

# 用倒扭摆测量金属玻璃内耗应注意的问题

李晓光

(中国科学技术大学物理系)

何怡贞

(中国科学院固体物理研究所)

本文指出,在用倒扭摆测量金属玻璃的内耗时应特别注意到悬丝的影响。文中根据倒扭摆的自由衰减振动方程得出了试样的内耗与系统和等效悬丝的内耗之间的相互关系,同时给出了试样的切变模量的表达式,并从能量损耗的关系出发对所涉及的问题作了进一步的讨论。

扭摆法是测量振动体振幅的自由衰减的常用方法。目前,这类装置在葛氏摆<sup>[1]</sup>的基础上已发展到多种不同类型,例如 Collette 摆<sup>[2-4]</sup>、倒扭摆等等。当用普通倒扭摆测量金属玻璃的内耗时,由于金属玻璃条带的扭转刚度较小,特别在玻璃转变温度附近更是如此,因而在测量过程中必须考虑到悬丝的影响而不能直接用所测得的系统的振幅衰减来度量试样的内耗或模量的变化。

Sinning<sup>[5]</sup>推出了用 Collette 摆测量时试样的内耗计算公式,但他所给的公式对于通常所用的倒扭摆并不适用。下面是我们考虑用普通倒扭摆的情况。

## 一、系统的自由振动的衰减

在普通倒扭摆中,悬丝的上端及样品的下端是固定不动的,因而对于整个振动系统可以简化成如图 1 的形式。

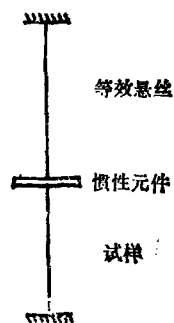


图 1 系统振动示意图

为了尽可能地防止系统的侧向振动,通常在悬丝上加阻尼器。这样,由原来的悬丝自身、

外加阻尼器以及悬丝与滑轮接触所构成的一个子系统可以用一个所谓的等效悬丝来代替。

当系统扭转振动时,等效悬丝与试样扭转的角度是相同的,均为  $\phi$ 。设系统的惯量为  $I$ , 扭矩为  $F$ , 则

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = F/I. \quad (1)$$

扭矩  $F$  是与扭转角度成正比的,因此系统的振动方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{dt^2} + (A_e M_e^* + A_s M_s^*)\phi/I \\ = \ddot{\phi} + D_i^*\phi/I = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $A_e, A_s$  是分别与等效悬丝及试样相关的尺寸因子;  $M_e^*, M_s^*$  分别为等效悬丝和试样的复模量。可以把  $D_i^*$  称为系统的扭转复模量。因为

$$\begin{aligned} M_e^* &= M_{e1}(1 + i\lg\varphi_e), \\ M_s^* &= M_{s1}(1 + i\lg\varphi_s), \end{aligned} \quad (3)$$

所以

$$D_i^* = D_{i1}(1 + i\lg\varphi_i), \quad (4)$$

式中  $\lg\varphi_e, \lg\varphi_s$  及  $\lg\varphi_i$  分别是等效悬丝、试样及系统的损耗。  $M_{e1}, M_{s1}$  和  $D_{i1}$  为各自相应量的实部。由(2),(3)和(4)式可得试样的切变模量及内耗分别为

$$\begin{aligned} M_{s1} &= (D_{i1} - A_e M_{e1})/A_s, \\ \lg\varphi_s &= (D_{i1} \lg\varphi_i - A_e M_{e1} \lg\varphi_e)/A_e M_{s1}. \end{aligned} \quad (5)$$

可见,只要测出(5)式右边诸量,即可得试样的内耗和模量。为此,先解(2)式,然后再求解只有等效悬丝的情况。

设(2)式的解为

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_0 \exp(i\omega_t t - \alpha_t \omega_t t) \\ &= A(t) \exp(i\omega_t t),\end{aligned}\quad (6)$$

这里  $\omega_t$  是系统的振动角频率,  $\alpha_t$  是阻尼,  $A(t)$  是振幅.  $\alpha_t$  实际上是系统在两次连续振动过程中对数减缩的一种度量, 由(6)式知

$$\alpha_t = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{A_n}{A_{n+1}}, \quad (7)$$

$\omega_t$  和  $\alpha_t$  是可以测量的量.  $A_n$  是第  $n$  次振动振幅.

将(6)式代入(2)式, 求解得出

$$\begin{aligned}D_{11}/I &= \omega_t^2(1 - \alpha_t^2), \\ \lg \varphi_t &= 2\alpha_t/(1 - \alpha_t^2).\end{aligned}\quad (8)$$

为了得到试样的内耗和模量, 还必须测出等效悬丝的模量及损耗.

## 二、无样品时自由振动的衰减

在这种情况下, 由等效悬丝与惯量 ( $I'$ ) 组成振动系统, 如图 2 所示. 它的振动方程与(2)

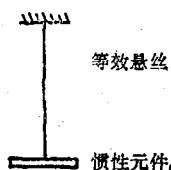


图 2 无样品的系统的振动示意图

式相似

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + A_e M_e^* \phi / I' = 0. \quad (9)$$

与解(2)式的步骤相同, 得

$$\begin{aligned}A_e M_{e1} / I' &= \omega_e^2(1 - \alpha_e^2), \\ \lg \varphi_e &= 2\alpha_e/(1 - \alpha_e^2),\end{aligned}\quad (10)$$

式中  $\omega_e$  为等效悬丝的振动角频率,  $\alpha_e$  为等效悬丝阻尼.

一般, 试样的尺寸及质量都很小, 对系统的总惯量基本上没有影响, 即  $I' \approx I$ , 这样由(5), (8)和(10)式可得试样的模量及损耗为

$$A_s M_{s1} / I = \omega_t^2(1 - \alpha_t^2) - \omega_e^2(1 - \alpha_e^2), \quad (11)$$

$$\lg \varphi_s = Z \lg \varphi_t - (Z - 1) \lg \varphi_e,$$

其中  $Z = \omega_t^2(1 - \alpha_t^2) / [\omega_t^2(1 - \alpha_t^2) - \omega_e^2(1 - \alpha_e^2)]$ .

$\alpha_e^2]$ . 必须注意, 此时的  $\lg \varphi_s$  是在有样品时的测量频率下的值.

## 三、振动能的消耗

下面我们从能量的关系出发讨论试样的内耗  $Q_s^{-1}$  与系统的内耗  $Q_t^{-1}$  和等效悬丝的内耗  $Q_e^{-1}$  之间的关系.

设在振动一周的过程中, 试样的能量损耗为  $\Delta W_s$ , 储能为  $W_s$ , 等效悬丝的能量损耗和储能分别是  $\Delta W_e$  和  $W_e$ . 按内耗定义有

$$\begin{aligned}Q_s^{-1} &= \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W_s + \Delta W_e}{W_s + W_e} \\ &= \frac{W_s}{W_s + W_e} Q_s^{-1} + \frac{W_e}{W_s + W_e} Q_e^{-1},\end{aligned}\quad (12)$$

其中

$$Q_s^{-1} = \Delta W_s / 2\pi W_s, \quad Q_e^{-1} = \Delta W_e / 2\pi W_e.$$

由(12)式得

$$\begin{aligned}Q_s^{-1} &= \frac{W_s + W_e}{W_s} Q_t^{-1} - \frac{W_e}{W_s} Q_e^{-1} \\ &= Z Q_t^{-1} - (Z - 1) Q_e^{-1},\end{aligned}\quad (13)$$

其中  $Z = (W_s + W_e) / W_s$ . 因为扭矩

$$F_s = A_s M_{s1} \phi,$$

$$F_e = A_e M_{e1} \phi,$$

所以

$$W_s = \int_0^{\phi_{\max}} A_s M_{s1} \phi d\phi = \frac{1}{2} A_s M_{s1} \phi_{\max}^2,$$

$$W_e = \int_0^{\phi_{\max}} A_e M_{e1} \phi d\phi = \frac{1}{2} A_e M_{e1} \phi_{\max}^2.$$

将  $W_s$ ,  $W_e$  代入(13)式后, 可见(13)式与(11)式有相同的形式. (13)式中的  $Q_e^{-1}$  是在有样品时的测量频率下等效悬丝的内耗值.

由以上的分析可见, 在实际测量中, 应先测出系统和等效悬丝的能量损耗, 然后根据(11)或(13)式计算出试样的内耗和模量变化.

[1] T. S. Ké, *Phys. Rev. B*, 71(1947), 533.

[2] K. J. Hettwer and F. Haessner, *Mat. Sci. Eng.*, 52 (1982) 147.

[3] H. -R. Sinning, *J. Phys. E*, 19(1986), 866.

[4] H. -R. Sinning and F. Haessner, *Scripta Metall.*, 20 (1986), 1541.