

# 微弱信号检测讲座

## 第四讲 引力波检测

胡思科 管同仁

(中山大学物理系)

类似于投石激起平静水面的涟漪,引力波(又称引力辐射)是物质加速运动使引力场产生的波动。广义相对论预言:引力波类似于电磁波,也是横波,并以光速传播,且具偏振性质。引力波产生的潮汐力能使两分离粒子间的距离产生变化,检测这些变化可以了解波源物质运动的信息。

理论计算表明,物质运动辐射引力波以及物质对引力波的吸收,其效率都十分低。这是因为引力相互作用十分微弱,而动量守恒定律又决定了不可能有偶极引力辐射,并且辐射和吸收都与体系的四极矩相关联<sup>[1]</sup>。低的辐射效率促使人们首先着眼于天体引力波源,因为宇宙深处巨大质量的猛烈运动会辐射出较强的引力波。低的吸收率意味着引力波易于穿过物质将信息传递到远方。

主要的天体引力波源包括:(1)爆发源,如超新星事件,这类源辐射能量较高。我们银河系内一个典型超新星事件所辐射的引力波传到地球表面时能流密度  $I_0 \sim 10^{10} \text{erg/cm}^2 \cdot \text{s}$ ,相应的度规相对变化  $h \sim 10^{-17}$ ,基频为 kHz 量级。(2)连续源,如双星系统、脉冲星等。这类源辐射能量较低,以 Vela 脉冲星为例,其能流密度  $I_0 \sim 10^{-6} \text{erg/cm}^2 \cdot \text{s}$ ,相应的  $h \sim 10^{-26}$ 。连续引力波的频率较低,已发现的具有最高辐射频率的连续源是脉冲星 PSR 1937 + 214,其辐射引力波频率是 1284Hz。连续源的特点是频率和源的方位较为确定,可对信号进行长时间积累。(3)背景源,类似于微波背景辐射,它来源于早期黑洞事件及其他引力辐射的总效

物理

应,平均能量较高,理论预期的  $\langle h \rangle \sim 10^{-19}$ ,频谱峰值为  $10^{-3} \sim 10^{-4} \text{Hz}$ 。

引力波检测就是用适当方法检测这些可能的源辐射的信号。检测的主要困难在于被检测信号相对于系统的机械和电磁噪声显得特别微弱,有时连源的方位和引力波的性质(如频率、偏振方向等)也不清楚。所以,建立宽接收频带的高度灵敏的信号接收装置,用适当的方法提高信噪比,以及用多检测器符合以提高置信度等已成为当前主要努力方向。

二十多年的世界性的引力波检测研究,使引力波检测发展成为微弱信号检测的重要方面,本文只能对此作一简介。

### 一、机械共振型引力波检测器

六十年代初,美国马里兰(Maryland)大学的 J. Weber 教授首先提出用金属圆柱体作引力波接收天线。他使用长 153cm、直径 61cm 的铝合金棒<sup>2)</sup>,棒的纵向振动基频  $f_0 = 1660 \text{Hz}$ ,用以检测爆发型引力波信号<sup>3)</sup>。引力波通过此天线,将使之发生比例于  $h$  的应变。以 Weber 棒为例, $h \sim 10^{-17}$  的引力波垂直于纵向轴入射时可使棒端产生  $x_0 \sim 10^{-13} \text{cm}$  的振幅。Weber 在天线棒的中部表面贴上压电陶瓷作为机电换能器以检测棒的振动信号。采用共振天线检测

- 1)  $h$  是表征引力波强度的量,又称引力波的无量纲振幅。
- 2) 此天线已被选入美国国家历史博物馆。
- 3) 一些研究组应用其他型式的共振天线,如日本东京大学用方形天线<sup>[4]</sup>和扭摆天线<sup>[5]</sup>以检测连续引力波。

引力波时主要考虑如下几点:

### 1. 隔振

天线微弱的机械振动信号对环境振动的隔离提出了高的要求,特别是地面振动的影响.设地面振动最大振幅为  $x_n(f)$ ,在比较安静的环境,  $x_n(f)$  的值将不大于几个微米. 频谱峰值在 Hz 量级. 通过传输系数为  $H(f)$  的隔振系统后,天线端面产生的附加振幅  $x_0(f)$  可表示为<sup>[4]</sup>

$$x_0(f) = x_n(f)H(f) \sqrt{\frac{f}{Q}} Q \frac{\pi\sigma R}{L}, \quad (1)$$

式中  $Q, R, L, \sigma$  分别为天线棒的优值、半径、长度和泊松比(以 Weber 的天线为例,它们分别为  $10^3, 61\text{cm}, 153\text{cm}$  和  $0.11$ ),  $\sqrt{\frac{f}{Q}}$  为共振带宽,  $\frac{\pi\sigma R}{L}$  为径向振动转变为纵向振动的因子.

当天线频率  $f_b$  远高于地面振动频谱峰值  $f_g$  时,  $x_n(f)$  可表示为

$$x_n(f) = x_{n\max}(f_g/f_b)^{5/2}. \quad (2)$$

仍以 Weber 天线为例,假定引力波使天线棒产生的振幅  $x_0 = 10^{-15}\text{cm}$ . 并设  $f_g = 10\text{Hz}$ , 地面最大振幅  $x_{n\max} = 3\mu\text{m}$ , 由(1), (2) 式可知对系统的隔振要求是  $H(1660\text{Hz}) = -183\text{dB}$ .

单一的隔振系统难以达到这一要求,一般采用多级串联方式. 中山大学引力波天线隔振装置示于图 1. 它由附加阻尼的空气弹簧隔振平台、金属-橡胶堆声学隔振堆和天线悬挂支承

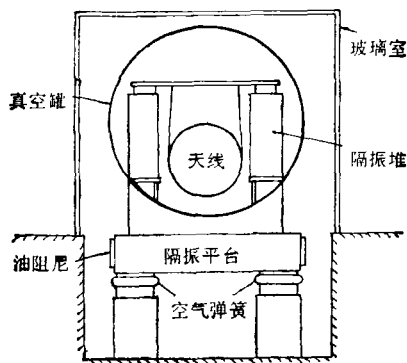


图 1 中山大学引力波检测器

组成. 整套装置建立在半开放式的地洞中,以进一步衰减地面的振动. 该装置的总传输系数  $H(1400\text{Hz}) \approx -250\text{db}$ . 此外, 双层玻璃屏蔽室和金属真空罐隔除了空气的干扰和外来的电磁干扰.

### 2. 热噪声

它包括天线棒的布朗 (Brownian) 噪声, 换能器噪声以及后续电路(主要是前置放大器)的噪声及其对天线的反作用. 这些噪声决定了天线的灵敏度.

由于天线的选频作用, 构成天线棒的粒子热运动噪声是一种窄带噪声. 由这种噪声产生的棒的应变可表示为<sup>[5]</sup>

$$\left(\frac{x_0}{l}\right)_{\text{BM}} \sim 3 \times 10^{-21} \left[ \left(\frac{f_b}{10^3\text{Hz}}\right) \left(\frac{10^{17}\text{erg}}{M v_s^2}\right) \times \left(\frac{10^9}{Q}\right) \left(\frac{T}{1\text{K}}\right) \left(\frac{\tau_{\text{meas}}}{10^{-2}\text{s}}\right) \right]^{1/2}, \quad (3)$$

式中  $M$  为棒的质量,  $T$  为棒的温度,  $\tau_{\text{meas}}$  为测量取样时间,  $v_s$  为棒的声速. 由(3)式可见, 增加  $M, v_s, Q$ , 降低  $T$  和  $\tau_{\text{meas}}$  都可减低噪声的影响. 取样时间不能任意减少, 因为这将增加换能器噪声的影响. 比较可行的方法是降温. 仍以上述 Weber 棒为例,  $M = 1.2 \times 10^6\text{g}$ ,  $T = 300\text{K}$ ,  $\tau_{\text{meas}} = 0.1\text{s}$ , 代入(3)式, 可得  $\left(\frac{x_0}{l}\right)_{\text{BM}} = 1.2 \times 10^{-17}$ . 相当于上述超新星事件所能产生的信号.

应用低温技术可以提高检测灵敏度. 如美国斯坦福大学建立的低温引力波检测器利用液氮将温度降至  $4.2\text{K}$ , 再排气降压使温度达  $1\text{K}$ . 铝棒天线  $M = 4.8\text{t}$ , 使用 6061 型铝合金, 低温下  $Q$  值可达  $10^6-10^7$ . 把这些数值代入(3)式, 可得  $\left(\frac{x_0}{l}\right)_{\text{BM}} \approx 10^{-19}$ . 进一步的努力是将天线温度降低到  $\text{mk}$  量级, 此时,  $\left(\frac{x_0}{l}\right)_{\text{BM}} \sim 10^{-21}$ .

在低温下, 换能器及前置放大的噪声成为主要的噪声源. 已经发展了多种低温下工作的换能器, 并应用射频和直流超导量子干涉器件 (SQUID) 作低噪声前置放大器. 斯坦福大学的超导膜式换能器<sup>[6]</sup> DC SQUID 和放大器的原

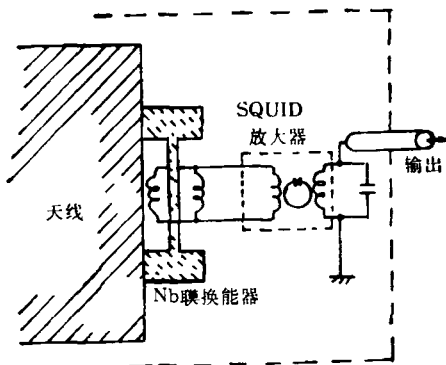


图2 斯坦福大学低温引力波检测器中的  
铌膜换能器和 SQUID 放大器

理如图2所示。图中 Nb 是厚度为  $10^{-1} \sim 10^{-2}$  cm 的圆形铌膜，具体尺寸决定于天线工作频率  $f_0$ ，铌膜沿圆周被箝定，并固定于天线端面，两个用铌钛合金线绕成的线圈  $L_1$ 、 $L_2$  分别面向铌膜的两面安放，并保持小的间隙（约  $50 \mu\text{m}$ ）， $L_1$  作为前置放大器输入安装在 SQUID 检测头的附近。向  $L_1$ 、 $L_2$  加入适当直流电流，可对换能器机械共振频率进行微调。当换能器与天线谐振时，膜的振幅  $x_p$  和天线端面振幅比最高达  $\sqrt{\frac{M}{m}}$ ， $m$ 、 $M$  分别为二者的有效质量。铌膜的振动引起  $L_1$ 、 $L_2$  中超导电流的改变，并通过  $L_2$  传输至 SQUID 放大器。

### 3. 信号检测与分析

能提高信噪比的数据处理方法如同步积累、相关检测和最佳滤波等均被用于引力波检测，多检测器符合测量可以增加检测的置信度和信息量。

双路互相关检测方法常被用于检测爆发型引力波信号。该方法主要采用锁定放大器，参考信号是与天线工作频率相同的等幅方波，由频率综合仪提供并跟踪天线频率的变化。经锁相放大后，输出的两路信号包含信号幅度  $r$  和相位  $\phi$  的信息，平方相加后得到反映信号能量的  $r^2$  值。两路信号经  $A/D$  变换后由计算机进行处理。

由于引力波检测器还不够灵敏，预期能检测到的引力波是很少的，检测器的输出主要是

系统的热噪声和可能的干扰信号。热噪声是随机噪声，其能量分布为玻耳兹曼分布：

$$N = N_0 \exp \left[ -\frac{r^2}{2\sigma_0^2} \right], \quad (4)$$

式中  $N$  表示在一次长时间连续采样结果中对应于信号幅值为  $r$  时所出现的次数， $2\sigma^2$  表示噪声平均能量，反映系统检测的灵敏度。对(4)式取对数，得

$$\ln N = \ln N_0 - \frac{r^2}{2\sigma_0^2} \quad (5)$$

$\ln N$  与  $r^2$  呈线性关系，一次实测结果示于图3。图中直线的斜率反映系统的灵敏度。任何外来的激励都将使某些测量点偏离直线之外，然而由于可测引力波信号很少，在低能量区，它被噪声所淹没，只有那些能量较高的外来信号才能使测量点在直线之外。

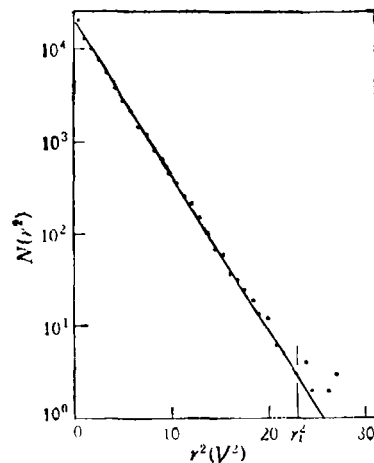


图3 引力波检测器的测量结果表示为能量分布

为了提高结果的置信度，可以采用符合检测方法。该方法是采用两个或更多相类似的检测器远距离地同时进行测量，得出各自的测量数据，规定一个适当的阈值（如图3中的  $r_0^2$ ），交换并比较双方的超阈数据。一般是根据天线的参数（如弛豫时间）选定适当的时间间隔为符合“窗口”，找出双方同时发生在此窗口里的事件数，把结果与由统计学方法计算出的随机符合数相比较，以判断是否已检测到引力波信号<sup>[7]</sup>。为克服系统固有的时间延迟的影响，可

以人为地对一个天线的数据增加或减少一个时间延迟,并重复上述比较过程。

符合检测有助于排除局部地区性的干扰,因为这些干扰不大可能同时在远处两地的天线同时发生。根据天线的位置、取向,信号的时间延迟和强度的不同,还可以得到源的方位及偏振等方面的信息。

## 二、激光干涉型引力波检测器

1971年, G. Moss 等在美国休斯(Hughes)实验室建立了迈克尔逊干涉仪式的激光引力波检测器。它是利用在引力波作用下干涉臂长的变化来检测引力波的。图4是仪器的结构原理图,中央分光镜和两干涉臂末端的反射镜分别固定在检测质量块上,末端质量块被悬挂成准自由运动状态。在引力波作用下,干涉臂内光程变化为 $\delta L$ 。当引力波以最佳方向入射时, $\delta L = h' L$ ,  $h'$ 为应变频谱密度<sup>1)</sup>,  $L$ 为干涉臂内总光程。光程变化会使接收光电管上的干涉条纹发生变化,从而检测出引力波信号。

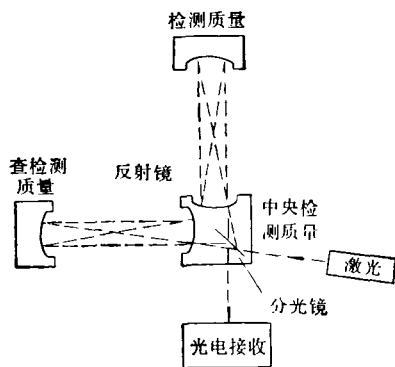


图4 激光引力波检测器原理

实际问题当然复杂得多,因为引力波作用所产生的光程差 $\delta L$ 十分小,例如当 $h' = 10^{-18} \text{ Hz}^{-1/2}$ ,相当于银河系内超新星爆发的引力波强度。对于臂长 $L = 1\text{m}$ 的干涉仪,光程差 $\delta L \sim 10^{-18} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ ,能使干涉条纹产生 $10^{-10}$ 个条纹的移动,考虑到噪声的影响,这实际上是很难检测的。

增强信号的有效措施是增加臂长 $L$ ,而最

佳的 $L$ 值应等于所接收的引力波波长的 $1/4$ 。对于频率为kHz量级的引力波,最佳 $L$ 值约为 $10^5\text{m}$ 。早期的干涉仪臂长为 $1-3\text{m}$ 。为了增加光程,在干涉臂中采用多次反射的方法。西德Max-Planck研究所的臂长为 $3\text{m}$ 的干涉仪,光在干涉臂内反射138次后才进行干涉,其等效臂长为 $L = Nl = 420\text{m}$ 。

第二代干涉仪臂长增加到 $10-40\text{m}$ ,并使用法布里-珀罗光学谐振腔(F-P腔)作为干涉臂,以克服散射光的影响,其等效臂长为 $L = Fl$ ,  $F$ 为腔的精细度,其值取决于反射镜的反射率。美国加州理工学院的干涉仪臂长为 $40\text{m}$ ,  $F \sim 1000$ ,等效臂长 $L \sim 10\text{km}$ 。目前,至少有五个研究组正在建立干涉仪臂长为 $1-5\text{km}$ 的激光型检测器,通过多次反射或使用F-P腔,使等效臂长达 $10^5\text{m}$ 。此时,检测器灵敏度将达 $h' \sim 10^{-23} \text{ Hz}^{-1/2}$ ,达到mK级的超低温共振型引力波检测器同等水平,可以检测包括数千个银河系范围内的超新星事件或较强的连续引力波。

激光型引力波检测器工作于非谐振状态,工作频带较宽。它既是接收天线又是换能器。和机械共振型检测器相同,激光型检测器的灵敏度也决定于它的噪声,包括光子散弹噪声,光的功率起伏、频率漂移以及光束形状变化等噪声,检测质量块的热噪声,地面振动噪声以及控制系统噪声等。

主要的限制来源于激光源,尤其是光子散弹噪声,来源于光的量子性质,它能使光电流发生起伏。它所产生的影响可表示为附加的光程差:

$$\delta L_1 = \left( \frac{\hbar c}{\pi} \frac{\lambda}{\epsilon P} \right)^{1/2} (\text{m} \cdot \text{Hz}^{-1/2}), \quad (6)$$

式中 $\hbar = \frac{1}{2\pi}$ 普朗克常数, $c$ 为光速, $\lambda$ 为激光波长(对 $\text{Ar}^+$ 激光器, $\lambda = 0.514 \times 10^{-6}\text{m}$ ), $\epsilon$ 为光电管效率(一般为0.5), $P$ 为激光功率。代入(5)式可知,当 $\delta L_1 < 10^{-18} \text{ mHz}^{-1/2}$ 时,激光

1) 激光型检测器是宽带检测器,其变谱密度用 $h'$ 表示。引力波强度 $h = h' \sqrt{\Delta f}$ ,  $\Delta f$ 为频带宽度。

功率  $P \sim 10^3 \text{W}$ 。考虑到光的频率、功率、光束形状等的稳定性的要求,要获得这样大功率的激光源是相当难的。

R. Drever 提出一个循环光方案<sup>[6]</sup>。根据这一方案进行理论计算,所得到的等效光功率可增加  $[N(1 - R^2)]^{-1/2}$  倍。如反射次数  $N=50$ , 镜的反射率  $R = 0.9999$ , 则入射光功率可增强 10 倍。

检测质量块的热噪声产生附加光程差  $\delta L_2$ , 当质量块的自振频率  $\omega_0$  远离待测频率时,热噪声表现为白噪声,  $\delta L_2$  可表示为

$$\delta L_2 = \left( \frac{4kT}{MQ\omega_0^3} \right)^{1/2} (m \cdot \text{Hz}^{-1/2}), \quad (7)$$

如检测质量  $M = 100 \text{kg}$ ,  $Q = 10^3$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 3.1 \times 10^4 \text{Hz}$ , 则由(6)式得  $\delta L_2 = 0.7 \times 10^{-20} \text{m/Hz}^{1/2}$ 。

地面振动的影响也很重要,它特别影响低频段。一般检测质量块的悬挂系统的谐振频率约为 1Hz 悬挂点用声学滤波器支承,以隔离地面振动。

由于实际上两干涉臂长未能精确相等,因此,光功率的起伏,频率的漂移以及光束形状的变化等都会给测量带来影响。为使影响不超出上述噪声的水平,要求功率相对起伏  $\delta P/P < 10^{-3} \text{Hz}^{-1/2}$ , 频率稳定度优于  $10^{-3} \text{Hz/Hz}^{1/2}$ , 这些要求都很高。

总之,为了建立一个现代激光引力波检测

器,需要解决的主要问题是:

(1) 要有一个输出功率十分稳定的百瓦量级的单模连续激光源。

(2) 具有两条正交且长度为公里量级的光干涉臂,臂内要求  $10^{-8} \text{Torr}$  的真空。

(3) 要有完善的隔振和恒温措施。

正如要使大型共振天线降温至 mK 量级一样,要解决上述这些问题也是相当困难的。然而现代技术是能够解决这些问题的。

引力波检测研究虽已取得重大的进展,但距离最终突破还有一段距离。大规模激光型引力波检测器,预计五年左右可以建成,这将标志着引力波检测的另一决定性进展。人们还计划发射三个超长距离的卫星,以建立低频激光引力波检测站。引力波作为一种新的性能独特的远距离信息传递工具,必将开辟人类通向宇宙的新视野。

- [1] 秦荣先, 物理, 8, (1979), 332.
- [2] H. Hirakawa et al. *Phys. Lett. A*, 63(1977), 199.
- [3] S. Owa et al., Proc. 4th Marcel Grossmann Meeting, North Holland, (1986), 571.
- [4] G. Fuligni and F. Ricci, *Nuovo Cimento. C*, 4(1981), 93.
- [5] D. Douglass and V. Braginsky, General Relativity, Cambridge Univ. Press, Cambridge, (1979), 123
- [6] Ho Jung Paik, *J. Appl. Phys.*, 47(1976), 1168.
- [7] Hu Enke et al., *Chinese Phys. Lett.*, 3(1986), 529.
- [8] R. W. P. Drever, Proc. NATO Advanced Study Institute on Gravitational Radiation, North Holland, (1983), 321.

(上接第 601 页)

- [1] B. Cockayne et al., *Journ Cryst. Growth*, 79(1986), 1.
- [2] M. Hamad and J. C. Heughebaert, *J. Cryst. Growth*, 79(1986), 192.
- [3] W. K. Burton et al., *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A243 (1951), 299.
- [4] R. L. Parker, *Sol. Stat. Phys.*, 25(1970), 151.
- [5] F. Rosenberger, Fundamentals of crystal growth, Springer series in solid-state sciences 5(1979), 215.
- [6] R. D. Groot et al., *J. Cryst. Growth*, 79(1986), 817.
- [7] G. H. Nancollas and M. Tomson, *Science*, 200(1978), 1059.
- [8] G. H. Nancollas and P. Koutsoukos, *JACS*, 102 (1980), 1553.
- [9] H. Hohl and G. H. Nancollas, *J. Cryst. Growth*, 57 (1982), 325.
- [10] G. H. Nancollas, Kinetics of Demineralization and Remineralization, Ed. S. A. Leach and W. M. Edgar,

- IRL Press, Oxford, (1982), 113.
- [11] T. P. Feenstra and P. L. de Bruyn, *J. Phys. Chem.*, 83(1979), 475.
- [12] J. C. Heughebaert et al., *J. Cryst. Growth*, 63(1983), 83.
- [13] J. Christoffersen and M. R. Christoffersen, *J. Cryst. Growth*, 57(1982), 21.
- [14] W. C. Chen and G. H. Nancollas, *J. Dent. Res.*, 65 (1986), 663.
- [15] G. H. Nancollas, Biological Mineralization and Demineralization, Heidelberg: Springer-Verlag, (1982).
- [16] W. C. Chen et al., *Journ. Dent. Res.*, 63(1984), 202.
- [17] W. C. Chen et al., *Journal Dent. Res.*, 64(1985), 301.
- [18] D. J. White and G. H. Nancollas, *J. Cryst. Growth*, 57(1982), 267.
- [19] J. Garside, Industrial Crystallization 84, Edited by S. J. Jancic and F. J. de Jong, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, (1984), 1.