

二元图象的光逻辑运算与 θ 调制

周进 叶权书 高文琦

(南京大学物理系)

图象间的逻辑关系可以提供二图象间很多有用的信息。用光学方法进行逻辑运算又具有平行处理的特性，所以图象的光逻辑运算日益成为光信息处理的重要课题。

一、原理

两个二元图象(灰度等级只有两个,不是黑就是白,通常以 0 和 1 表示)的组合可有四种情况,而每种情况有 0, 1 两种可能,因此共有 $2^4 = 16$ 种可能的逻辑关系(见表 1)。这些逻辑关系可归纳成“与”(AND)，“或”(OR)，“非”(NOT)，“等价”(EQU)，“蕴含”(IMP)，“异或”(XOR) 六种逻辑关系。正如一般逻辑教科书中指出的“与”，“或”，“非”为基本的逻辑关系,其它三种逻辑关系可由“与”，“或”，“非”表示。如

$$a \text{ EQU } b = (a \text{ AND } b) \text{ OR } (\bar{a} \text{ AND } \bar{b})$$

$$a \text{ XOR } b = (\bar{a} \text{ AND } b) \text{ OR } (a \text{ AND } \bar{b})$$

$$a \text{ IMP } b = b \text{ OR } \bar{a}$$

$$b \text{ IMP } a = \bar{b} \text{ OR } a$$

由上可知,要进行图象的各种逻辑运算,只要找到能实行“与”，“或”，“非”三种逻辑运算并将相应项分离的方法。在光信息处理的常用光路中,图象的信息和相应频谱的信息是在不同的平面上出现的。这一点为图象进行逻辑运算提供了非常有利的条件。利用不同取向的光栅

进行 θ 调制^[1,2] 可以将被调制物的不同部分的频谱在频谱面上分开,这也是熟知的事实。

一个二元图象 a 亮暗(0, 1)部分各以互成 45° 的光栅编码,如将此编码后的图片放到光信息处理系统的输入平面处,在激光照射下,图象亮暗部分 (a 和 a 的非 \bar{a}) 的信息将以频谱形式出现在频谱平面的不同方位上[见图 1(a)]。在图 1(a) 中竖直方向上的点代表 a 的谱 A ,斜线方向上的点代表 \bar{a} 的谱 \bar{A} 。为简单起见,图中仅画出零级与正负 1 级。如用同样方法调制另一个二元图象 b ,只是其中光栅的取向与前不同, b 和 \bar{b} 的频谱 B 和 \bar{B} 也出现在频谱面的不同方位上[见图 1(b)]。将编码后的图片 a 和 b 叠合在一起放到光信息处理的输入平面处,根据傅里叶卷积定理,在频谱面上将是此二组频谱的卷积。如以 δ 代表零级亮点,此二组频谱的卷积可表示成

$$\begin{aligned} & (\delta + A + \bar{A}) \otimes (\delta + B + \bar{B}) \\ & = \delta + A + \bar{A} + B + \bar{B} + A \otimes B \\ & \quad + A \otimes \bar{B} + \bar{A} \otimes B + \bar{A} \otimes \bar{B}, \end{aligned}$$

式中 \otimes 代表卷积。

以上卷积的结果可用图 1(c) 表示。注意式中后四项 $A \otimes B$, $A \otimes \bar{B}$, $\bar{A} \otimes B$ 和 $\bar{A} \otimes \bar{B}$ 为卷积出来的新项(前五项为原有的)。其对应的图形(输出平面上出现)为 $a \cdot b$, $a \cdot \bar{b}$, $\bar{a} \cdot b$ 和 $\bar{a} \cdot \bar{b}$ 。点号“ \cdot ”本来为算术乘,由于图形为二元(0, 1),实际即为逻辑乘,相当“与”的运

表 1 16 种可能的逻辑关系

$a \ b$	a	\bar{a} (NOT a)	b	\bar{b}	a AND b	\bar{a} AND b	a AND \bar{b}	\bar{a} AND \bar{b}	a XOR b	a EQU b	a IMP b	b IMP a	a OR b	\bar{a} OR \bar{b}	a OR \bar{a} \bar{a} OR b	a AND \bar{a} OR b AND \bar{b}
0 0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0
0 1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0
1 1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0
1 0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0

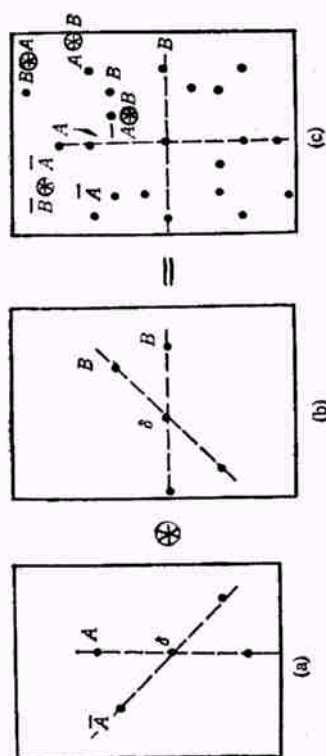


图1 A, B二图象频谱的卷积(0级, ±1级)
 (a) A和 \bar{A} 及 δ ; (b) B和 \bar{B} 及 δ ;
 (c) 卷积结果

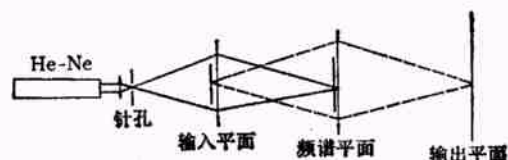


图2 实验用的光路图

算。在频谱面上,在 $A \otimes B$ 出现位置处开一个孔,在输出平面处就可以出现 $a \text{ AND } b$ 的“与”运算结果。在频谱面上还可以进行逻辑加(相当于“或”的运算)。例如同时在 $A \otimes B$ 和 $\bar{A} \otimes B$ 出现位置处开孔,在输出平面上就出现“或”的运算结果 $(a \text{ AND } b) \text{ OR } (\bar{a} \text{ AND } b)$, 即 $a \text{ XOR } b$ 的图形。依次类推一共可得到16种逻辑运算结果。

从这里,我们也可看到在频谱面上开的孔(空间滤波)相当于“门”的作用。不开这些孔(门),此项信息不能通过,所以就这个意义讲,光信息的“门”比电子计算机中的“门”电路更具

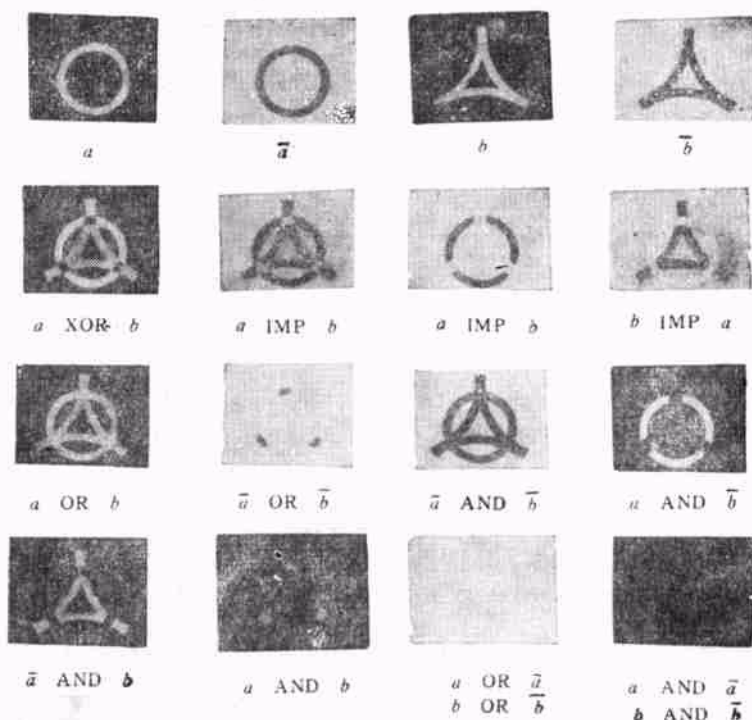


图3 二图象的16种不同的逻辑运算结果

有直观意义。

二、实验与结果

首先将图片 a, b 的正负片各以不同取向的光栅编码,然后将编码后的图片先后在同一底片上曝光制成待处理的图片。我们实验用的光栅空占比为3:1,光栅常数为1/20mm。将此图片放在图2的输入平面处,在频谱平面处得到的频谱图与理论推导[图1(c)]相同。在频谱平面上采用滤波技术开不同的孔(门)得到图3所示的16种逻辑运算结果。

三、讨论

1. 本方法能实现16种逻辑运算,结果较直观。
2. 光栅调制时的角度没有严格要求,不同的光栅取向,只影响频谱面上频谱的分布规律。

(下转第148页)