传导电子的弱局域化现象

王 世 光

(北京大学物理系)

本文介绍了近年来固体物理领域的活跃课题之一——传导电子的弱局域化现象．弱局域化是传导电子在低温下的一种反常行为，如电阻随温度的下降而对数上升，负磁致电阻等．这种现象在二维系统(如半导体电子反演层或金属薄膜)中尤为明显．本文通过分析传导电子的干涉效应说明了弱局域化现象的物理本质，并着重介绍了二维(或准二维)系统的理论和实验结果．

一、传导电子干涉对电导的修正

传导电子的电导率主要由电子在漂移时所受的散射决定．因此，固体的电导 σ_0 可以表示为

$$\sigma_0 = ne^2\tau_{tr}/m^* = e^2k_Fl/h, \qquad (1)$$

这里 n，m^* 分别为电子的浓度和有效质量，k_F 为费米波数，τ_{tr} 为电子的输运弛豫时间，$l = k_F\tau_{tr}$ 为电子平均自由程，它取决于电子所经受杂质(包括晶格缺陷)散射、声子(晶格振动)散射及电子(库仑相互作用)散射的频率．(1)式的第二个等号仅对二维电子系统成立，这时 $n = k_F^2/2\pi$ 为单位面积的电子数．在一般情况下，传导电子的屏蔽作用抵消了电子间的库仑相互作用，电子散射的贡献可以忽略不计．在室温下，晶格振动较强，声子的散射起着主要作用．由于杂质散射强度不随温度变化，而声子散射随着温度降低减弱，随着温度的降低前者的作用越来越重要．在低温下，电导率为常数，它的倒数称为剩余电阻．

上述观点是半经典的准粒子模型．它忽略了电子波的干涉作用，其依据为传导电子(准确的说是质量为 m^*，电荷为 e 的准粒子)在经历散射之后其状态与散射前无关．但是，我们应该区分弹性散射与非弹性散射．在弹性散射下，电子跃迁到同一能量本征态的另一动量本征态，因此其位相的改变是确定的；而非弹性散射导致在不同本征态间的跃迁，这样电子将失去对原有位相的记忆[1]．在液氦温度下，金属膜中电子的弹性散射时间 $\tau_0 \backsim 10^{-15}$s，而非弹性散射时间 $\tau_i \backsim 10^{-10}$s．这就是说，在电子经历了 10^5 次散射时，考虑其干涉还是有意义的．这样一个电子作为波可能自固体中某点 A 出发经各种不同的路径到达另一点 B．当 $t < \tau_i$ 时，在 B 点找到电子的几率为

$$\left|\sum_i A_i\right|^2 = \sum_i A_i^2 + \sum_{i \neq j} |A_iA_j^*|, \qquad (2)$$

(2)式第一项是经典电子的几率，第二项为干涉的贡献．幸运的是由于电子所历经的路径是

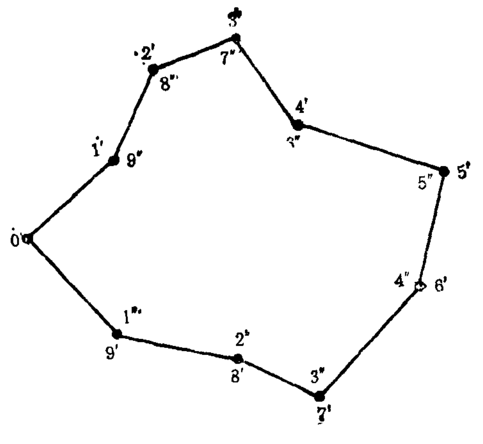

图 1 电子沿时间反演对称的路径返回出发点的示意图

不相关的，第二项可以忽略．这样看来上述模型还是适当的．

现在我们考虑传导电子的另一种干涉现象．电子在扩散中以一定的几率回到其出发点，

图 1 为一可能的路径. 电子可以经 1′, 2′, 3′, …9′ 返回原点，而也以完全等同的几率经 1″, 2″, 3″, …9″ 返回原点. 如果电子所经历的散射为弹性的，则这两条路径具有时间反演对称性，因此电子波在到达原点时具有相同的振幅和相位，$A' = A'' = A$. 由此导致的几率为

$$|A' + A''|^2 = |A'|^2 + |A''|^2 + A'A''^* + A'^*A'' = 4|A|^2, \tag{3}$$

其几率为不计及干涉时的两倍. 这表明在考虑了量子效应之后，电子的漂移比半经典情况下要慢[1]. 如果一切扩散都是弹性的，则固体的电导将消失. 这显然是不对的. 因为在某些路径中还存在非弹性散射，所以电子沿不同路径回到原点时相位就不确定了. 这些路径对干涉项没有贡献. 也就是说，如果在 $t = 0$ 时电子从某点开始扩散，干涉效应仅在 $t < \tau_i$ 时存在. 因此上述的量子效应只对电导有很小的修正，称之为弱局域化 (Weak Localization) 现象.

严格的结果可以通过求解费因曼图的最大交叉项而得[2,3].

$$\sigma = \sigma_0[1 - (1/\pi k_F l)\ln(\tau_i/\tau_0)] = \sigma_0 - \sigma_{00}\ln(\tau_i/\tau_0), \tag{4}$$

这里 $\sigma_{00} = e^2/(\pi h) \approx (81093\Omega)^{-1}$. 注意二维电导与电导率（电阻与电阻率）具有相同的量纲. 一般地说，非弹性散射时间与温度的幂次成反比，$\tau_i \propto T^{-p}$，故弱局域化效应导致电阻在低温下对数上升.

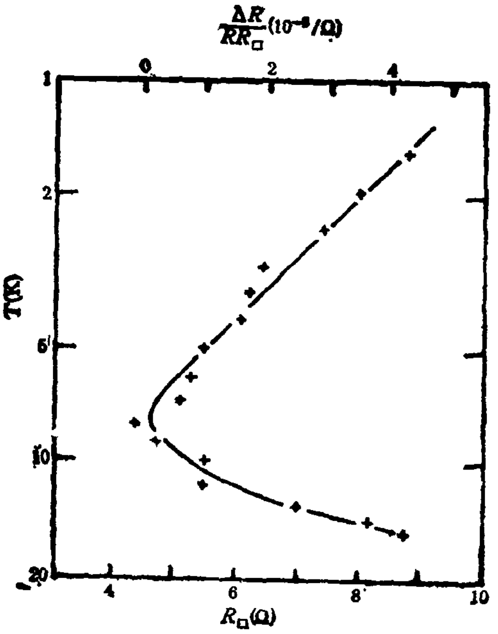

图 2 金属膜的电阻随温度的变化(实线为引导视线用[6])

这种现象在半导体电子反演层及金属薄膜中观察到[4,5]. 前者是严格的二维系统，后者在厚度小于非弹性扩散长度 $L_i = (D\tau_i)^{1/2}$ 时可以看作二维，这里 $D = v_F\tau_0^2/3$ 为扩散常数. 图 2 是金属薄膜的电阻-温度曲线，可以看出它们符合对数关系[6].

但是，这种关系还可能由另一个机理电子-电子相互作用导致. 其修正项为

$$\Delta\sigma = -\sigma_{00}(1 - F)\ln T, \tag{5}$$

这里 $F(<1)$ 是与库仑屏蔽有关的常数. 因此，测量 R-T 关系是无法区别这两种效应的.

二、弱局域化磁致电阻

既然弱局域化现象起源于两个时间反演闭合路径的电子波的干涉，改变它们的相对相位必将影响其结果. 施加垂直于二维平面的磁场，图 2 中的两电子波的则位则为

$$\left.\begin{aligned} \Delta\phi' &= 2\pi e/h \oint' A\cdot dr = 2\pi e/h \iint B \cdot ds' = +2\pi\Phi/\Phi_0, \\ \Delta\phi'' &= 2\pi e/h \oint'' A\cdot dr = 2\pi e/h \iint B \cdot ds'' = -2\pi\Phi/\Phi_0, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

这里 A 为磁矢势，Φ 是回路所围的磁通，

$$\Phi_0 = h/e$$

是磁通量子. 因此，在原点找到电子的几率为

$$|A_+ + A_-|^2 = |A\exp(i2\pi\Phi/\Phi_0) + A\exp(-i2\pi\Phi/\Phi_0)| = 2A[1 + \cos(\pi\Phi/\Phi_0)]. \tag{7}$$

如果电子扩散的路径受到一定限制，如圆筒形薄膜、小圆环，各路径所围的磁通一致，样品的磁致电阻将随磁场振荡[7-9].

但是，在一般的薄膜中电子可能沿各种路径回到原点. 由于回路所围的面积和形状不同，不存在振荡现象. 在一定的磁场下，那些面积

较大的回路（粗略地说，所围的磁通大于 Φ_0），由于相位差不同，其结果互相抵消．这使得那些回路对弱局域化没有贡献，而导致电阻下降，即负磁致电阻．

三、自旋散射对磁致电阻的影响

在上述的讨论中我们没有涉及电子的自旋态．实际上，电子被散射时其自旋波函数也要发生变化．一般有两种情形：一种是电子被磁性杂质散射时的自旋反向（spin-flipping）；另一种是通过自旋轨道相互作用（spinorbit interaction）使电子的自旋无规化． 前者破坏了图 1 所示的时间反演对称性，其效果与非弹性散射相似．磁性散射的特征时间为 τ_s．自旋轨道相互作用的结果是比较微妙的．电子自旋取向的无规化使得（3）式中的干涉项的贡献为

$$A'A''^* + A'^*A'' = -|A|^2. \qquad (8)$$

这导致在原点找到电子的几率为不考虑干涉时的一半[1]．在较强的自旋轨道相互作用存在时，电子的漂移比经典粒子要快，因此也称之为弱反局域化（weak antilocalization）．

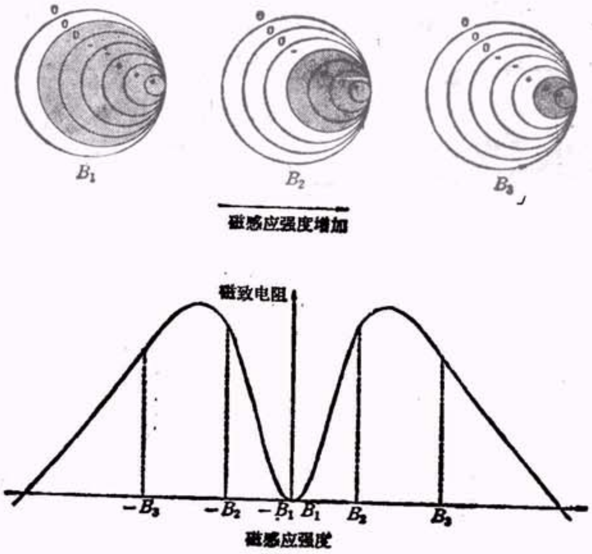

图 3 在考虑自旋散射及非弹性散射时的弱局域化磁致电阻
图上部为一系列包围不同面积的回路，阴影部分表示在该磁场下仍具有干涉效应的回路；图下部为相应的电阻-温度曲线

我们定性地描述弱局域化磁致电阻于图 3[10]．为了简单起见，我们用一个圆表示许多包围相同面积的各种可能回路．假设 $\tau_{s0} < \tau_i$．在很小的磁场 B_1 下，标记"＋"的小圆表示导致弱局域化的回路；标记"－"导致弱反局域化；标记"0"由于相位无规而没有贡献． 当磁场增大到 B_2 时，那些标记"－"的回路所围的磁通超过 Φ_0．相位的调制削弱了反局域化的贡献，导致磁致电阻的上升．当磁场进一步增大时，减小了局域化回路的贡献．当 $B = B_3$ 时，磁致电阻又随着磁场增大下降．因此，对于 $\tau_{s0} < \tau_i$ 的系统，磁致电阻的特征曲线如图 3 下半部分所示．严格的计算给出下列磁致电阻的表达式[11]：

$$\begin{aligned}\sigma(B) = -\sigma_{00}[&\psi(0.5 + B_1/B) - \psi(0.5 \\ &+ B_2/B) + 0.5\psi(0.5 + B_3/B) \\ &- 0.5\psi(0.5 + B_4/B)], \qquad (9)\end{aligned}$$

其中

$$B_1 = B_0 + B_{s0} + B_s,$$
$$B_2 = 4B_{s0}/3 + 2B_s/3 + B_i,$$
$$B_3 = 2B_i + B_s,$$
$$B_4 = 4B_{s0}/3 + 2B_s/3 + B_i.$$

$\psi(x)$ 是特殊函数，$B_n = h/eD\tau_n$ 为各种弛豫时间所对应的特征磁场．图 4 的实线为实验测得的镁薄膜的磁致电阻．选择适当的弛豫时间，

就可以使理论计算曲线符合实验结果.因此,弱局域化磁致电阻常被用来研究传导电子的弛豫现象.

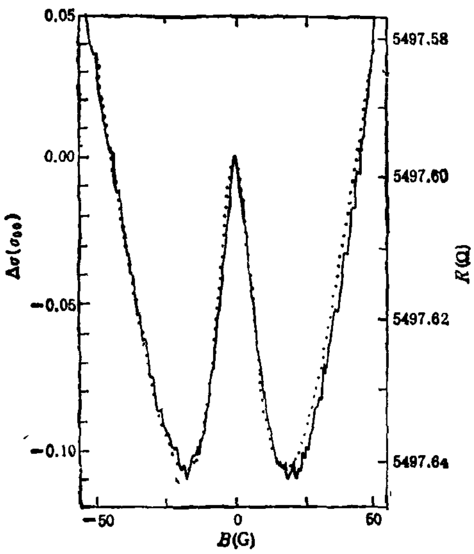

图 4 金属镁膜的电阻-磁场关系
实线为实验测量曲线;点线根据下列参数计算得到:
$B_e = 0$, $B_{so} = 4.75$G, $B_i = 2.47$G, $B_s = \infty$

[1] G. Bergmann, *Phys. Rep.*, **107** (1984), 1.
[2] P.W. Anderson, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **43** (1979), 718.
[3] P.A. Lee, and T.V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.*, **57**(1985), 287.
[4] D.J. Bishop, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1979), 1153.
[5] G.J. Dollan, and D.D. Osheroff, *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 721.
[6] S.S. Yan, et al., *Chinese Phys. Lett.*, **4**(1987), 365.
[7] D. Yu Sharvin, and Yu V. Sharvin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **34**(1981), 285.
[8] R.A. Webb, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 2696.
[9] V. Chandrasekhar, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **55** (1985), 1610.
[10] S. Wang, and P.E. Lindelof, *J. Low Temp. Phys.*, **71**(1988), 403.
[11] S. Hikami, et al., *Prog. Theo. Phys.*, **63**(1980), 707.

(上接第 596 页)

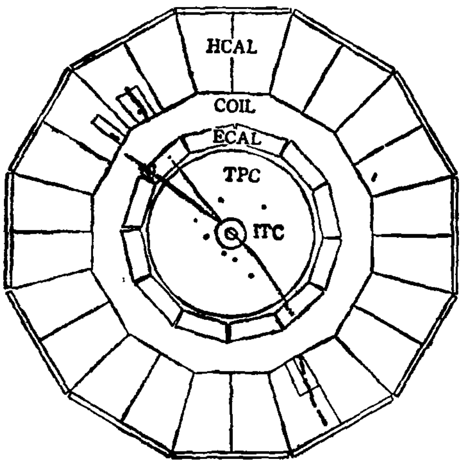

图 7 一个典型的 $e^+e^- \to \tau^+\tau^-(\tau^+ \to \pi^+\pi^-\pi^-, \tau^- \to \mu\nu)$ 衰变径迹图

表 2

衰变方式	P_l	B_l	Γ_l(MeV)
$Z^0 \to e^+e^-$	0.0470±0.006	0.0322±0.0021	86.4±7.5
$Z^0 \to \mu^+\mu^-$	0.0433±0.006	0.0297±0.0045	79.7±13.0
$Z^0 \to \tau^+\tau^-$	0.0485±0.0056	0.0399±0.0039	88.8±10.6

MeV—15GeV (95% 置信度) 能量范围内被排除[1], 轻标量 Higgs 玻色子和最小超对称标准模型膺标量 Higgs 玻色子在 0—38GeV 能量范围内被排除[2]; 给出超对称粒子被排除的范围[3];用约 20000 个 Z^0 粒子精确测得

$M_Z = (91.182 \pm 0.026\exp \pm 0.030\text{beam})$ GeV,

$\Gamma_Z = (2.541 \pm 0.056)$GeV, $\sigma^0_{had} = (41.4 \pm 0.8)$nb

和中微子代数

$$N_\nu = 3.01 \pm 0.15_{exp} \pm 0.05_{th}$$

等[4];基于 11550 个事例得 t 夸克的质量下限为

$$M_t > 45.8\text{GeV}, \quad M_{b'} > 46.0\text{GeV},$$

第四代中微子的质量下限为 $M_\nu > 42.7$GeV, 不稳定重中性轻子的质量下限为 45.7GeV[5]; 激发轻子 e^*, μ^*, τ^* 的质量下限分别为 44.6, 44.2 和 41.2GeV[6].

[1] 谢一冈,物理,**13**-10(1984),577.
[2] 吴为民,张家铨,高能物理,**3**(1984),27.
[3] 王孝良等,核电子学与核探测技术,**10**-2(1990),70.
[4] D. Decamp et al., *Phys. Lett. B*, **231**-4 (1989), 519.
[5] D. Decamp et al., *Phys. Lett. B*, **234**-1,2(1990), 209.

1) D. Decamp et al., CERN-EP/89-157 (1989).
2) D. Decamp et al., CERN-EP/89-168.
3) D. Decamp et al., Draft of ALEPH, 20, Nov. (1989).
4) D. Decamp et al., CERN-EP/89-169(1989).
5) D. Decamp et al., CERN-EP/89-165(1989).
6) D. Decamp et al., CERN-EP/89-167(1989).