

基于神经网络模型的光学计算

羊国光

(中国科学技术大学研究生院)

摘 要

目前的电子计算机适于解决数字运算问题,但是在解决辨别、联想、推理等所谓随机问题方面的能力却远不如人的大脑。企图模仿人脑的解剖结构来设计计算机以解决随机问题,并利用光学的独特功能,这就是光学神经元计算机。据此, Hopfield 提出了一种关联存贮模型(或称为内容存贮),即每个存贮状态不是按地址存贮,而是按内容存贮在整个神经网络系统上。光学由于具有内禀的并行性,特别适于实现这个模型。采用纯光学或光电混合方法,通过光学矩阵乘法,取阈值运算,反馈迭代过程,可以实现从有误差的输入信息中提取正确的关联存贮信息。利用全息技术,有可能实现二维数据的关联存贮。

电子计算机的高度发展已是世人皆知的事实了。但是,现代计算技术的成就并不能掩盖影响它在今后发展中存在的两个难题。

首先,在计算速度上已不能满足日益增长的需要,这是由于在本质上目前的计算机采用所谓串行结构,即信号只能逐个按时序排列在一个或几个通道上进行处理,即使每秒运算几千万次的机器也是如此。而目前计算机通过寻址器把逻辑单元和存贮单元连接起来的结构,就决定了限制计算速度的所谓“瓶颈效应”。因此可以设想如果计算机采用大量的并行结构,例如将百万个处理器连接起来作并行运算,那么将大大提高计算能力,例如每秒执行几百亿条指令是可能的。但是,这种多台计算机列阵通过通信网络连接在一起的系统只是一个松散的耦合系统,每台计算机不能共享主存贮器及输入-输出装置,并未在本质上改变计算机的结构,因此在解决下面讨论的随机问题中仍是力所不及的。近年来光学计算机的研究吸引了大批科学家,其动力来自于光学的高度并行运算能力。

其次,计算机不善于执行识别任务。例如从一幅图中辨别出其中的一幢房子,这个连几岁孩子都能轻而易举完成的任务,对计算机来

物理

说却是困难的,因为必须先对“房子”下一定义,区别楼房、平房、村舍、尖顶房、平顶房等,这在许多情况下是难以做到的。计算机善于数字运算,而不适于辨别——模式识别。这是由于模式识别任务涉及到所谓随机问题,也就是需要具备某一系统的每种实际可能状态的知识,才能解答问题。因此,为解决一个随机问题,就要求记忆所有可能的解答,并在给定输入数据时,从所有可能的解集中迅速选出最适合的答案。

通常的计算机对于执行算法指令是拿手的,但在辨别、联想、推理等方面的能力远不如人类的大脑。大脑在解决上述随机问题的能力是无与伦比的。因此,许多科学家对脑的工作过程进行了仔细的研究,企图模仿人脑的解剖结构来设计计算机以解决随机问题。这就是一种基于神经网络模型的计算机,有人称之为神经元计算机。在实现神经元计算机上,光学将发挥其独特的功能,这就是所谓光学神经元计算机^[1]。

一、天然并行处理器——人脑

大脑是由大约 10^{10} — 10^{11} 个神经细胞组成。这些称为神经元(neuron)的单元是大脑的基

本信息处理单元。每个神经元又和其他许多神经元直接相连，它们构成了交错的高度互连的神经网络。一个典型的神经元大约与其他神经元有 10^4 — 10^5 个连接。这样形成了总数为 10^{14} — 10^{15} 个连接。每个神经元可处于两种状态之一：“触发”或“未触发”状态，这与电子计算机中开关电路中的“开”与“关”状态十分相似。每个神经元能通过它与邻近神经元的连接觉察到这些神经元的状态，从而决定自己处于什么状态。

在物理世界中，有着由大量简单单元构成且存在着大量相互作用的系统，这种系统往往会呈现某种集体现象。例如，在铁磁材料中大量磁矩间的相互作用形成了磁畴，流体流动中形成涡流图等。人脑这种简单的高度互连神经网络也呈现某种集体效应。那么，在简单相互作用的神经系统中类似的集体现象是否会存在有用的“计算”相关？记忆的稳定性、归类的结构和时间序列记忆是否也具有天然发生的集体特性？回答是肯定的。

在脑的“计算”过程中，每个神经元都独立地检查其邻近神经元的状态，并根据检查结果来确定自己将来的状态。这种神经网络是十分可靠的。如果某些神经元功能出现了障碍，整个网络的总功能不受影响。事实上，大脑中时时刻刻都有神经元死去，但是人的思维和记忆并不受到显著的影响。所以说，神经网络的计算是以一种集体方式完成的。单个神经元同时发生的简单操作构成了整个神经网络的复杂功能。

一个值得注意的问题是，每个神经元的开关速度为几个毫秒，比起现代计算机中电开关几个毫微秒的开关时间要慢六个数量级。但是，由于脑神经网络中存在高水平的互连，所以正好补偿了神经元的低开关速度。

而更重要的是，这种组织方式使成千上万的神经元能按照某种简单规则对某一单个神经元的状态同时产生集体影响。在神经网络中信息不是存贮在各个存贮单元中，而是存贮在神经网络的互连系统中。这种存贮系统非常适于从部分信息来提取整个信息，并且具有显著的

误差校正能力。这种存贮方式称为关联式存贮 (associative memory)。

美国加州理工学院的理论物理学家 Hopfield 根据以上思想，在 1982 年提出一个非线性外积关联存贮模型。这个模型具有特别简单的形式并且易于用光学方法实现，因此引起了光学界的兴趣。下面我们介绍 Hopfield 模型。

二、Hopfield 模型^[2]

生物记忆的主要特征之一就是联想能力。在这个过程中，输入的某一事物的部分特征引起对该事物完整信息的搜索。例如，当某人看见一张熟悉的面孔时，在他头脑中会发生一系列的联想回忆过程。因此，大脑的解剖结构应能提供使存贮在记忆中的信息与输入信息之间迅速建立联系的组织原理。这种存贮方式与现有计算机按地址存贮十分不同，它是按内容存贮，故关联存贮也称为内容存贮。

假定在存贮器中存贮了一个条款为“G. G. Yang and Y. P. Ho, *Appl. Opt.* 26, 4433 (1987)”，内容寻址的存贮器可根据输入的部分信息来提取该条信息，例如“and Y. P. Ho (1987)”的输入对提取全部信息就足够了。甚至象“and Y. F. Ho (1987)”这样有错误的输入也能实现正确的检索。根据这种想法，Hopfield 提出了一个关联存贮的简单模型。

假定每个神经元的状态可能处于“开”或“关”两个状态。一个长度为 N 的二进制矢量 V^m 可用来表示神经网络的第 m 个状态。若第 i 个神经元处于“开”状态，则 V^m 的第 i 个分量值为 $+1$ 。若它处于“关”状态，则为 -1 ，即

$$V_i = \begin{cases} +1 & \text{开(触发),} \\ -1 & \text{关(未触发).} \end{cases}$$

当神经元 i 与 j 相连时，它具有某个连接强度(权重) T_{ij} 。 $T_{ij} = 0$ ，表示 i 与 j 无连接。在这个模型中，信息是存贮在 N 个神经元的第 i 个与第 j 个神经元的 N^2 个互连强度 T_{ij} 中。每个神经元与所有其他神经元相连，并通过检查从其他神经元对第 i 个神经元输入之和的非线

性过程来决定它自己是处于“开”或“关”的状态。所谓非线性过程就是取阈值运算。对每个神经元存在一个固定的阈值 V_i ，使得

$$V_i = \begin{cases} 1 & \sum_{j \neq i} T_{ij} V_j > V_i \\ -1 & \sum_{j \neq i} T_{ij} V_j < V_i \end{cases} \quad (1)$$

就是说，若其他神经元对第 i 个神经元影响之和大于某个阈值 V_i ，则神经元 i 处于“开”状态，取 +1。否则，为“关”，取 -1。

若我们希望存贮一组 M 个状态 $V^{(m)}$ ， $m = 1, 2, \dots, M$ ，其中每个状态矢量是长度为 N 的二进制双极性（每个状态只能取 +1 或 -1）矢量 $V_i^{(m)}$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ 。这些状态可按以下方

$$T_{ij} = \sum_{m=1}^M V_i^{(m)} V_j^{(m)} \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

其中 N 为神经元的数目。由此可见，互连强度与存贮的状态直接联系起来。也就是说，每个存贮的状态不是按地址存贮在某个存贮器中，而是按内容存贮在整个神经网络系统上。这就是关联存贮的外积模型。

如果要从该系统中提取某个状态 $V^{(m)}$ ，则可以输入某个较接近 $V^{(m)}$ 的状态矢量 $V_i^{(m_0)}$ 。 $V_i^{(m_0)}$ 与矩阵 T_{ij} 相乘后，再作取阈值运算使产生一个估计值 $\hat{V}_i^{(m_0)}$ ，

$$\hat{V}_i^{(m_0)} = \text{N. L.} \left[\sum_{j=1}^N T_{ij} V_j^{(m_0)} \right], \quad (3)$$

其中 N. L. 为取阈值非线性运算，即若方括号中的求和大于某个值，则 $\hat{V}_i^{(m_0)}$ 为 +1，否则为 -1。将 (2) 式代入 (3) 式，可得

$$V^{(1)}: 11100001010111011011110110000010$$

$$V^{(2)}: 11100111100000111001110001001000$$

第一次迭代结果:

$$21 \ 2-5-2-2 \ 121 \ 2-3 \ 002 \ 152 \ 0011100 \ 1-2 \ 0 \ -3-2-2 \ 5-2$$

$$\text{取阈值: } 1110000111100001111001110010000010$$

第二次迭代结果:

$$33 \ 7-8-9-7-2 \ 3-2 \ 3-4-1-1 \ 7-2 \ 83 \ 2-1 \ 388 \ 23 \ 3-3-2-4-3-7 \ 8-7$$

$$\text{取阈值: } 1110000010100001011101111100000010$$

第三次迭代结果:

$$38 \ 7-8 \ 4-7-7 \ 3-7 \ 3-9 \ 44 \ 7-7 \ 8 \ 8-3 \ 483 \ 3-3 \ 8 \ 8-3-7-9-3-7 \ 8-7$$

$$\text{取阈值: } 1110000010101110110111101100000010$$

$$\begin{aligned} \hat{V}_i^{(m_0)} &= \text{N. L.} \left[\sum_{j \neq i}^N \sum_{m=1}^M V_i^{(m)} V_j^{(m)} V_j^{(m_0)} \right] \\ &= \text{N. L.} \left[(N-1) V_i^{(m_0)} + \sum_{m \neq m_0} \alpha_{m, m_0} V_i^{(m)} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\alpha_{m, m_0} = \sum_j V_j^{(m_0)} V_j^{(m)}$$

(4) 式由两项组成：第一项是放大了 $(N-1)$ 倍的输入矢量。第二项是其余存贮矢量的线性组合，它是不希望的串音项。可以证明，第二项在平均上比例于 $\sqrt{(M-1)(N-1)}$ 。通常 $M = 0.15N$ ，因此 (4) 式中的第一项占优势。这样， $V_i^{(m_0)}$ 中的相应元素若等于 +1，则估计值 $\hat{V}_i^{(m_0)}$ 将为 +1，否则为 -1。

若用一个带有误差的矢量作为输入，经过矢量与存贮矩阵相乘以及取阈值运算，得到一个输出的二进制矢量。该矢量将是要提取的存贮矢量的一个输出的二进制矢量。若再将第一次输出的矢量反馈作为输入，则新的输出将会更精确。通过这样的迭代过程最后收敛到一个正确的矢量输出。

下面用计算机模拟来说明这个过程^[3]。如图 1 所示，假设有一个字长为 32bit 的矢量 $V^{(1)}$ 存贮在网络中，若一个有 14bit 误差的矢量 $V^{(2)}$ 输入，则由图可见，经第一次迭代取阈值后，输出矢量相对于 $V^{(1)}$ 的误差减小到 7bit，第二次迭代后误差为 5bit。经三次迭代，正确的矢量 $V^{(1)}$ 将被取出。

这样，用非常简单的全同逻辑单元（神经元）便完成了强有力的整体运算。这个过程的一个重要特点是不需要在并行计算单元之间的同步运转，与现代计算机采用一个时钟来控制各部分的同步运转是十分不同的。这使得在大量并行结构中有并发、分布处理的可能性，并且可以想象，这个模型对局部的缺陷不敏感。

三、关联存贮的光学实现

光学技术提供了一种有巨大潜力的大容量存贮装置，但单凭这一点不足以使一个实用系统能解决上述的随机问题。用光学方法存贮一个随机问题所需的庞大数据库仅仅是为了在需要寻找一个适合于输入数据的解时，对该数据库进行顺序检索。由于这样检索的时间太长，因此是没有意义的。此外，输入数据不可能象存贮数据同样精确。所以，用光学方法解决随机问题的实用系统的关键在于要有一种能把输入的数据与存贮数据直接联系起来，而无需使其精确一致的方法。上述的 Hopfield 关联存贮模型就提供了这样一种方法。

按照上述原理用光学元件制成的光学神经元计算机原则上应包括两个主要部分。第一个部分是由模拟神经元的光开关元件组成的一个二维列阵。这一列阵中的每个元件都可用光束与其它所有元件互连起来。这些开关元件按照所连接的元件的状态来决定其自身的状态。第二部分是各开关元件间的光学互连，这种互连是可编程变化的。这样才能用一台计算机处理不同的问题。

关联存贮实际上是实现某种矩阵乘法。由(2)式可见，存贮矢量 $V_i^{(m)}$ 与 $V_j^{(m)}$ 相乘，构成了存贮矩阵 T_{ij} 。当用输入矢量 $V_i^{(m)}$ 与矩阵 T_{ij} 相乘时，即得到 $V_j^{(m)}$ 输出。用光学与电子学混合方法不难实现矢量-矩阵相乘及反馈迭代过程^[4]。如图1所示，用一发光二极管列阵(LED)作为系统的输入 $V_i^{(m)}$ ，其中LED亮者表示单元为+1，不亮者为-1。 T_{ij} 矩阵用二进制模片表示，即矩阵元为+1者，该处模片透

明，否则为不透明。矢量与矩阵 T 相乘是由透镜与柱面镜组成的系统实现。由LED表示的矢量 $V_i^{(m)}$ 被第一组透镜沿 x 方向成象而沿 y 方向扩展后，通过矩阵模片 T_{ij} 。经 T_{ij} 后的光线沿 x 方向会聚， y 方向上弥散。在输出面上用光电二极管列阵接收，这样便完成了矢量-矩阵的光学相乘。反馈迭代过程是用电子学系统实现的。将光电二极管接收的光信号转换为电信号，并判断每个电平大于或小于某个阈值，并行地反馈到LED列阵的相应单元，使反馈的LED相应单元发光或不发光。这样便完成了一次迭代运算。该系统经多次循环，最后收敛到一个稳定的输出状态。由此可见，这是一个并行处理的系统。

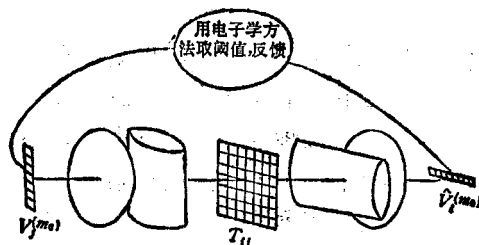


图1 基于 Hopfield 模型关联存贮的光学实现系统

另一方面，我们知道记录全息图时要用一束物光束和一参考光束。当用该参考光束去照明全息图时，能从全息图中提取出物光束的信息。而如用物光束照明全息图时，可以提取出参考光束，即使照明的光束带有某些失真也无影响。可见，存贮在全息图中的物光束与参考光束二者是相关联的。仔细研究发现，上述 Hopfield 外积模型与全息模型有许多共同之处。在两种方法中信息都被编码和整体地分布在记录介质上。 T_{ij} 互连矩阵相当于存贮在全息记录材料上的干涉图。该干涉图(全息图)把光在二维输入与输出平面之间耦合起来。在输入输出平面上的象素对应于神经元。显然，两者均对输入信号的失真以及部分缺陷不敏感。另外，在 Hopfield 模型中，当存贮一维矢量时， T_{ij} 为二维矩阵，如存贮二维矩阵(图象)时，则存贮矩阵变为四维存贮张量 T_{ijkl} ，这在光学上是难以实现的。全息关联存贮却提供了

存储二维矩阵的可能性。

虽然在六十年代末已有人提出过全息关联存储的概念,但那只是线性过程的全息存储。当前发展的是带有反馈的非线性全息关联存储,它才能完成 Hopfield 模型^[5,6]。下面用一个例子来说明这个过程。如图 2 所示,用一些二维物体 $a^{(m)}$ 形成一系列迭加傅里叶变换全息图。注意,这时物光束与参考光束均为相同的物 $a^{(m)}$ 。该全息图相当于存储矩阵 T_{ij} 。读出时采用如图 3 所示的系统,其中 PCM 为相位共轭反射镜。所谓光学相位共轭是非线性光学领域中的一种效应。当光入射到相位共轭镜上时,光波的位相因子与传播方向均发生反演。也就是说,光束在该镜面上的反射不满足通常的几何光学反射定律,而是光束将沿着原光路返回。相位共轭镜可用非线性光学材料如硅酸铋、钛酸铋晶体等制成。在图 3 中,若用一不完全的数据输入(即挡去一部分的图象),该图象通过 BS1 和 BS2 分束器后,经透镜 L_1 照射到全息图上(这相当于用失真的参考光波 $a^{(m_0)}$ 照明全息图),则在全息图的衍射一级上经透镜 L_2 得到全息图的再现象 $a^{(m)}$ 。该光波从 PCM1 反射后沿原光路返回,第二次通过全息图。这

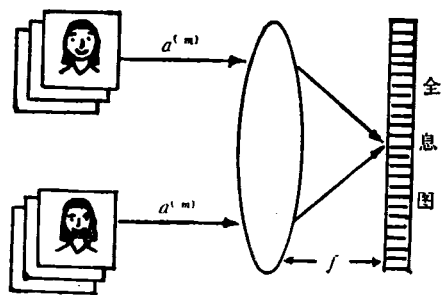


图 2 在关联存储外积模型的全息模拟中的数据记录

相当于用 $a^{(m_0)}$ 照明全息图,在水平光路上得到再现象。该再现象到达 PCM2 后,又沿原光路返回,形成光束在两个相位共轭镜间的来回反射。这就形成了不断地迭代的过程。在这个过程中,由于取阈值运算,所以抑制了相关过程中的串音项,最后出现一个稳定态,从而实现从部

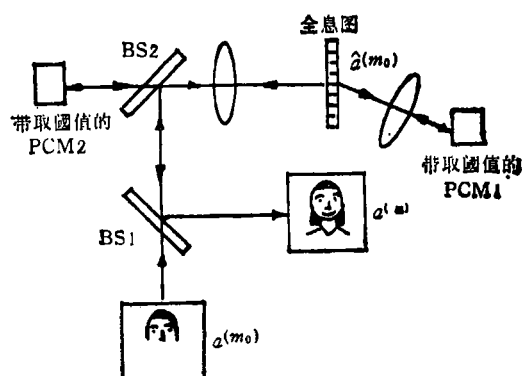


图 3 在关联存储外积模型的全息模拟中的数据读出

分输入数据提取出全部存储数据。由此可见,具有非线性的全息过程非常适于完成关联存储的任务。全息术提供了这种高度并行的关联存储能力。

当然,以上介绍的只是一种演示性实验。目前,只对 $N = 512$ 完成了运算。要真正实现关联存储,对大数目 N 还要解决完全连接 $N \times N$ 个输入列阵到 $N \times N$ 个输出列阵所需的 N^2 阶存储矩阵问题。而且对全息法,要解决大量的输入数据(大数目 M)的全息存储问题。

为了能按神经结构来设计光学硬件,发展可以处理随机问题的实用计算机,有许多问题必须解决。首先,对大脑中神经元的工作过程及神经元以集体方式的“学习”与“区分”模式过程必须有更深入的了解。目前所采用的 Hopfield 模型毕竟是一个简单的理想化模型。其次,对大规模神经元计算机的组织结构还要有更深刻的理解。它的发展有赖于光学材料和工艺(如空间光调制器、光学互连技术)的进展。

- [1] Y. S. Abu-Mostafa & D. Psaltis, *Scientific American*, 7(1987), 35.
- [2] J. J. Hopfield, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 79(1982), 2554.
- [3] 杨世宁, *光学学报*, 13(1987), 911.
- [4] N. H. Farhat & D. Psaltis, *Appl. Opt.*, 24(1985), 1469.
- [5] Y. Owechko et al., *Appl. Opt.*, 26(1987), 1901.
- [6] E. G. Paek & D. Psaltis, *Opt. Eng.*, 26(1987), 428.