1(dl/l)$在$dV_1$中所占的比例仅为$1/(7+1)=12.5\%$；(3)上述“12.5%”是对完全自由的管道而言的，而实际的室外水管并不是完全自由的，它的两端通常是通过直角弯头与通向室内的管道衔接，受到厂房墙壁的约束．墙壁的膨胀系数很小，墙壁本身也很沉重，光凭水管端面的那么一点点张力或压力是不可能使墙壁移动的，所以l的值实际上可以认为是不变的．一旦略去了l的变化，(10)式就可简化为

$$dV_1=V_1\frac{2}{R_1}dR_1, \qquad (11)$$

并由它给出

$$V_1-V_{1c}=V_{1c}\frac{2}{R_{1c}}(R_1-R_{1c}). \qquad (12)$$

由(8)式和(12)式消去V_{1c}和(V_1-V_{1c})，然后利用(4)式和(6)式消去(P_1-P_{1c})和(R_1-R_{1c})，最后得到

$$P-P_c=\frac{ER_{1c}(\beta_1-2\beta)}{2R_{1c}+\alpha_1 Ea_c}(T-T_c). \qquad (13)$$

如果T是代表结冰过程结束时的温度，那么(13)式中的$(P-P_c)$就代表水的结冰所导致的附加的横向张应力强度.

水的结冰过程是它从无序态向有序态转化的过程．温度高于 4℃ 的水是无序的；温度下降到 4℃ 以下时，分子的排列就开始有规则了，并且有序化的程度随着温度的进一步下降而越来越高，最后完全变成为晶态的冰．所以，结冰过程实际上是从 4℃ 时开始的．

温度的下降，一方面是使分子热振动的幅度变小，使体积收缩；另一方面，有序化的结构不允许水分子继续保持密堆式的排列，所以有序化程度的增大将会使体积膨胀．后一方面的因素起主导作用，所以水在结冰时有所谓“反膨胀”现象，也就是说，水的热膨胀系数 β_1 在 4℃ 以下时为负值．实验给出 β_1 约为

$$-3.3\times10^{-5}(℃)^{-1}.$$

管道材料在水的冰点附近无“反膨胀”效应，其热膨胀系数 β 是正值，所以(13)式中的 $(\beta_1-2\beta)$ 是一个比 $-3.3\times10^{-5}(℃)^{-1}$ 更小的量(其绝对值大于 3.3×10^{-5})．铁、铜之类的管道材料都具有很大的杨氏模量，E 值通常为 10^{10}—10^{11}N·m^{-2}．压缩系数 α_1 是与杨氏模量成反比的，其量级约为 10^{-10}N^{-1}·m^2．管壁的厚度 a_c 通常要比横截面半径 R_c 小一个量级．结冰过程自开始至结束，温度的改变量为 $T-T_c\leqslant-4℃$．将这些数据代入(13)式，便可知管道壁中的横向张应力强度因水结成冰而增加了 10^6—10^7N·m^{-2}，已接近于材料的极限强度．最初形成的冰并不是纯晶态，而是类似于玻璃态，所以还会进一步晶化，进一步膨胀，最终使管道破裂．

为了防止管道被冻坏，由(13)式可以看出，只要管壁厚度 a_c 足够大，就能使 $(P-P_c)$ 的值低于材料的极限强度．但是，厚壁管道必然十分笨重，而且要消耗较多的材料，这在经济上是不合算的．

二、“补偿”原理

如果管道中除了有水以外，还有第二种物质，并且这种物质在水的冰点附近有正常的热胀冷缩效应，那么就可以利用它的“冷缩”来为水的“反膨胀”提供所需的空间．“冷缩”与“反膨胀”相互补偿，这就是我们所说的“补偿”原理．

光有定性的概念是不够的，我们还需要有定量的公式，以保证所设计的“补偿式水管”既能做到绝对冻不坏，又能使所消耗的材料达到最低限度．

为了便于计算，设想水管内的第二种物质呈圆柱形，其长度为 l，横剖面半径为 R_2．该物质内的压强为 P_2，体积以 V_2 记之．整个系统的横剖面如图 2 所示．

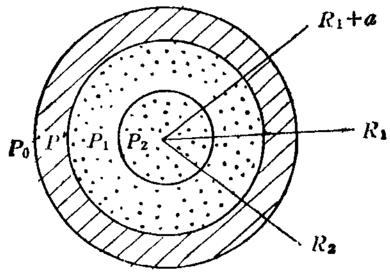

图 2

对于这种水管来说，上文中由力平衡条件所导出的(4)式和由管壁材料的状态方程所决定的(6)式仍然正确；由水的状态方程所决定的(8)式也继续有效，但其中的 V_{1c} 不再是代表 $\pi R_{1c}^2 l_c$，而应当是 $\pi(R_{1c}^2-R_{2c}^2)l_c$，所以有

$$V_1-V_{1c}=\pi(R_{1c}^2-R_{2c}^2)l_c[-\alpha_1(P_1-P_{1c})+\beta_1(T-T_c)]. \quad (14)$$

在任意温度下，水所占据的空间为

$$V_1=\pi(R_1^2-R_2^2)l, \quad (15)$$

其中的 l 可以认为是不变的(理由同前)，因而有

$$dV_1=2\pi l(R_1dR_1-R_2dR_2) \quad (16)$$

和

$$V_1-V_{1c}=2\pi l_c[R_{1c}(R_1-R_{1c})-R_{2c}(R_2-R_{2c})]. \quad (17)$$

对于第二种物质，仿照(8)式和(12)式，可得

$$V_2-V_{2c}=V_{2c}[-\alpha_2(P_2-P_{2c})+\beta_2(T-T_c)] \quad (18)$$

和

$$V_2 - V_{2c} = V_{2c}\frac{2}{R_{2c}}(R_2 - R_{2c}), \quad (19)$$

(18) 式中的 α_2 和 β_2 分别为第二种物质的压缩系数和热膨胀系数.

如果表面张力可以忽略，那么第二种物质中的压强就应当与水压相等，从而使(18)式中的 $(P_2 - P_{2c})$ 可用 $(P_1 - P_{1c})$ 代替，于是有

$$V_2 - V_{2c} = V_{2c}[-\alpha_2(P_1 - P_{1c}) + \beta_2(T - T_c)]. \quad (20)$$

由(14)式和(17)式消去 $(V_1 - V_{1c})$ 和 l_c，由(19)式和(20)式消去 $(V_2 - V_{2c})$ 和 V_{2c}，然后再利用 (4) 式和 (6) 式消去 $(R_1 - R_{1c})$，$(R_2 - R_{2c})$和 $(P_1 - P_{1c})$，最终得到

$$P - P_c = \{ER_{1c}[(\beta_1 - 2\beta)R_{1c}^2 - (\beta_1 - \beta_2)R_{2c}^2]/2R_{1c}^3 + Ea_c[\alpha_1 R_{1c}^2 - (\alpha_1 - \alpha_2)R_{2c}^2]\} \times (T - T_c). \quad (21)$$

我们希望水结冰之后不会使管道壁中出现附加的张应力,即希望 $P - P_c = 0$. 为达到这一目的,就应当使 R_{2c} 与 R_{1c} 满足下述关系:

$$(\beta_1 - 2\beta)R_{1c}^2 - (\beta_1 - \beta_2)R_{2c}^2 = 0, \quad (22)$$

则

$$R_{2c} = R_{1c}\sqrt{\frac{\beta_1 - 2\beta}{\beta_1 - \beta_2}}. \quad (23)$$

由于水管的容积和横截面积分别为 $V_c = \pi R_{1c}^2 l_c$ 和 $S_c = \pi R_{1c}^2$，第二种物质的体积和横截面积分别为 $V_{2c} = \pi R_{2c}^2 l_c$ 和 $S_{2c} = \pi R_{2c}^2$，所以由(23)式又可得到

$$S_{2c} = \frac{\beta_1 - 2\beta}{\beta_1 - \beta_2} S_c \quad (24)$$

和

$$V_{2c} = \frac{\beta_1 - 2\beta}{\beta_1 - \beta_2} V_c. \quad (25)$$

所谓“补偿”,就其本质而言,是指体积方面的相互补偿,因而(25)式可以称为“补偿条件”；它具有普遍意义，对管内物质的形状无任何限制. (23)式和(24)式也可称为“补偿条件”. 在导出(21)式的过程中,推导过程的出发点是“体积”,体积表达式中的 πl_c 是作为公因子而被消去了，所以(23)式和(24)式在实质上仍然是指“体积”方面的补偿条件. (23)式要求第二种物质呈圆柱形,并且长度要与水管长度相等.(24)式也要求第二种物质是长度与水管相同的柱形体，但对柱体横截面的形状没有限制. 由此可见，(23)式和(24)式是(25)式在特殊条件下的形式.在水的冰点附近,$\beta_1 \approx -3.3\times10^{-5}(℃)^{-1}$，$\beta$ 是正值，其量级亦为 $10^{-5}(℃)^{-1}$. “第二种物质”的体积 V_{2c} 必定小于 V_c,所以,根据“补偿条件”,β_2 必须大于 2β,而且是越大越好,因为 β_2 越大,则 V_{2c} 越小,意味着耗费的材料较少，并能让水占据管内较大的空间. 在一切物质中，气体的热膨胀系数为最大. 如果“第二种物质”是气体,则 $\beta_2 \approx 1/273℃ \approx 3.7\times10^{-3}(℃)^{-1}$,比 β_1 和 β 的绝对值要大两个量级，所以由(23)—(25)式可给出

$$R_{2c} \approx 10^{-1}R_{1c}, \quad (26)$$

$$S_{2c} \approx 10^{-2}S_c \quad (27)$$

以及

$$V_{2c} = 10^{-2}V_c, \quad (28)$$

它们是制作“补偿式水管”的理论依据.

三、“补偿式水管”的制作

普通水管中穿进一根或数根软塑料管以后，就变成为“补偿式水管”. 所以这种水管极易制作,用料极少,外形与普通水管无异，比包敷石棉的水管要漂亮得多. 在性能方面，比包石棉的水管要可靠得多，因为石棉只能使管内的水温下降得慢些,而不能保证不结冰. 平时,管内的水是处于流动状态,不易结冰;一旦到了厂休日,管内的水处于静止状态,经过了二十多个小时的降温，石棉保温层并不能保证水温维持在 0℃ 以上,所以仍有可能结冰,管道仍会被冻坏. “补偿式水管” 虽然也不能保证水不结冰，但能保证水管在结冰的条件下不产生附加的张应力,因而是绝对冻不坏的.

“补偿式水管”中所采用的塑料管必须是软质的,长度与水管相同或稍长于水管,横剖面积的大小可利用(27)式来确定. 塑料管内必须要有空气,不可让水漏进去,所以它的两头要用烙铁烫一烫,将气体密封住. 为保险起见,可将塑料管加工成竹节式，每隔 10—30cm 烙一个节，使一根管中有好多个互不通气的小气室；即使有一、两个小气室破了,也无关大局.

（下转第241页）