

# 基本物理常数评定的新进展

郭奕玲

(清华大学现代应用物理系)

## 摘 要

本文回顾了基本物理常数的评定工作,对1973年和1986年的推荐值作了比较,并着重介绍里德堡常数、阿佛加德罗常数的测定史和量子霍尔效应对基本物理常数的重要影响,最后讨论了基本物理常数的发展趋势。

物理常数在物理学中有重要意义。物理学研究的是“物”及其运动,这就要了解和观测“物”在其运动中的变化,并把握其变化的数量关系,于是就会遇到许多与物性有关的物理量,例如,温度、压强、比热、导热系数、电阻率、电阻温度系数、折射率等等。量与量之间有某种函数关系,在函数关系中必然会出现一系列常数,以表征物质的某些特性,这就叫物质常数。

还有一类常数与具体的物质特性无关,是普适的,例如光在真空中的速度 $c$ 、基本电荷量 $e$ 、普朗克常数 $h$ 、精细结构常数 $\alpha$ 等等,人们称之为基本物理常数。这些常数出现在许多不同领域的物理问题中,通过物理学一系列定律和理论彼此密切联系,构成了物理学框架中不可缺少的关节点。

基本物理常数大多与原子物理学和粒子物理学有关,其数目可以列出三、四十个。随着物理学的发展,基本物理常数涉及的范围越来越广,数目越来越多,测量的方法日新月异,结果也越来越精确。一个物理量往往可以用几个不同的方法测定,这样就发生了数据之间是否协调的问题,如果不协调,就会阻碍科学成果的交流,引起严重后果。

## 一、基本物理常数的评定工作

1929年,伯奇(R. T. Birge)发表了著名

的论文:《普通物理常数的可几值》<sup>[1]</sup>,系统地基本物理常数进行分析评定,对不同来源的数据进行对比,加以校正,求最可几值,由此向公众提供一套可靠的基本物理常数。尽管伯奇1929年的工作尚属初步,但他开创了用最小二乘法的平差方法来求常数的最佳值,为以后的常数评定工作奠定了基础。后来他和另外一些学者继续改进评定工作,不断整理和发表基本物理常数的推荐值。

基本物理常数的评定工作受到科学界的普遍重视,因为一套举世公认的基本物理常数必然反映了当代物理理论和实验的最新成果,从数值的角度对科学技术的进步作出总结,也为科学技术工作提供了科学的、统一的、精确的数据资料,对科学技术的发展有重要的促进作用。有关基本物理常数的工作,从测量到评定,从实验到理论,在现代和当代物理学中占有重要地位。

基本物理常数的评定工作,主要包含以下内容:

1. 检验实验数据的合理性,澄清理论和实验之间的不协调,对比各种不同方法所得结果,作出科学的评价;
2. 保证实验数据的可靠性,剔除或修正有疑问的数据;
3. 对选取的数据加权后进行平差处理,求出最可几值;

4. 经过计算, 推荐一套自洽的基本物理常数, 并分别给出不确定度。

最近一次平差作于 1986 年<sup>[2]</sup>, 由柯恩和泰勒主持, 他们经过五年的工作, 对大量数据进行研究和分析, 从中间选出了 15 个量作为辅助常数, 这些辅助常数不参加平差, 不确定度均不大于 0.02 ppm. 另选 12 种类型 38 项作为随机输入数据, 以五个量  $K_{\Omega}$  (欧姆比值),  $K_V$  (伏特比值),  $d_{220}$  (晶格间距),  $\alpha$  (精细结构常数),  $\mu_{\mu}/$

$\mu_p$  ( $\mu$  子、质子磁矩比) 作为变量, 经最小二乘法求出最佳值, 再以这五个量作为中介输出, 求出其他一些常数. 为了选取最佳方案, 他们比较了五种不同的计算方法, 按不同的取舍方案进行运算, 最后确定采用 22 个随机输入数据。

和 1973 年的推荐值相比, 1986 年的新值有很大改进, 现将常用的 12 个基本物理常数列于表 1。

表 1 1973 年与 1986 年推荐的部分基本物理常数

量	符号	单位	1973 年推荐值	不确定度 (ppm)	1986 年推荐值	不确定度 (ppm)
真空中光速	$c$	$\text{ms}^{-1}$	299792458(1)	0.004	299792458	(精确)
真空中介电常数	$\epsilon_0$	$10^{-12} \text{Fm}^{-1}$	8.854187818(71)	0.008	8.854187817	(精确)
引力常数	$G$	$10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	6.6720(41)	615	6.67259(85)	128
普朗克常数	$h$	$10^{-34} \text{Js}$	6.626176(36)	5.4	6.6260755(40)	0.60
基本电荷	$e$	$10^{-19} \text{C}$	1.6021892(46)	2.9	1.60217733(49)	0.30
电子质量	$m_e$	$10^{-31} \text{kg}$	9.109534(47)	5.1	9.1093897(54)	0.59
质子、电子质量比	$m_p/m_e$		1836.15152(70)	0.38	1836.152701(37)	0.020
倒精细结构常数	$\alpha^{-1}$		137.03604(11)	0.82	137.0359895(61)	0.045
里德堡常数	$R_{\infty}$	$10^{-7} \text{m}^{-1}$	1.097373177(83)	0.075	1.0973731534(13)	0.0012
阿佛加德罗常数	$N_A$	$10^{23} \text{mol}^{-1}$	6.022045(31)	5.1	6.0221367(36)	0.59
电子 $g$ 因子	$g_e$		2.0023193134(70)	0.0035	2.002319304386(20)	0.00001
质子磁矩/玻尔磁子	$\mu_p/\mu_B$	$10^{-3}$	1.521032209(16)	0.011	1.521032202(15)	0.010

十三年的进展可以归结如下几点:

1. 大多数基本常数的不确定度都下降了一个数量级, 大都达 1 ppm 以下, 最好的是  $g$  因子, 达 0.00001 ppm, 即  $10^{-11}$ , 最差的仍是引力常数, 为 128 ppm, 但也推进了一位, 幸好这个常数是独立的, 与其它常数无关。

2. 光速  $c$  已定为精确值。

3. 由于激光光谱学的发展, 里德堡常数进一步精确。

4. 阿佛加德罗常数的测定采用了新方法。

5. 由于克里青 (Klitzing) 在 1980 年发现量子霍尔效应, 使  $\alpha$  值的测定向前跨进了一大步, 从而使电阻有了新的基准。

下面就后三项的进展作些说明。

## 二、里德堡常数

里德堡最早得到这个常数的值为 109721.6

$\text{cm}^{-1}$ , 这样精确的数据在十九世纪末是极为罕见的, 反映了光谱学的巨大进展。

但事情并不象想象的那样简单, 早在 1892 年迈克尔孙已经发现巴耳末系的  $\alpha$  谱线可分解为两个成分, 其间距为 0.014 nm.

索末菲对原子轨道计算引入相对论修正后, 可从精细结构求里德堡常数. 1929 年, 伯奇得到  $R_{\infty} = 10972240.3(5.0) \text{m}^{-1}$ .

1947 年兰姆发现谱线位移 (兰姆位移), 对里德堡常数的测定有重要意义. 于是在 1955 年的平差中, 里德堡常数成了最精确的辅助常数, 取为  $R_{\infty} = 10973730.9(1.2) \text{m}^{-1}$ .

进一步提高精确度的障碍起因于原子热运动的谱线多普勒展宽. 鉴于展宽量  $\frac{(\Delta \tilde{\nu})_{1/2}}{\tilde{\nu}_0}$  与

$\sqrt{T/M}$  成正比 (其中  $T$  为绝对温度,  $M$  为原子质量), 人们采用液氮或液氦冷却的氘灯作为光源, 力图把多普勒展宽减至最低限. 取氘谱  $D_{\alpha}$

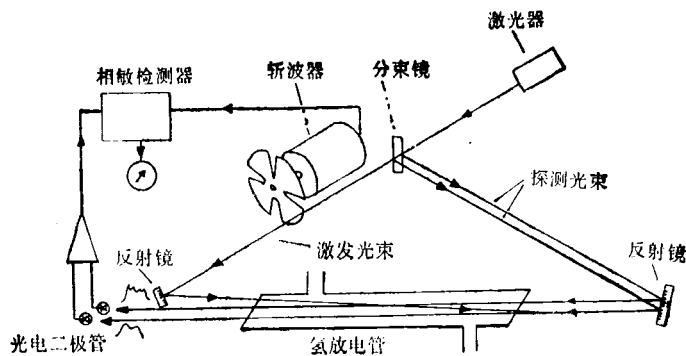


图1 饱和吸收光谱方法

或  $D_{\beta}$  的精细结构进行计算, 于是里德堡常数由 1963 年平差的  $R_{\infty} = 10973731(1)\text{m}^{-1}$ . 改进为 1973 年平差的  $R_{\infty} = 10973731.77(83)\text{m}^{-1}$ , 不确定度为 0.075 ppm.

更惊人的进展是在七十年代汉希(Hansch)和肖洛(Schawlow)提出饱和吸收光谱方法之后, 这个方法彻底消除了多普勒展宽, 直接显示出谱线的精细结构, 把里德堡常数的精确度又向前提高了一大步.

饱和吸收光谱方法的设计思想极为巧妙. 它利用连续可调的染料激光器, 将激光分成两束, 以相反方向通过氢原子放电管(两束光的交角约为  $10^{-3}\text{rad}$ ). 两束光中激发光束比探测光束强约十倍. 激光器以变化的频率对样品进行扫描, 当扫过巴耳末谱系的  $\alpha$  线时, 氢原子跃迁到激发态, 使激发态达到饱和而暂时不能吸收相同的辐射量子, 所以探测光束就可不被吸收而直接到达接收器.

以上情况只有在两束光和同一群原子发生相互作用时才能出现, 这一群原子必须是速度没有轴向分量的. 这样记录下来的光谱就将是没有多普勒本底的精细结构谱线.

图 1 是饱和吸收光谱方法的原理图. 激发光束由斩波器进行调制, 探测光束实际上是两束平行光. 它们同时通过样品, 探测光的一束与激发光束在样品中交叉, 另一束不交叉, 二者经光电管转换成电信号, 电信号的差值经过放大, 消除由于激光振幅无规变化产生的噪音后, 送到相敏检测器记录下光谱的精细结构

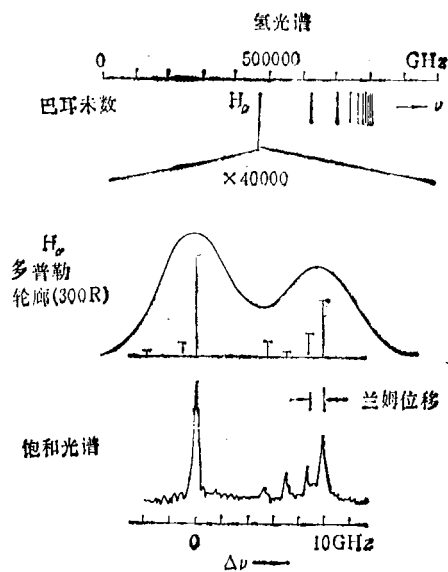


图 2 用饱和吸收光谱方法测  $H_{\alpha}$ .

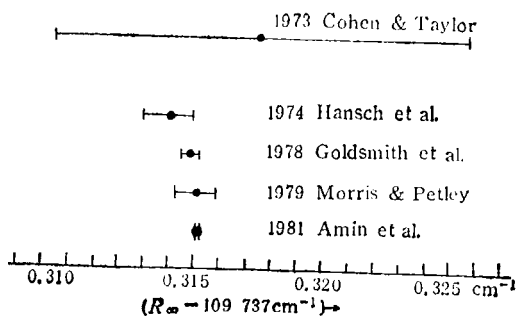


图 3 里德堡常数的进展情况

(如图 2). 图中的消多普勒光谱曲线与理论计算符合得很好.

1974 年汉希 (Hansch)<sup>[3]</sup> 由  $H_{\alpha}$  和  $D_{\alpha}$  的  $2^2P_{3/2} - 3^2D_{5/2}$  得

$$R_{\infty} = 10973731.43(10)\text{m}^{-1}(0.01\text{ppm}).$$

1981年,耶鲁大学的阿明(S. R. Amin)<sup>[4]</sup>用类似的方法得

$$R_{\infty} = 10973731.521(11)\text{m}^{-1}(0.001\text{ppm}),$$

不确定度达十万万分之一。

图3表示近年来里德堡常数的进展情况。

### 三、阿佛加德罗常数

阿佛加德罗常数  $N_A$  最早是在1865年由洛喜密特(Loschmidt)根据分子运动论推出,得到很粗略的结果,  $N_A \approx 10 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ 。

1908—1909年,佩兰(Perrin)观测布朗运动,得到  $N_A = 7.5 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ 。1923年,他在《原子》<sup>[5]</sup>一书中总结了十一种不同的途径,都得到  $N_A$  值,数量级都是  $(6-7) \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ 。

1928年,巴克林(E. Backlin)首先提出用已知波长的X射线通过晶体的衍射测晶体的晶格间距  $d$ ,由此计算出  $N_A = nM/\rho d^3$ ,式中  $n$  为晶胞中的原子数(对于NaCl,  $n=8$ ),  $\rho$  为密度,  $M$  为分子量。巴克林求得  $N_A = (6.037 \pm 0.008) \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ 。

1929年,伯奇总结基本常数测定的工作,利用法拉第常数  $F$  和电子电荷的比值,求得  $N_A = \frac{F}{e} = (6.064 \pm 0.006) \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ ,两者偏差大于实验误差,是由于电子电荷的测量有问题。

以后的三、四十年,测量  $N_A$  值多采用X射线晶体衍射方法,进展不大,主要的问题在于:

1. 试验样品不够完善:曾经试过各种样品,例如方解石(Bearden, 1932, 1938)、NaCl(Johnston, 1942)、金刚石、KCl(Tu, 1932; Hutchinson, 1942)、氟化锂(Stranmanis, 1939)等等,都不够均匀纯净。直到五十年代半导体工业兴起,才找到硅(Si)和锗(Ge)单晶作为试验样品。经过悬浮区域熔炼,它们的纯度极高,是测量晶格常数  $d$  的理想材料。

2. 很难找到合适的X谱线当作计量标准:因为即使最窄的谱线也有百分之三百的宽度,

谱线的形状也相当复杂。

3. 计量单位不统一: X射线的波长一直以特设的X单位表示,而X单位的定义又很混乱,曾用不同的谱线来定义X单位,相互之间有十万分之几的偏差。测量结果在转换时遇到不少麻烦。将X射线波长表示成绝对长度单位,也会引入误差。

在1973年平差中,  $N_A = 6.022045(31) \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ , 不确定度为5.1 ppm,实际上是受益于其他常数。

1973年以后,情况有了变化,主要是由于发展了X射线-光学干涉术。阿佛加德罗常数的测定突破了ppm这一关,走到了基本物理常数的前列。

事情还要从1965年讲起,这一年由彭沙(U. Bensa)和哈特(M. Hart)首先提出X射线干涉术。他们和过去只让X射线经晶体表面反射或掠射,让不同晶格反射的射线发生干涉的做法相反,改为让X射线透过晶片,使射线分成相干的两束:直射束与衍射束,然后经第二块同样的晶片再分成相应的两束,会合后产生驻波干涉条纹。这种原子尺寸的干涉条纹可以经第三块同样的晶片放大成宏观尺度的X射线叠栅条纹。这三块晶片必须严格平行。如果令第三块晶体作平行于另两块晶体的相对位移,就可观察到条纹也在移动。这种方法与光栅的莫尔干涉类似,所以也有人把X射线叠栅条纹称为莫尔条纹。

X射线干涉术一经提出,立即受到人们的注意,开始主要用于探测晶体结构,很快就在理论上得到论证并显示出广泛的应用价值,形成了一门新兴学科。

1969年,以X射线衍射法测阿佛加德罗常数著称的美国国家标准计量局(NBS)专家德斯纳兹(R. D. Deslattes)提出新的设想。这一设想是将X射线干涉术和光学干涉仪结合在一起,直接用光的干涉条纹来表示X射线干涉条纹,把高度精确的光波波长值传递到X射线干涉条纹的测量上,就有可能避免一系列系统误差,把晶格间距  $d$  的不确定度减小到1 ppm

以下。

德斯纳兹等人采用的是硅单晶(见图4), 为了保证三块晶片严格平行, 三块晶片都从同一块硅单晶切下, 在锯开之前先选好晶面并分别与各自的支架固定好, 第三块晶体与法布里-珀罗干涉仪的反射镜之一固定连接, 用石英压电器件控制位移。法布里-珀罗干涉仪采用 $^{129}\text{I}_2$ 稳频激光器作光源, 其波长 $\lambda_0=6329.90079\text{ \AA}$ 。晶体每平移一个晶格间距 $d$ , 接收器接收到的X射线移动一个莫尔条纹, 干涉仪的光环也会相应地变化。设X射线莫尔条纹移动 $n$ 条, 干涉光环改变 $m$ 个环, 则有

$$nd = m \left( \frac{\lambda_0}{2} \right),$$

$$\therefore d = \frac{\lambda_0}{2} \left( \frac{m}{n} \right).$$

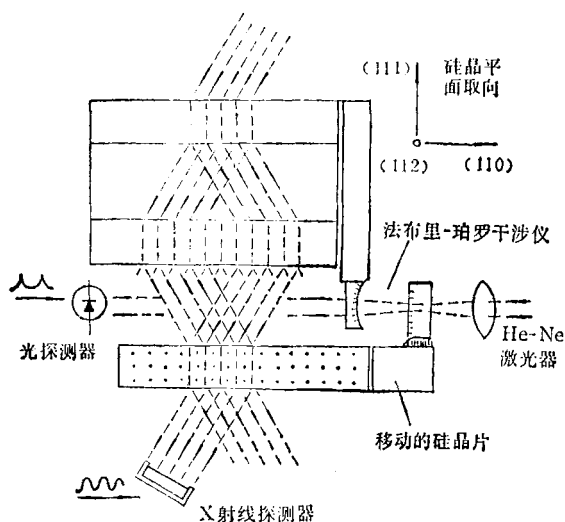


图4 X射线-光学干涉仪

1973—1976年, NBS得到的结果是:  $d_{220}=192015.902(19)\text{fm}(0.1\text{ppm})$ 。

1981年联邦德国物理技术研究所(PTB)的舍夫利德(Seyfried)等人对X射线-光学干涉术作了进一步改进。他们从170组数据中求出

$$\left( \frac{n}{m} \right) = 1648.281626(44),$$

得

$$d_{220} = 192015.560(45)\text{fm}(0.23\text{ppm}).$$

物理

根据晶格间距 $d_{220}$ 及密度、分子量等数据, 即可得阿佛加德罗常数。上述两小组分别给出的结果为

$$N_A^{(\text{NBS})} = 6.0220976 \times 10^{23}\text{mol}^{-1},$$

$$N_A^{(\text{PTB})} = 6.0221367 \times 10^{23}\text{mol}^{-1},$$

两者相差约1.8 ppm, 超过了两者不确定度的总和。会不会是由于两家采用的晶体不相同所致呢? NBS把两家的晶体聚在一起作对比实验, 证明两块晶体之间距 $d$ 值相差仅小于0.4 ppm。

在1986年的平差工作中, 将这两家的数据都列进了随机输入数据表中。在评定时, 评定者从约瑟夫森效应和克利青效应引进精确的数据资料, 间接地计算, 得到 $N_A$

$$N_A = \frac{1}{2} R_H \cdot F \cdot (2e/h),$$

其中 $R_H$ 为量子霍尔电阻值,  $F$ 为法拉第常数,  $2e/h$ 为约瑟夫森频率-电压比, 代入数据后, 得

$$N_A = 6.0221433(80) \times 10^{23}\text{mol}^{-1},$$

此值比NBS的大 $7.7 \pm 1.8\text{ ppm}$ , 比PTB的大 $2.3 \pm 1.9\text{ ppm}$ 。于是评定者决定采用PTB的结果。

1987年, NBS发表文章<sup>[6]</sup>, 宣布自己的实验装置在结构上确有缺陷, 有可能引起系统误差, 仪器正在作进一步改进。

1986年平差的结果是

$$N_A = 6.0221367(36) \times 10^{23}\text{mol}^{-1}(0.59\text{ppm}).$$

六十多年来,  $N_A$ 第一次进入不确定度小于1 ppm的行列(如表2), 并且有可能进一步降至

表2 阿佛加德罗常数的演变

年代	工作者	$N_A(10^{23}\text{mol}^{-1})$	ppm
1929	Birge	6.064(4)	990
1941	Birge	6.0228(11)	180
1947	DuMond, Cohen	6.0232*(16)	100
1950		6.02352*(11)	18
1955	Cohen et al.	6.02294*(16)	27
1963	Cohen, DuMond	6.02252*(9)	15
1969	Tayer et al.	6.022169*(40)	6.6
1973	Cohen, Taylor	6.022045*(31)	5
1974	Deslattes	6.0220943*(63)	1
1976	Deslattes	6.0220978*(63)	1
1986	Cohen, Taylor	6.0221367*(36)	0.6

\* 以 $^{12}\text{C}$ 为基准。

0.1 ppm 以下。人们预计，如果  $N_A$  的测定不确定度低于  $10^{-8}$ ，将为质量单位由实物基准转为自然基准创造条件。

#### 四、量子霍尔效应的发现引起了基本物理常数的巨大变化

1973—1986 年这十三年中间，在物理基本量测方法上最突出的事件是量子霍尔效应的发现。这是继 1962 年发现的约瑟夫森效应之后又一个对基本常数的测定有重大意义的固体量子效应。1980 年，克里青在 n 沟道增强型 MOS 场效应管上加两个霍尔电极(如图 5)并置于强磁场和极低温中，发现霍尔电阻  $R_H$  是量子化的，并等于  $h/e^2$  的分数值(如图 6)，即

$$R_H = \frac{1}{i} \cdot \frac{h}{e^2} \quad (i = 1, 2, 3 \dots)$$

他立即认识到这个效应对确定基本物理常数的意义。他最初的论文题目就叫《基于基本常数实现电阻基准》，这篇论文寄给了“*Phys. Rev. Lett.*”。没有料到，文章竟被退回，因为该刊编辑认为精确度不够，不适于精确测定欧姆

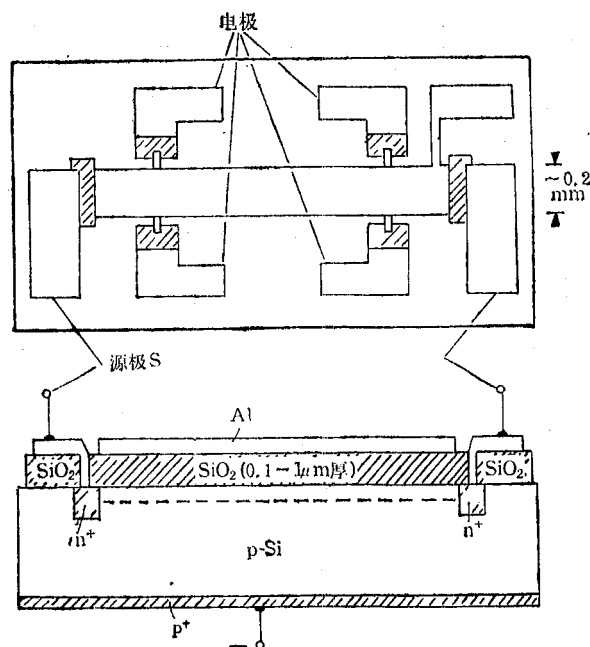


图 5 用 MOSFET 管研究量子霍尔效应

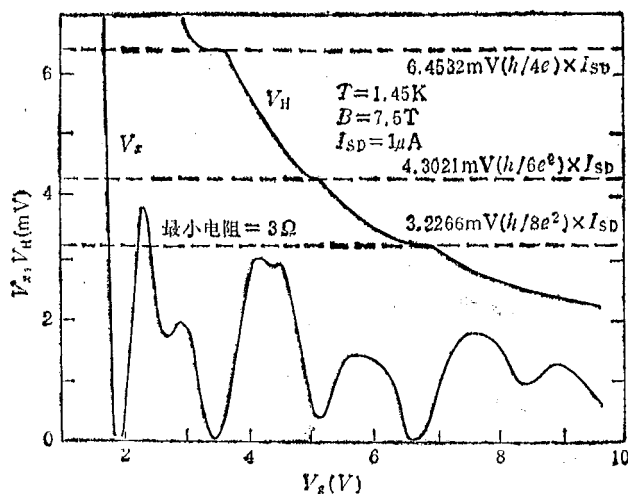


图 6  $V_H$  是  $h/e^2$  的分数值

值。克利青转向精细结构常数，将论文改写为《基于量子霍尔电阻高精度测定精细结构常数的新方法》<sup>[7]</sup>。

1981 年，在第二届精密测量与基本常数国际会议上，克利青进一步从理论上论证量子霍尔效应的普遍性，还总结了各种不同类型的硅 MOSFET 管在强磁场和极低温下测到的霍尔电阻数据，得

$$h/e^2 = 25812.79 \pm 0.04 \Omega (1.5 \text{ ppm}),$$

并且预言，如果再增大磁场和降低温度，不确定度可小于 0.1 ppm<sup>[8]</sup>。

在 1986 年的平差中， $R_H$  取六个最新测量结果的平均值： $R_H = 25812.8461 (16) \Omega_{BIPM}$ ，(0.062 ppm)，其中  $\Omega_{BIPM}$  表示国际计量局 (BIPM) 1985 年 1 月 1 日标定的欧姆基准值<sup>1)</sup>。

由此可得精细结构常数  $\alpha$  为

$$\alpha^{-1} (\Omega / \Omega_{BIPM}) = 137.0362044 (85)$$

或

$$\alpha^{-1} = 137.0359902 (85),$$

不确定度为 0.062 ppm，与平差结果

$$\alpha^{-1} = 137.0359895 (61) (0.045 \text{ ppm})$$

精确吻合。

量子霍尔效应为电阻建立了新的自然基

1)  $1 \Omega_{BIPM} = 0.999998437(50) \Omega$ .

准，而交流约瑟夫森效应提供了电压的自然基准，有了电阻和电压就可以导出电流，在此基础上其他电磁量也都可以建立相应的自然单位，这样一套崭新的单位制和复现方法具有明显的优越性，必将引起基本物理常数测定工作的巨大变化。

### 五、发展趋势

从六十年来基本物理常数的变迁可以看出发展的总趋势是：以自然基准代替实物基准；以微观量代替宏观量；以频率计量代替直接计量。1967年，由于频率计量的高度精确性和原子光谱学的深入发展，时间的单位——秒采用了与特定原子某两个特定能级间跃迁的辐射的频率作为基准，规定为“秒是铯-133原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射的9192631770个周期的持续时间”。1983年，长度单位“米”有了新的定义，规定为“米是光在真空中在1/299792458秒的时间间隔内行程的长度。”这样光速  $c = 299792458$  米/秒就成了定义性常数。这个值就规定为精确值。于是长度单位变成了时间单位和光速值的导出单位，统一在基本物理常数——光速  $c$  这个关节点上。接下来会有什么新的定义？会不会是电压单位——伏特？还是电阻单位——欧姆？有没有可能通过阿佛加德罗常数建立质量的自然单位？尽管前进的道路还有待探索，但趋势已日渐明朗：基本物理常数终将成为计量单位的基础。

展望未来，人们有理由相信，整个计量标准必然会形成一套以基本物理常数为核心的完整体系。正如图7所示的那样，用一组自洽的基本常数（包括  $\alpha, c, e, h, N_A, R_\infty \dots$ ）导出我们现在通用的各种单位（包括米、千克、伏特、欧姆等等），甚至一直处于独立地位、以物质三相点为基准的温度单位——开（K），也会有从玻耳兹曼常数  $k$  推演出来的可能，也纳入这个

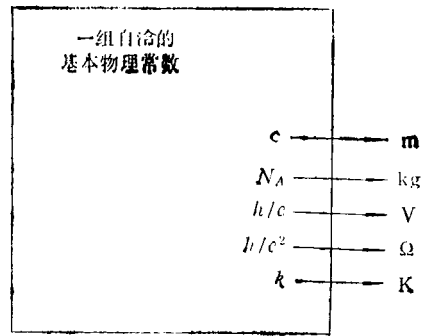


图7 未来的单位制

体系。

在最近这次平差中，令人注目的是评定者第一次列出了三个以普朗克命名的基本常数，即

$$\begin{aligned} \text{普朗克质量: } m_P &= (\hbar c / G)^{1/2} \\ &= 2.17671(14) \times 10^{-8} \text{kg}, \\ \text{普朗克长度: } l_P &= (\hbar G / c^3)^{1/2} \\ &= 1.61605(10) \times 10^{-35} \text{m}, \\ \text{普朗克时间: } t_P &= (\hbar G / c^5)^{1/2} \\ &= 5.39056(34) \times 10^{-44} \text{s}. \end{aligned}$$

它们的不确定度均为 64 ppm，主要是受引力常数  $G$  的限制（它是几十个常数中不确定度最大的一个，达 128 ppm）。尽管如此，这一套普朗克单位在宇宙学中仍有特殊意义。我们希望，下一次（或以后的某一次）平差，会得到精确度与其他基本常数相当的  $G$  值。实验工作者正在为此努力！

[ 1 ] R. T. Birge. *Rev. Mod. Phys.*, **1**(1929), 1.  
 [ 2 ] E. R. Cohen, B. N. Taylor, *CODATA Bulletin*, No. 63 (1986), 1.  
 [ 3 ] T. W. Hansch et al., *Phys. Rev. Lett.*, **32**(1974), 1336.  
 [ 4 ] S. R. Amin et al., *Pre. Meas. Fund. Const.*, II, B. N. Taylor et al. (eds.), U. S. Government Printing Office, (1984), 117.  
 [ 5 ] J. Perrin, *Atom*, Constable, (1923), 215.  
 [ 6 ] R. D. Deslattes, *IEEE, Trans. Instrum. Meas.*, **IM-36** (1987), 166.  
 [ 7 ] K. V. Klitzing et al., *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 494.  
 [ 8 ] K. V. Klitzing et al., *Pre. Meas. Fund. Const. II*, B. N. Taylor et al., (eds.), U. S. Government Printing Office, (1984), 519.