

蒙特卡罗方法在原子核物理中的应用¹⁾

萨本豪 郑玉明 张孝泽

(中国原子能科学研究院)

本文在简单地介绍了蒙特卡罗方法要点后,结合原子核物理当前最有兴趣的一些课题,具体介绍了蒙特卡罗方法的应用.

蒙特卡罗 (Monte Carlo) 方法是在第二次世界大战期间,由于原子弹研制的需要而出现和发展起来的.特别是随着计算机的不断发展和应用,而日益广泛地被应用于科学技术的各个领域.在原子核物理中,蒙特卡罗方法也将充分发挥其威力,值得引起原子核物理学家的充分注意.

一、蒙特卡罗方法要点

1. 蒙特卡罗方法的基本思想

蒙特卡罗方法解决问题的基本思想是:先把问题化成具有随机性,再大量重复这种随机事件,统计各种可能事件发生的数目,以分析出所求的答案.

譬如,求积分问题

$$I = \int_0^1 g(x) dx \quad 0 \leq g(x) \leq 1, \quad (1.1)$$

由几何意义知,它是求曲线 $g(x)$ 下的包围面积(如图 1 所示).这本不是随机问题,但可化成有随机性质.因为

$$I = \frac{I}{\text{面积}(ABCD)} = p, \quad (1.2)$$

p 为往单位正方形 $ABCD$ 投点时,点落在曲线 $g(x)$ 下的几率.故可试投 N 点,若其中落在 $g(x)$ 下有 n 点,则 I 的估计值为

$$I \simeq \frac{n}{N}, \quad (1.3)$$

又如求统计平均值问题:

$$\langle A \rangle = \int_0^1 A(x) f(x) dx, \quad (1.4)$$

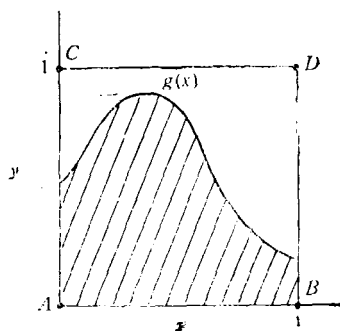


图 1

这里 A 表物理量, x 表相点(或是与 A 定义有关的完整力学数量组), Ω 是所考虑相空间的范围, $f(x)$ 是相点服从的分布密度函数, $f(x)dx$ 是 x 取在 x 和 $x + dx$ 之间的几率,满足

$$f(x) \geq 0, \int_{\Omega} f(x) dx = 1, \quad (1.5)$$

因相点由 $f(x)$ 随机决定,本来就是随机问题,故只需先找出 $f(x)$ 的 N 个代表点

$$x_1, x_2, \dots, x_N, \quad (1.6)$$

由它们得到的算术平均值为

$$A_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A(x_i), \quad (1.7)$$

即是 $\langle A \rangle$ 的近似估计值.

2. 随机数和随机抽样

随机数是均匀分布在 $(0, 1)$ 间的随机变量,记为 ξ . 其特点是:在 $(0, 1)$ 间任何一个长度相同范围内出现的几率相同,而与该范围

1) 国家自然科学基金资助项目.

在(0,1)中的坐落无关;它的分布密度是简单均匀的,即

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{其它;} \end{cases} \quad (1.8)$$

$$\begin{cases} P(x \leq \xi \leq x + dx) = dx & 0 < x < 1, \\ P(a \leq \xi \leq b) = b - a & 0 < a, b < 1. \end{cases} \quad (1.9)$$

产生随机数的方法有多种,可归纳为数学方法和物理方法两大类^[1,2].计算机都配有产生随机数的程序,物理工作者会用即可.

随机抽样指对于随机事件,按其服从的分布密度函数,产生 N 个随机事件样品的过程,亦即从已知分布抽样的问题.

从已知分布抽样的方法有多种,此处仅介绍直接法、挑选法和系统法三种(以一维情形为例).

若随机变量的分布密度函数为 $f(x)$,将其抽得的样品记为 X_j ,则有

$$P(x \leq X_j \leq x + dx) = f(x)dx, \quad (1.10)$$

令

$$p(x < X) = \int_{-\infty}^x f(x)dx = F(x), \quad (1.11)$$

$F(x)$ 称为与 $f(x)$ 相应的分布函数.直接法就是令

$$F(X_j) = \xi, \quad (1.12)$$

从而得到欲抽的样品

$$X_j = F^{-1}(\xi), \quad (1.13)$$

这里 F^{-1} 表 F 的反函数.

例如,中子在均匀介质中第 n 次碰撞点的抽样,可用直接法进行如下:若把第 $n-1$ 次碰撞点记为 x_{n-1} ,则第 n 次碰撞点可表示为

$$x_n = x_{n-1} + l\Omega_{n-1}, \quad (1.14)$$

其中 l 为这两次碰撞间中子去过的距离, Ω_{n-1} 是第 $n-1$ 次碰撞后中子速度的方向. l 服从如下分布规律:

$$f(l) = \begin{cases} \Sigma_t e^{-\Sigma_t l} & \text{当 } l > 0, \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (1.15)$$

其中 Σ_t 是中子宏观总截面.将(1.15)式代入(1.12)式,并用(1.11)式,可得

$$\xi = 1 - e^{-\Sigma_t l},$$

即

$$L_j = -\frac{\ln(1-\xi)}{\Sigma_t} = -\ln(\xi')/\Sigma_t. \quad (1.16)$$

在分布密度函数的积分不易积出,或给不出分布函数反函数的解析式的情况下,用直接法不方便,可用挑选法.由于 $f(x)dx$ 表示 x 出现在 $(x, x+dx)$ 间的几率, $f(x)$ 越大,选中 x 的可能性也越大,挑选法的思想正基于此.具体做法如下:

令

$$M = \max_{a \leq x \leq b} f(x),$$

则

$$\begin{array}{l} x^* = a + (b-a)\xi_1 \leftarrow \\ \downarrow \\ \xi_1 \leq \frac{f(x^*)}{M} ? \quad \text{非} \\ \downarrow \text{是} \\ X_j = x^*. \end{array} \quad (1.17)$$

系统法是把分布密度函数下的面积分成 n 个相等的小面积:

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \dots = \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx, \quad (1.18)$$

那么,这 n 个等面积的分割点

$$x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n \quad (1.19)$$

就可取作抽得的子样.

从以上的介绍可见,蒙特卡罗方法是直接模拟实际物理随机过程,对问题不必作过多近似和简化,它是实现人们物理思想的有力数学工具;用蒙特卡罗方法解问题,计算量只与问题的维数成比例,而不象数值方法那样与维数的方次成比例;用蒙特卡罗方法编制的程序,结构简单,层次分明;但蒙特卡罗方法的收敛速度比较慢,计算时间较长.

二、用蒙特卡罗方法求原子核基态能量

由量子力学^[3]知道,核基态能量 E_0 满足

$$E_0 \leq \frac{\int \phi^* H \phi d\tau}{\int \phi^* \phi d\tau}, \quad (2.1)$$

其中 H 和 ϕ 是描写核的哈密顿量和波函数。

求基态能量的变分法: 假设待求波函数是含有变分参数的某形式试探函数 ϕ_i , 改变变分参数找出 (2.1) 右端所示期望值的极小值 E_i , 则 E_i 和 ϕ_i 就是欲求的核基态能量和波函数的近似结果。

当量子系统含的粒子数 N 很大时, 用变分法有困难, 需求助于蒙特卡罗方法。为此, 先把求

$$E_i = \frac{\int \phi_i^* H \phi_i d\tau}{\int \phi_i^* \phi_i d\tau} = \frac{\int |\phi_i|^2 \frac{H \phi_i}{\phi_i} d\tau}{\int |\phi_i|^2 d\tau} \quad (2.2)$$

化成求平均值问题, 令

$$A(\tau) = (H \phi_i / \phi_i), \quad (2.3)$$

$$f(\tau) = \frac{|\phi_i|^2}{\int |\phi_i|^2 d\tau}, \quad (2.4)$$

则有

$$E_i = \langle A(\tau) \rangle = \int_{\Omega} A(\tau) f(\tau) d\tau. \quad (2.5)$$

若在 τ 的全空间 Ω 内均匀地抽代表点

$$\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \quad (2.6)$$

则 E_i 的蒙特卡罗方法估计是

$$E_i^{MC} = \frac{\Omega}{K} \sum_{k=1}^K A(\tau_k) f(\tau_k). \quad (2.7)$$

这种通常的蒙特卡罗方法, 除效率低(因为许多代表点的贡献可能很小)外, 尚需计算

$$\int |\phi_i|^2 d\tau.$$

为了克服这些缺点, 可用 Metropolis 抽样技巧^[4]。

三、原子核蒸发过程的蒙特卡罗计算^[5]

核反应中形成的中间态——复合核, 处在激发状态, 它通过发射各种粒子(中子、质子和 α 粒子等)而退激发。韦斯科夫给出了原子核单物理

位时间内发射动能在 ε 与 $\varepsilon + d\varepsilon$ 间的粒子 i 的几率^[6]

$$P_i(\varepsilon) d\varepsilon = \gamma_i \sigma_c \varepsilon \frac{W(f)}{W(i)} d\varepsilon, \quad (3.1)$$

其中 $W(i)$ 和 $W(f)$ 分别是发射 i 粒子前和后原子核的能级密度; $\gamma_i = g_i m_i / (\pi^2 \hbar^3)$, m_i 和 g_i 是 i 粒子的质量和自旋状态数; σ_c 是逆过程截面(复合核形成截面)。

相应地原子核在单位时间内发射粒子 i 的总几率为

$$\Gamma_i = \frac{\gamma_i}{W(i)} \int_0^{\varepsilon_{i\max}} \sigma_c W(f) \varepsilon d\varepsilon, \quad (3.2)$$

其中 $\varepsilon_{i\max}$ 是粒子 i 可能具有的最大动能。

发射粒子几率的计算归结为求 $\varepsilon_{i\max}$, $W(f)$ 和 σ_c 。 σ_c 的一种最简单近似, 即让其等于原子核的几何截面 $\sigma_g = \pi R^2$ 。作为改进, 可采用由连续统计理论导出的经验公式。对于中子,

$$\sigma_c(n) = \sigma_g \alpha \left(1 + \frac{\beta}{\varepsilon} \right), \quad \left. \begin{aligned} \alpha &= 0.76 + 2.2 A^{-1/3}, \\ \beta &= (2.12 A^{-1/3} - 0.050) / (0.76 + 2.2 A^{-1/3})_{(MeV)}; \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

对于带电粒子

$$\sigma_c(i) = \sigma_g (1 + C_i) \left(1 - k_i \frac{V_i}{\varepsilon} \right), \quad (3.4)$$

其中 V_i 是经典库仑位垒,

$$V_i = \frac{z Z e^2}{\gamma_0 A^{1/3} + \rho_i}, \quad (3.5)$$

这里 γ_0 是核子半径, A 是原子核质量数, z 和 Z 是发射粒子和剩余核的电荷数, ρ_i 是经验修正值(对于质子, ρ_i 为零; 对于氦和 α 粒子,

$$\rho_i = 1.2 \text{ fm};$$

对于 ^3H 和 ^3He , $\rho_i = 1.2 \text{ fm}$), C_i 和 k_i 的表见文献[5]。

最简单和使用最广泛的原子核能级密度, 是对退化的费米气体所导出的韦斯科夫公式:

$$W(E) = C \exp[2\sqrt{aE}]. \quad (3.6)$$

还可以加进对修正和壳修正(加壳修正好处不大)。加上对修正后有

$$W(E) = C \exp\{2[a(E - \delta)]^{1/2}\}, \quad (3.7)$$

其中 δ 是对能, 有用经验质量公式算好的表^[7] 可查, 参数 a 和 C 的取值见文献[5].

显然发射粒子可能具有的最大动能为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{n,\max} &= E - \varphi_n - \delta_f, \\ \varepsilon_{j,\max} &= E - \varphi_j - \delta_f - k_j V_j, \end{aligned} \right\}, \quad (3.8)$$

其中 E 是原子核激发能, φ_n 和 φ_j 是中子和带电粒子 i 的分离能, δ_f 是剩余核对能, $k_j V_j$ 是有效库仑位垒.

将(3.3)–(3.8)式代入(3.2)式, 就可能到原子核发射中子和带电粒子的总几率^[8]. 因此原子核发射粒子的蒙特卡罗计算可如下实现: 对于给定的各个参数(如 a , α 和 β 等)和给定的初始条件(起始核的 A , Z 和 E 等), 按总几率表达式计算各种可能粒子的相对发射几率. 再根据归一化后的几率, 由随机数决定本事件具体的发射粒子(中子、质子或其它). 接着抽样决定该发射粒子的动能. 严格说, 应该按几率密度分布函数(3.1)式抽样, 为简单起见, 可近似地按麦克斯韦分布抽样(常用挑选法). 最后求剩余核的 A , Z 和 E . 重复上述步骤多次, 就可得到欲求的各个物理量(如能谱、角分布和分支比等).

四、很热核破碎的统计描述

中高能重离子反应中形成的很热的余核, 它的退激发主要不是靠一个个粒子的连续发射, 而是瞬时破碎成一些较小的碎块. 这种破碎(disassembly)机制是近几年发展起来的并受到广泛关注的研究课题.

描述热核破碎有统计模型^[6-10]和相应的蒙特卡罗模拟技巧^[9-10]. 它假设破碎前热核在一定总激发能(温度)和密度下达到平衡, 而后瞬时地破碎为许多小碎块. 若把一个个不同的破碎组态(具有不同数目的碎块及它们的组成等)看作不同的系统, 它们构成一个系综——微正则、正则或巨正则. 则由相应的系综分布函数, 可求得破碎产物的各种分布, 如碎块质量分布、电荷分布和能谱等.

描写破碎组态的完整力学数量组定义为

$$\mathbf{x} = \{N_c, N_n; \{A_j, Z_j\}_{j=1}^{N_c}, \{\mathbf{r}_j\}_{j=1}^{N_c},$$

$$\{\mathbf{p}_j\}_{j=1}^{N_c}, \{\varepsilon_j\}_{j=1}^{N_c}, \{\mathbf{s}_i\}_{i=1}^{N_n}, \{\mathbf{q}_i\}_{i=1}^{N_n}\}, \quad (4.1)$$

其中 N_c 和 N_n 是带电碎块数和中子总数,

$$\{A_j, Z_j\}_{j=1}^{N_c}$$

是碎块质量数和电荷数序列, $\{\mathbf{r}_j\}_{j=1}^{N_c}$ 和

$$\{\mathbf{p}_j\}_{j=1}^{N_c}$$

是碎块位置和动量序列, $\{\varepsilon_j\}_{j=1}^{N_c}$ 是碎块内禀激发能序列, $\{\mathbf{s}_i\}_{i=1}^{N_n}$ 和 $\{\mathbf{q}_i\}_{i=1}^{N_n}$ 是中子位置和动量序列.

若欲求的物理量与中子位置、动量以及碎块的内禀激发无关(如求碎块质量分布), 则可将这些自由度积分起来, 完整力学数量组就退化为

$$\mathbf{x} = \{N_c, N_n; \{A_j, Z_j\}_{j=1}^{N_c},$$

$$\{\mathbf{r}_j\}_{j=1}^{N_c}, \{\mathbf{p}_j\}_{j=1}^{N_c}\}, \quad (4.2)$$

相应地引进了中子在其质心系中相空间积分的权重因子 W_n 和碎块内禀激发态积分的权重因子 W_ε ^[9].

该破碎组态的总能量可表示为

$$E = E_c + E_B + \sum_{j=1}^{N_c} \frac{\mathbf{p}_j^2}{2m_j} + \frac{\left(\sum_{j=1}^{N_c} \mathbf{p}_j\right)^2}{2m_0 N_n}, \quad (4.3)$$

$$E_c = \sum_{i < k}^{N_c} \frac{Z_i Z_k e^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|}, \quad (4.4)$$

$$E_B = \sum_{j=1}^{N_c} E_j^B, \quad (4.5)$$

其中 E_c 是带电碎块间库仑能, E_B 是组态总结合能(各碎块结合能之和), (4.3)式第三项是碎块动能和, 第四项来自对中子动量的积分以及总动量守恒, m_j 是碎块 j 的质量, m_0 是核子质量.

由正则系综分布函数可导出该破碎组态的几率为

$$W(\mathbf{x}) = W_n W_\varepsilon e^{-E/T}. \quad (4.6)$$

欲求的物理量 $G(\mathbf{x})$ 可表示为

$$\langle G \rangle = \frac{\int_0^{\infty} G(x)W(x)dx}{\int_0^{\infty} W(x)dx}, \quad (4.7)$$

上述模型思想可用蒙特卡罗方法实现如下:

(1) 在 $[0, N_c^{\max}]$ 内均匀抽样 N_c , 这里 N_c^{\max} 是允许的最多带电碎块数。

(2) 在 $[0, N_n^{\max}]$ 内均匀抽样 N_n , 这里 N_n^{\max} 是允许的最多中子数(瞬发和缓发)。

(3) 在质量和电荷守恒下随机抽样碎块质量和电荷序列 $\{A_j, Z_j\}_{j=1}^{N_c}$ 。

(4) 在热核破碎前夕具有的体积 ($V_{RT} = \frac{4\pi}{3} R_{T0}^3 A_{RT}$, A_{RT} 是热核质量数, R_{T0} 是个参数) 范围内, 均匀抽样各碎块中心位置, 并保证碎块间基本不重叠。

(5) 碎块动量按下列密度分布函数抽样:

$$\left[\sum_{j=1}^{N_c} (2\pi)^{3/2} \sigma_j^3 \right]^{-1} \exp \left\{ - \left[\sum_{i=1}^{N_c} \frac{p_i^2}{2m_i} + \frac{\left(\sum_{j=1}^{N_c} p_j \right)^2}{2m_0 N_n} \right] / T \right\}, \quad (4.8)$$

这里指数前是归一化因子, 另外,

$$\sigma_j^2 = \frac{m_j \left(M + \sum_{i=1}^{j-1} m_i \right)}{M + \sum_{i=1}^j m_i} T \quad (M = N_n m_0), \quad (4.9)$$

T 是以 MeV 为单位的温度。

如上重复产生许多破碎组态(譬如 10^6)后, 可由 (4.6) 和 (4.7) 式求得欲知的各个物理量^[9]。

五、核反应的级联模型

核反应的级联模型, 实质上是核反应的蒙特卡罗模拟。60年代初开始用于中能核反应, 70年代末和80年代初又被用于高能核反应, 后

者又称为相对论性核内级联模型 (INC)。

在以核子-核子碰撞为基础的 INC 中, 碰撞参数 b 是在 $[0, R_P + R_T]$ 内按平方律均匀抽样, 这里 $R_P = r_0 A_P^{1/3}$, $R_T = r_0 A_T^{1/3}$ ($r_0 = 1.14$ fm), 分别是弹核和靶核半径, A_P 和 A_T 是相应的质量数。

在一定碰撞参数 b 下, 反应过程从两核相距

$$D = R_P + R_T + d, \quad (5.1)$$

时开始跟踪(这里两核表面间距离 d 取为 3 fm 参见图 2), 这时弹核和靶核构成了双核系统。

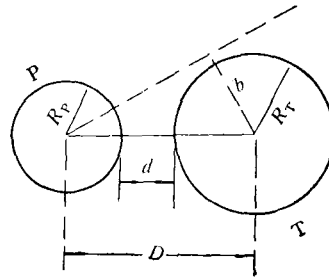


图 2

接着分别在弹核和靶核各自静止的坐标系中, 把弹核和靶核分别看作是半径为 R_P 和 R_T 的球, 并假设核子在各自的球中均匀分布, 这时就可按球内均匀分布抽样核子在核中的初始位置。抽样核子在核中的初始动量, 采用的是定域密度近似, 即假设在核内任一地方核子的动量是在零和当地费米动量 $P_F(r)$ 间均匀分布。对于高能核碰撞, 核子在核中的结合能近似地被忽略。

对于适当的时间步长 Δt , 可假设在 Δt 内核子不发生碰撞, 而是作直线自由运动。 Δt 内本该发生的碰撞都集中到 $t + \Delta t$ (t 是 Δt 前经历的时间) 瞬时来考虑。

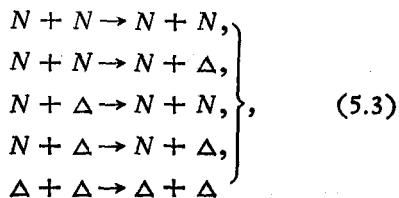
$t + \Delta t$ 瞬时双核系统内究竟发生了多少核子-核子碰撞? 需对所有核子作如下判断:

先判断核子 i 和 j 是否接近到

$$r_{ij} \leq \sqrt{\sigma_{tot}} / \sqrt{\pi}, \quad (5.2)$$

这里 σ_{tot} 是核子-核子相互作用总截面, 若 (5.2) 式被满足, 则发生了碰撞, 否则不碰撞。

对于发生碰撞的情形, 接着要判断发生的是什么碰撞。若只考虑核子-核子间有下列反应



(这里 N 表示核子基态, Δ 表示核子激发态); 又近似地假设各弹性道(非弹性道)的截面相等, 问题就归结为判断是弹性道还是非弹性道? 这可由弹性碰撞概率 σ_{el}/σ_{tot} 抽样决定(这里 σ_{el} 是弹性碰撞截面)。

接着要决定碰撞后核子的状态。若忽略碰撞瞬时核子几何位置的微小变化, 经碰撞后两核子则由状态 $(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i)$ 和 $(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j)$ 变到 $(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}'_i)$ 和 $(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}'_j)$ (这里 \mathbf{p} 和 \mathbf{p}' 都是定义在碰撞前和后核子-核子动量质心系中的)。下面分别就弹性和非弹性散射求 \mathbf{p}'_i 和 \mathbf{p}'_j 。

由于弹性散射不改变动量大小, 故只需求散射后动量的方向, 这可通过弹性散射微分截面的参数化公式^[11]来抽样决定散射角 θ_s , 再在 $(0, 2\pi)$ 间均匀抽样方位角 φ_s 而实现。由此可以求得核子碰撞后的一个核子的动量 \mathbf{p}'_i , 那么 $\mathbf{p}'_j = -\mathbf{p}'_i$ 。非弹性散射下求 \mathbf{p}'_i 和 \mathbf{p}'_j 的办法也与此类似, 只是细节有不同, 有兴趣者请参阅文献[11]。

最后根据泡里不相容原理, 判断碰撞后的核子态原先是否已占满? 若否, 则碰撞得以实现; 若是, 则被阻塞, 核子仍保持在碰前的状态。

整个核子运动历史, 就是上述基本历史单元的重复。对于中高能核反应, 一般跟踪到

$$t = 14 \text{ fm}/c \approx 5 \times 10^{-23} \text{ s}$$

为止(这时核子碰撞已可忽略), 欲求的物理量就可由统计而得。

六、中高能重离子反应的半经典模拟^[12]

对于入射能量达每核子几十 MeV 以上的中高能核反应、该结构效应、集体运动等都近似可忽略, 原子核可简单地看作核子的集合, 核子在平均场或彼此间的两体(三体)相互作用下运动。核反应也可相应地描写为众多核子在双核系统中, 在上述相互作用下不断运动而又互相碰撞的过程, 故可对其作半经典模拟。

这种半经典模拟实际上是级联模型的演化, 与后者主要差别在于: 第一, 不再完全把核子看作是点粒子, 在坐标空间被看作是一个高斯分布, 但在考虑核子碰撞时, 仍当作点粒子处理。相应地在动量空间中把核子也看作是一个高斯分布。第二, 在 Δt 时间间隔内, 核子不再作直线运动, 而按牛顿力学运动。

上面所列举的只是蒙特卡罗方法在原子核物理中应用的一些方面。由于我们知识所限, 可能有不少重要应用未提及。即便如此, 已可看出, 蒙特卡罗方法在原子核物理中确实已获得广泛的应用。

- [1] 裴鹿成、张孝泽, 蒙特卡罗方法及其在粒子输运问题中的应用, 科学出版社, (1980).
- [2] 徐铺济, 蒙特卡罗方法, 上海科学技术出版社, (1986).
- [3] L. I. Schiff, Quantum Mechanics, Third ed., McGraw-Hill, (1985), 255.
- [4] N. Metropolis et al., *J. Chem. Phys.*, **21**(1953), 1087.
- [5] I. Dostrovsky et al., *Phys. Rev.*, **116**(1959), 683.
- [6] V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.*, **52**(1937), 259.
- [7] A. G. W. Cameron, *Can. J. Phys.*, **36**(1958), 1040.
- [8] J. Randrup and S. E. Koonin, *Nucl. Phys.*, **A355**(1981), 223; S. E. Koonin and J. Randrup, *Nucl. Phys.*, **A474**(1987), 173.
- [9] Sa Ben-Hao and D. H. E. Gross, *Nucl. Phys.*, **A437**(1985), 643; Zhang Xiao-Ze et al., *Nucl. Phys.*, **A461**(1987), 641, 668.
- [10] J. P. Bondorf et al., *Nucl. Phys.*, **A443**(1985), 321. H. W. Barz et al., *Nucl. Phys.*, **A448**(1986), 753.
- [11] G. F. Bertsch and S. Das Gupta, *Phys. Rep.*, **160**(1988), 198.
- [12] J. Aichelin, et al., *Phys. Rev.*, **C37**(1988), 2451; Zheng Yu-Ming, Sa Ben-Hao and Zhang Xiao-Ze, *Chinese Phys. Lett.*, **6**(1989), 117.