

对《卡诺制冷机的最佳制冷系数与制冷率间的关系》 一文的不同意见

李 继 坤

(北京航空航天大学动力系)

文献[1]研究了卡诺制冷机的最佳制冷系数与制冷率间的关系,所得结果是¹⁾

$$\varepsilon_0 = \frac{T_L - \frac{4R}{\alpha}}{T_H - T_L + \frac{4R}{\alpha}}, \quad (1)$$

其中 ε_0 是最佳制冷系数, R 是制冷率, T_H 是高温热源温度, T_L 是低温热源温度, α 是工作物质与高低温热源间的热传导系数。实际上,在给定的 T_H , T_L , α 和 R 的情况下,活塞式卡诺制冷机的制冷系数 ε 没有极大值,因而(1)式不存在。

一、几个关系式

按文献[1]所给出的卡诺制冷机的模型,工作物质由状态 A 经 $A-B$ 绝热过程膨胀到状态 B ,再由状态 B 经 $B-C$ 等温过程膨胀到状态 C ,再由状态 C 经 $C-D$ 绝热过程压缩到状态 D ,最后由状态 D 经 $D-A$ 等温过程压缩到状态 A ,完成一个循环。

工作物质放出的给高温热源的热量 Q_1 是

$$Q_1 = \alpha(T_1 - T_H)t_1. \quad (2)$$

工作物质从低温热源吸取的热量 Q_2 是

$$Q_2 = \alpha(T_L - T_2)t_2, \quad (3)$$

其中 t_1 和 t_2 分别是进行放热和吸热二个等温过程所用的时间, T_1 和 T_2 分别是进行放热和吸热二个等温过程时的工作物质的温度。制冷系数为

$$\varepsilon = Q_2 / (Q_1 - Q_2). \quad (4)$$

制冷率为

$$R = Q_2 / (t_1 + t_2 + t_3), \quad (5)$$

其中 t_3 是 $A-B$ 和 $C-D$ 两个绝热过程所用的时间。由于工作物质本身进行准静态的逆向卡诺循环,故有

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}. \quad (6)$$

利用(2),(3),(4)和(6)式,并且引用以下二式

$$a = t_1 / (t_1 + t_2 + t_3), \quad (7)$$

$$b = t_2 / (t_1 + t_2 + t_3), \quad (8)$$

可将(5)式化为

$$R = \frac{\alpha}{\frac{1}{T_L - T_2} \cdot \frac{1-a}{b} + \frac{1}{T_1 - T_H} \cdot \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon}}. \quad (9)$$

二、活塞移动的距离

以上列出了几个关系式,其中(2)式和(3)式中都含有时间,这是从热量交换方面考虑问题而导致的结果。除此以外,若从循环运行方面考虑问题,还可导出另外一个含有时间的关系式。为此,我们首先应对卡诺制冷机中活塞的运动进行分析。

由文献[2]可知,在逆向卡诺循环中, A, B, C 和 D 四个状态的容积应当满足以下关系:

$$\frac{V_D}{V_A} = \frac{V_C}{V_B}.$$

由该式可以导出

$$\frac{V_D - V_A}{V_C - V_B} = \frac{V_A}{V_B}. \quad (10)$$

又因 $A-B$ 是等熵过程,由文献[2]可得下列关系:

1) 见文献[1]的(24)式。

$$\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (11)$$

由(10)和(11)二式,得

$$\frac{V_D - V_A}{V_C - V_B} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (12)$$

又由(4)和(6)二式,得

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (13)$$

于是,再由(12)和(13)二式得

$$\frac{V_D - V_A}{V_C - V_B} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (14)$$

最后在(14)式左端,分子分母同时除以活塞的面积 f , 则得

$$\frac{(V_D - V_A)/f}{(V_C - V_B)/f} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (15)$$

其中 $(V_D - V_A)/f$ 就是活塞在 $D-A$ 过程中所移动的距离, $(V_C - V_B)/f$ 就是活塞在 $B-C$ 过程中所移动的距离, 见图 1.

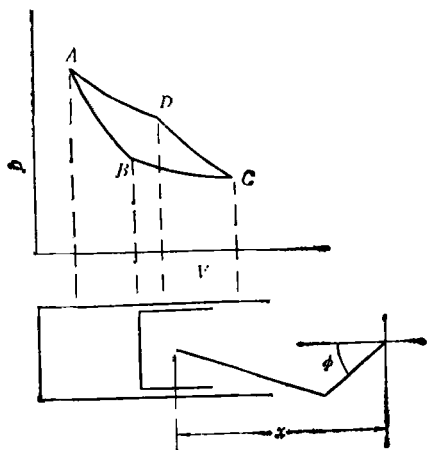


图 1

三、 a, b 之间的关系

在卡诺制冷机中, 活塞的往复运动来自曲柄的旋转运动, 如图 1 所示. 文献[3]给出了活塞位置 x 与曲柄转角 ϕ 之间的关系, 这个关系是

$$x = l_1 \left(\cos \phi + \frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} \cos 2\phi \right), \quad (16)$$

其中 $\lambda = l_1/l_2$, l_1 和 l_2 分别是曲柄和连杆的长度.

设循环从状态 A 开始, 此时 $\phi = \phi_A = 0$.

经过 $A-B$ 过程到达状态 B , 此时 $\phi = \phi_B$. 由(16)式可以算出该瞬时活塞的位置 x_B :

$$x_B = l_1 \left(\cos \phi_B + \frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} \cos 2\phi_B \right).$$

再经过 $B-C$ 过程到达状态 C , 此时 $\phi = \phi_C = \pi$. 由(16)式仍可算出此时活塞的位置 x_C :

$$x_C = l_2 - l_1.$$

将以上二式相减, 则得活塞在 $B-C$ 过程中所移动的距离 Δx_{B-C} , 即 $(V_C - V_B)/f$,

$$\begin{aligned} \frac{V_C - V_B}{f} &= l_1 \left(\cos \phi_B - \frac{\lambda}{4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda}{4} \cos 2\phi_B + 1 \right). \end{aligned} \quad (17)$$

又因

$$\begin{aligned} \phi_B + 2\pi \cdot \frac{t_2}{t_1 + t_2 + t_3} &= \phi_B + 2\pi b \\ &= \phi_C = \pi, \end{aligned}$$

所以可将(17)式化为

$$\begin{aligned} \frac{V_C - V_B}{f} &= l_1 \left(1 - \cos 2\pi b - \frac{\lambda}{4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda}{4} \cos 4\pi b \right). \end{aligned} \quad (18)$$

按照相同的方法, 还可算出活塞在 $D-A$ 过程中所移动的距离 Δx_{D-A} , 即 $(V_D - V_A)/f$,

$$\begin{aligned} \frac{V_D - V_A}{f} &= l_1 \left(1 - \cos 2\pi a + \frac{\lambda}{4} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda}{4} \cos 4\pi a \right). \end{aligned} \quad (19)$$

将(18)和(19)二式代入(15)式, 得

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos 2\pi a + \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} \cos 4\pi a}{1 - \cos 2\pi b - \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} \cos 4\pi b} &= \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \end{aligned} \quad (20)$$

这就是所要推导的 a, b 之间的关系式.

四、(1)式是不存在的

联合(2),(3),(4),(6),(7)和(8)式, 可得

$$T_1 = \frac{\frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon} T_L + \frac{a}{b} T_H}{1 + \frac{a}{b}} \quad (21)$$

和

$$T_2 = \frac{T_L + \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} \cdot \frac{a}{b} \cdot T_H}{1 + \frac{a}{b}} \quad (22)$$

将(21)和(22)二式代入(9)式,得

$$R = \frac{ab}{a+b} \alpha \left(T_L - \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} T_H \right) \quad (23)$$

为了导出 T_H , T_L , α 和 R 均为给定的情况下的最佳制冷系数,必须联立(20)和(23)二式,并在 T_H , T_L , α 和 R 均视为常数的情况下求解。

令 $T_H = 300\text{K}$, $T_L = 250\text{K}$, $\alpha = 100 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{K}}$, $k = 1.4$, $\lambda = \frac{1}{3}$, 并以 R 为参变量,从(20)和(23)二式可以解出 ε 与 a 之间的数值关系。所得结果见表 1。

表 1 ε 的数值表

a	$R = 200 \left(\frac{\text{J}}{\text{s}} \right)$		$R = 400 \left(\frac{\text{J}}{\text{s}} \right)$		$R = 600 \left(\frac{\text{J}}{\text{s}} \right)$	
	ε	$a + b$	ε	$a + b$	ε	$a + b$
0.04	1.52	0.144	0.72	0.204	0.36	0.340
0.07	2.27	0.222	1.35	0.264	0.88	0.322
0.10	2.75	0.300	1.81	0.336	1.29	0.382
0.13	3.08	0.378	2.16	0.414	1.62	0.458
0.16	3.33	0.456	2.45	0.494	1.91	0.544
0.19	3.53	0.536	2.69	0.584	2.19	0.666
0.22	3.69	0.630	2.94	0.720		
0.24	3.79	0.706				

(上接第 326 页)

面进行了系统、细致的实验测量和编评工作,在技术上与成果方面都达到了国际水平。另外,在基础研究方面,人们虽然受到实验条件限制,不仅在裂变三分裂,裂变碎块性质,动能分布,角分布,形状同质异能态,复合核寿命等方面作出了有意义的工作,近来还在重离子引起裂变,冷裂变等新颖的课题上开始开展了工作,有的已取得了可喜的新结果。在理论方面,人们在

从表 1 可以看出,在 T_H , T_L , α 和 R 给定的情况下, ε 随 a 的增加而增加,始终没有出现极大值。

活塞式卡诺制冷机的最佳制冷系数与制冷率间的关系是不存在的。

作者认为,文献[1]在导出(1)式的过程中,仅在热量交换的问题上考虑了时间的影响¹⁾是不够的。由(15)式可以看出,在卡诺制冷机运转时,各个过程要求活塞所移动的距离并不是任意的,因此各个过程所用的时间也不是任意的,它们必须满足(20)式所给出的关系式。通常要从热量交换和循环运行两个方面同时考虑时间的影响,才能得到满意的结果。

其次,文献[1]在分析研究中,忽略了两个绝热过程所用的时间也是不够恰当的。实际上,活塞式卡诺制冷机为了完成这两个过程,活塞必须移动一定的距离,因此必然消耗一定的时间。由(7)和(8)二式可知, $a + b$ 和 $1 - a - b$ 分别表示加热放热过程和压缩膨胀过程所用时间在循环周期中所占的比例。从表 1 可以看出,与 $a + b$ 相比, $1 - a - b$ 是不能忽略的,也就是说,压缩膨胀过程所用的时间是不能忽略的。

[1] 严子浚,物理,13-12(1984),768.

[2] 沈维道等,工程热力学,高等教育出版社,(1983),120,158,161.

[3] 黄锡恺等,机械原理,人民教育出版社,(1981),65.

1) 见文献[1]的(4)式和(5)式。

核裂变统计理论,宏观参量以及核裂变动力学等方面都作出了一批较好的成果,有的在国际上产生了一定的影响。

当前核裂变物理已不再象初期阶段那样与核物理其它领域隔离,现在核物理中许多过程都涉及到核裂变模式。展望未来,今后相当一段时间里核裂变物理还会是一个非常活跃的领域,进展将会更快,在基本研究与应用方面都会出现很有意义的成果。