

地球素实验和 g 因子测量

——1989 年诺贝尔奖金物理学奖工作介绍

郭奕玲

(清华大学现代应用物理系)

本文介绍了 1989 年诺贝尔奖金物理学奖获得者之一 Dehmelt 的主要工作——地球素实验以及由此取得的成果。用陷阱方法把单个自由电子或其它带电粒子囚禁起来，是研究物质基本特性的重要途径。用这种方法测量电子 g 因子，达到了前所未有的精确度，对量子电动力学的检验有重要意义。

1989 年诺贝尔奖金物理学奖的一半授予了美国物理学家 Hans G. Dehmelt 和德国物理学家 Wolfgang Paul，奖励他们开创了用陷阱方法 (trapping) 研究单个电子或其它带电粒子的工作。经过三、四十年的努力，这一方法已经取得重大成果，许多人在这方面作出了贡献，其中尤以 Dehmelt 领导的美国西雅图华盛顿大学地球素 (geonium) 实验小组成绩最为突出。1984 年他们测量自由电子的 g 因子，得到十三位数字，其不确定度仅为 4×10^{-12} ，遥遥居众多基本物理常数之冠。这一方法有多种用途，正在发展之中，很值得注意。

一、地球素实验

地球素实验方法是由 Dehmelt 在 1958 年最先提出^[1]，经过多次改进，并由他和他的合作者逐步完善的。实验装置的主体是一个四极电场和均匀磁场叠加而成的陷阱，可以长期地把单个电子囚禁在里面。这个陷阱叫做 Penning 陷阱^[2]，如图 1 所示。

四极电场的电位按如下方程分布：

$$V(\rho, z) = \frac{V_0}{2d^2} \left(z^2 - \frac{\rho^2}{2} \right),$$

其中 z 与 ρ 分别为轴向坐标和径向坐标；

$$d = \frac{1}{2} \left(z_0^2 + \frac{\rho_0^2}{2} \right),$$

物理

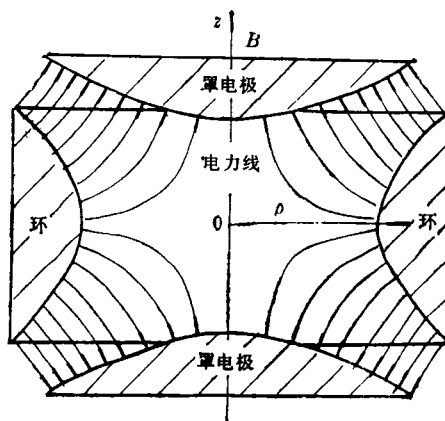


图 1 Penning 陷阱的电场分布

z_0 为中点 o 到电极的最小轴向距离， ρ_0 为中点到电极的最小径向距离。为了做到这一点，要求电极表面与等位面吻合。例如，可以取上下两个罩电极呈共轭旋转双曲面形，满足方程

$$z^2 = z_0^2 + \rho^2/2;$$

取中间的电极呈旋转双曲面圆环形，满足方程

$$z^2 = \frac{1}{2} (\rho^2 - \rho_0^2)^{[3]}.$$

在环电极与上下罩电极之间，用标准电池保持稳定的电位差，电极间就可形成符合要求的四极电场。整个装置封在真空度高达 10^{-12} Pa 的真空管内，真空管插入超导线圈里并一起浸在液氮中。超导线圈产生的强磁场沿 z 轴均匀分布。

电子进入这一电磁场中，将受到三维约束。

根据经典理论, 电子应同时作如下三种运动:

(1) 回旋加速器运动, 即在垂直于磁场的平面内作圆周运动, 其频率

$$\nu_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{eB}{m_0c} \right);$$

(2) 轴向振荡, 其频率

$$\nu_z = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{V_0 e}{m_0 d^2}};$$

(3) 磁控管运动, 其频率

$$\nu_m \approx \nu_z^2 / 2\nu_c.$$

取 V_0 为 9.2V,

$$d = z_0 = \rho_0 / \sqrt{2} = 0.325\text{cm}, B = 5.972\text{T},$$

可以计算出这三种频率分别为:

$$\nu_c \approx 51\text{GHz}; \nu_z \approx 60\text{MHz}; \nu_m \approx 35\text{kHz}.$$

三种运动叠加在一起, 形成如图 2 的轨迹。不

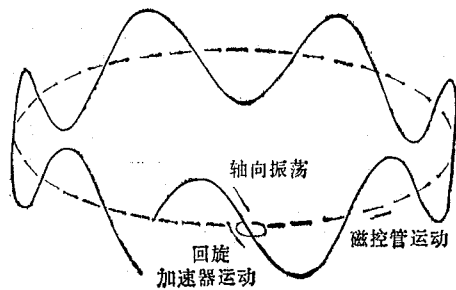


图 2 电子在 Penning 陷阱中的运动

过, 这一图象并不完全真实, 三种运动的幅度相差好几个量级, 轴向振荡的峰峰值可达 0.1mm, 磁控管运动的直径约为 $30\mu\text{m}$, 而回旋加速器运动的直径仅为 60nm 。实际上, 在 4K 的环境下, 电子的运动应该用量子力学来描述。计算的结果是^[4]

$$W/h = m\nu_z + \left(n + \frac{1}{2} \right) \nu_c' + (k + 1/2) \nu_z - (q + 1/2) \nu_m,$$

其中 W 为电子的能量; $\nu_c' = \nu_c - \nu_m$; m, n, k, q 分别为自旋、回旋加速器运动、轴向运动和磁控管运动的量子数,

$$m = \pm \frac{1}{2}, n, k, q = 0, 1, 2, 3, \dots$$

电子的环境温度低到 4K 时, 主要布居是在最

低的四个 n 值上, 其能级如图 3 所示。

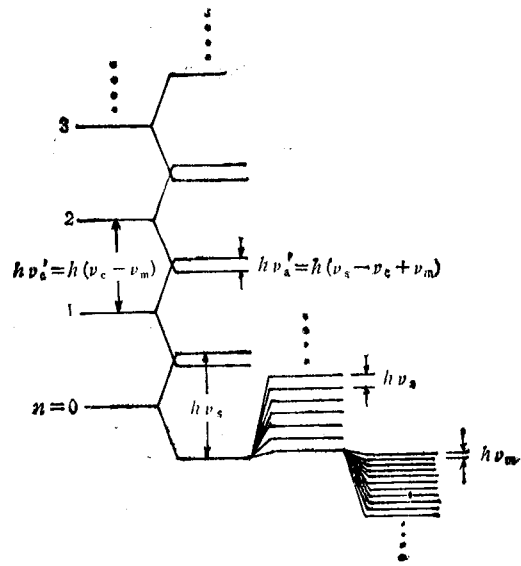


图 3 地球素能级图

$$\nu_c' \approx \nu_c \approx 51\text{GHz}; \nu_z \approx 60\text{MHz};$$

$$\nu_z \approx 60\text{MHz}; \nu_m \approx 35\text{kHz}$$

图 3 中 ν_c', ν_z 分别为

$$h\nu_c' = h(\nu_c - \nu_m)$$

$$= W(n, m)$$

$$- W(n-1, m),$$

$$h\nu_z = W\left(n, \frac{1}{2}\right)$$

$$- W\left(n, -\frac{1}{2}\right),$$

而

$$h\nu_m = h(\nu_z - \nu_c')$$

$$= h(\nu_z - \nu_c + \nu_m)$$

$$= W\left(n-1, \frac{1}{2}\right)$$

$$- W\left(n, -\frac{1}{2}\right),$$

相当于电子同时作自旋反转和回旋加速器轨道跃迁时的能量差。

实验装置如图 4 所示。有几点要特别说明:

(1) 电子在上下电极之间的轴线 (z 轴) 上作轴向振荡, 下电极接入射频驱动电压, 上电极连到高阻共振电路检测感生信号。

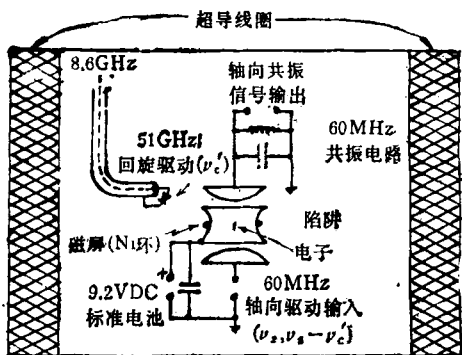


图4 地球素实验装置原理图

(2) 在环电极的中部加一Ni圈，由于Ni的磁化，磁场产生微弱的不均匀性，形成“磁瓶”，磁场的轴向分量为

$$B_z = B_0 + B_2(z^2 - \rho^2/2),$$

其中 $B_2 \approx (1.2-3) \times 10^{-2} \text{T/cm}^2$, z 与 ρ 分别为轴向和径向坐标。“磁瓶”起两个作用：一是促使电子自旋反转。当电子沿回旋加速器轨道在“磁瓶”中运动时，它会“看到”磁场的径向分量正以 ν_c 频率旋转，而每当电子穿越 $z = 0$ 平面时，径向磁场都要反向，这就会促使电子自旋反转。第二个作用是引起 Stern-Gerlach 效应，对电子的轴向振荡产生一附加的恢复力，从而增加了轴向振荡频率。根据计算，轴向振荡频率的位移

$$\delta\nu_z = [m + n + 1/2 + (\nu_m/\nu_c)q]\delta,$$

其中 $\delta \approx \mu_B \beta / 2\pi^2 m_0 \nu_c \approx 1 \text{Hz}$, μ_B 为玻尔磁子， $\beta \equiv v/c$ 。自旋反转和回旋加速器轨道跃迁可从轴向振荡频移 $\delta\nu_z$ 观测。

(3) 经波导管向陷阱输送微波驱动功率，其频率原为 8.6GHz，经 Schottky 二极管整流，产生谐波 51GHz。仔细调节这一频率，可使电子发生 ν_c 共振。

单个的自由电子是这样俘获的：让一束电子从热丝或场致发射点发出，注入陷阱。它们在射频电压的驱动下，作往复的轴向运动，这时感生的信号电压比较大。由于热运动的无规性，总会有个别的电子具有较大的能量，撞到器壁，被器壁吸收，于是检测到的信号电压会突然下降。几分钟后，又会有一个电子消失，信号电

物理

压再次随之下降。图5是记录到的信号随时间变化的曲线。每当信号电压突然下降，就有一个电子消失。直到信噪比只有 20 倍时，大概只剩下最后一个电子，这时立即降低轴向驱动电压，就可以把这个电子长期地关在陷阱里，几天甚至几个星期，都不会消失。

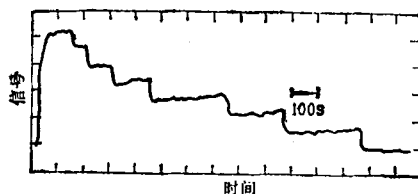


图5 记录到的信号变化曲线

为什么把这一实验叫做地球素实验呢?“地球素”是一个借用的名词。因为电子被隔绝在磁体和电极所控制的陷阱里，而磁体和电极又都与地球有联系，就好象是一个由原子核和电子组成的氢原子一样，不过这里一方是电子，另一方不是原子核，而是整个地球，于是，Dehmelt 给它起了一个代号叫地球素，实际也就是地球原子的意思，其实与地球并没有直接的关系。

单个自由电子在陷阱中并不孤立，它在驱动电压的作用下，做着各种运动或进行各种跃迁，并不断给出与它本身的特性有关的信息。

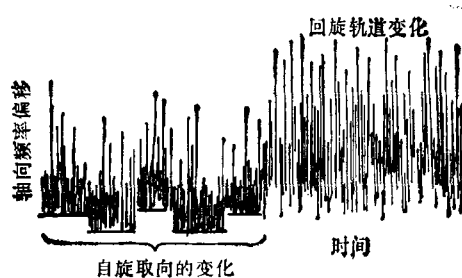


图6 自旋取向的变化使轴向频率不断发生偏移

最容易观测到的是自旋取向的变化。如图6所示，一束束禾草一般的杂乱信号其实是电子在作回旋加速器轨道跃迁，由于热噪声的影响，跳动的幅度是无规的，但“禾草”的根部却有明显的规律性， $\delta\nu_z$ 大体上总是 1Hz，这就是 m 由 $+\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}$ 或由 $-\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}$ ，即 $\Delta m = 1$ 所获得的信息。

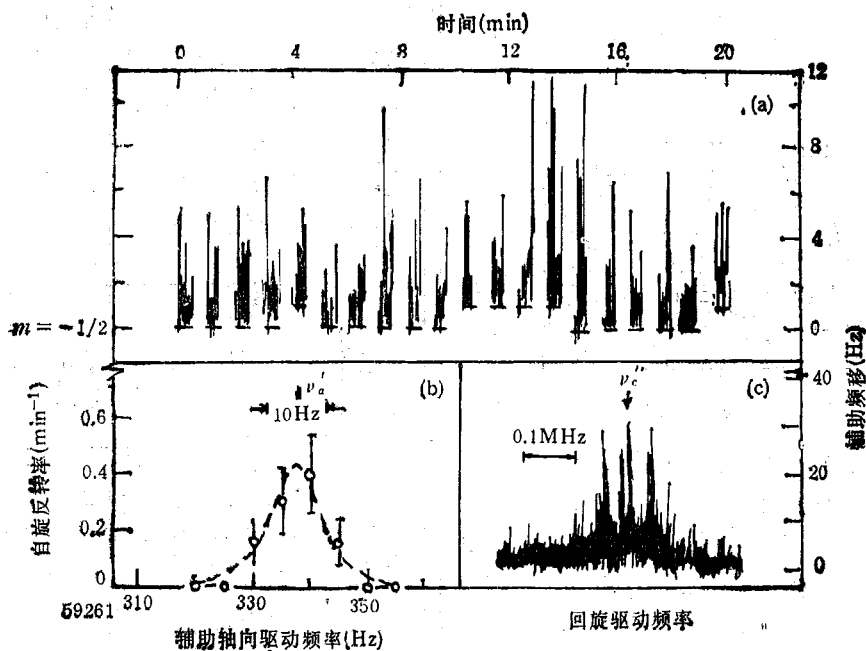


图7 电子信息的提取

图7(a)是轮流用轴向驱动频率 ν_a 和辅助轴向驱动频率 $\nu'_a = \nu_a - \nu'_c$ 驱动电子所得的信号。仔细调节 ν'_a ，在观测中统计不同辅助驱动频率作用下单位时间内自旋反转的次数，找到跃迁几率随驱动频率变化的函数关系，作曲线如图7(b)，由此求出函数最大时的频率，这个频率就是要找的 ν'_a 值。

相比之下，回旋加速器频率 ν'_c 比较容易观测，可以通过改变微波输入的频率，使回旋加速器驱动频率 ν'_c 在一定范围内调节，引起轴向频率发生不同幅度的位移，如图7(c)所示。仔细寻找这一图谱中变化最大的驱动频率，就确定为 ν'_c 。

测出 ν'_a 和 ν'_c ，就可以求出自由电子的 g 因子 g_e 。因为

$$\frac{g_e}{2} - 1 = \frac{\nu'_a}{\nu'_c}$$

所以

$$\frac{g_e}{2} - 1 = \frac{\nu'_a - \nu'_c}{\nu'_c} = \frac{\nu'_a - \nu_m}{\nu'_c + \nu_m}$$

$\frac{g_e}{2} - 1 = a_e$ ，也叫电子反常。

1981年 Dehmelt 小组报道的一组数据为^[5]

$$\begin{aligned} \nu'_a &= 59261337.5 \pm 4.5 \text{ Hz}, \\ \nu'_c &= 51072915 \pm 10 \text{ kHz}, \\ \nu_m &= 34471.9 \pm 0.1 \text{ Hz}, \end{aligned}$$

代入上式，得

$$\begin{aligned} \frac{g_e}{2} - 1 &= \frac{\nu'_a - \nu_m}{\nu'_c + \nu_m} \\ &= 1159652410(200) \times 10^{-12}, \end{aligned}$$

即

$$g_e/2 = 1.001159652410(200).$$

1984年，Dehmelt 小组又对地球素实验作了新的改进，他们用高度补偿的 Penning 陷阱把 g 因子的测量结果的不确定度再次下降了几十倍，得

$$g_e/2 = 1.001159652193(4).$$

二、 g 因子测量与精细结构常数

g 因子是表征电子及各种微观粒子特性的重要参数，因为它反映了粒子磁矩 μ 与自旋 s 之间的比例关系：

$$\mu = \frac{g e}{2 m_0 c} s.$$

1928年,狄喇克曾在其相对论性量子力学中预言电子的 g 因子 $g_e = 2$,并得到当年实验的支持.但是,1937年Houston^[6]在研究氢的超精细结构中找到 g_e 不严格等于2的证据.当时只认为是由于核的体积效应.1947年,I. E. Nafe, E. B. Nelson, I. I. Rabi^[7]进一步确证了这一事实,才引起人们的注意.同年,G. Bleit^[8]把这一现象解释为电子磁偶极矩具有反常特性,所以比玻尔磁子略微大些.由于微波技术的发展,1948年P. Kusch和H. M. Foley^[9]运用原子束磁共振方法对许多原子(Ga, Na, In等)进行了测量,从中得到电子 g 因子:

$$g_e/2 = 1.00119(10).$$

与此同时,Lamb和Retherford发现了Lamb位移,促使量子电动力学(QED)发展.1948年,Schwinger运用Kramers的质量重整概念,消除了量子电动力学的发散困难,计算电子磁矩的二级修正,得电子反常

$$a_e = \frac{\alpha}{2\pi} + \dots = 0.00116,$$

与P. Kusch等人的实验结果一致,式中 α 即精细结构常数.

1949年,F. J. Dyson^[10]证明Schwinger理论可以扩展到 α 的高次改正项,并指出Schwinger-朝永振一郎和费因曼(Feynman)的理

论是等效的.他建议用展开式表示 a_e :

$$a_e = A_e \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + B_e \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + C_e \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + D_e \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + \dots.$$

四十年来,理论家运用量子电动力学计算 A_e, B_e, C_e, D_e 等系数,在计算中不断提出新的假说,发展新的理论,而实验家则不断改进 α 和 a_e 的测量,为新的计算提供依据并对计算结果进行检验.计算越来越严密,测量也越来越精确.两者一直保持并驾齐驱的局面(见表1).

1983年QED计算的结果是:

$$A_e = \frac{1}{2}, \quad B_e = -0.3284790,$$

$$C_e = 1.1765(13), \quad D_e = -0.8 \pm 2.5.$$

将这些结果代入Dyson公式,得

$$a_e = 0.001159652460(127)(75),$$

其中第一项误差来自 α 值,第二项误差来自理论.当年的实验结果是:

$$a_e = 0.001159652222(50),$$

两者符合极好,但是计算值的误差太大,理论上的不确定性尚有待改进.

值得提到的是,由于地球素实验的发展,历年来以精细结构常数 α 为基础,利用QED理论推算 g 因子的方法已经过时了.现在已经不再由 α 求 a_e ,而是要由 a_e 求 α .这样得到的 α

表1 比较电子反常 a_e 的理论计算与实验测量^[11]

年代	QED 理论计算	年代	实验测量
1957	Petermann 计算: $B_e = -0.32848$	1958	Hardy, Purcell 测量: $a_e = 0.0011561(10)$
			Dehmelt 测量: $a_e = 0.001116(40)$
		1961	Schupp et al. 测量: $a_e = 0.0011609(24)$ 与 Petermann 计算相符
1963	理论计算: $a_e = 0.001159615$ 与当年实验相符	1963	Wilkinson, Crane 测量: $a_e = 0.001159622(27)$
1965	Drell, Pagels: 利用色散理论 估计 $C_e = 0.15$	1968	Rich 重新计算 Wilkinson, Crane 结果,得 $a_e = 0.001159557(30)$, 与1968年理论计算相符
1968	Parsons: $C_e = 0.13$		
1969-1971	Mignaco et al.: $C_e = 1.49 \pm 0.2$ 计算所得的 a_e 与1971年实 验结果相符	1971	Wesley, Rich 实验测量: $a_e = 0.0011596577(35)$

值比用其它方法得到的精确。人们期待,如果用其它方法得到的 α 值也能降到同样的不确定度,那么必将对检验 QED 理论作出新的贡献。

三、地球素实验方法的重要意义

电子和其它微观粒子的存在早已得到公认,无人怀疑了,但是一直还没有任何直接的实验证据,能证明每个电子都是完全等同的。多少年来,只能把这一前提当作不言而喻的假设。所有有关电子的知识都是统计的结果,做过的实验都没有排除电子与外界以及电子之间的相互作用。地球素实验第一次突破了这一局限性,可以把电子和其它带电粒子单个存储在有限的空间里,长期处于与外界隔绝的状态,这就为人们探索微观粒子的基本特性,以及对基本理论进行严格检验提供了崭新的手段。在这个意义上也许可以说,在人类认识自然规律的历程中,这一方法是又一个里程碑。

地球素实验不但可以测量电子的参数,也可以测量正电子的参数。把单个正电子关闭在陷阱里的实验已经在 1981 年实现了,并且得到比别的方法好二万倍的实验结果^[12]。1987 年 Dehmelt 小组又取得了进一步的成果,得^[13]正电子的 g 因子:

$$\frac{1}{2} g_{e^+} = 1001159652187.9(4.3) \times 10^{-12};$$

用同一方法测的电子 g 因子:

$$\frac{1}{2} g_{e^-} = 1001159652188.4(4.3) \times 10^{-12}.$$

两者相比,得

$$g_{e^-}/g_{e^+} = 1.0000000000005(60),$$

何等精确!这是对 CPT 理论最严格的一次检验。

地球素实验方法不仅可用于正负电子,还可用于质子和重离子。束缚离子的实验无需另加磁瓶,它的回旋加速器频率要小得多,可以直接耦合到检测器。

用陷阱方法还可以大大改善微波和激光光谱学实验。现在正在发展的一门叫做存储离子

光谱学的物理技术,它具有极高的分辨率,最终应能将不确定度降至 10^{-18} ,甚至还可再小。用陷阱方法有可能作成更精确的原子钟,建立光学频率基准。一种新技术叫激光致冷,已用它来隔离单个钡离子 Ba^+ ,并且成功地“拍”下了照片。

经过补偿的 Penning 陷阱可以当作高分辨率的质谱仪使用,测得的电子质量与质子质量之比精确度超过了任何其它方法。1986 年华盛顿大学的 R. S. Van Dyck 等人测得的结果是^[14]

$$m_p/m_e = 1836.152701(37),$$

其不确定度只有 2×10^{-8} ,被 CODATA 列为主要辅助常数之一^[15]。

总之,地球素实验技术和存储离子技术的发展正方兴未艾,前途宽广,它可以更深入地探索自然界的奥秘,使人们有可能在最简单的配置下观测自然界中最简单的元素,因为在这种条件下,最有希望对这些元素取得了解。Dehmelt 作为这些方法的主要创始人和推动上述研究的带头人,几十年如一日始终坚持在这个领域的前沿,到如今已经结下了硕果累累,对他来说,得奖是当之无愧的。

- [1] H. G. Dehmelt, *Phys. Rev.*, 109(1958), 381.
- [2] F. M. Penning, *Physica*, 4(1937), 71.
- [3] L. S. Brown et al., *Rev. Mod. Phys.*, 58(1986), 233.
- [4] H. G. Dehmelt, *Atomic Physics 7*, D. K. Kleppner et al. eds., Plenum, (1981), 344.
- [5] *ibid.*, p. 357.
- [6] W. V. Houston, *Phys. Rev.*, 51(1937), 446.
- [7] I. E. Nafe et al., *Phys. Rev.*, 71(1947), 914.
- [8] G. Bleit, *Phys. Rev.*, 72(1947), 984.
- [9] P. Kusch and H. M. Foley, *Phys. Rev.*, 74(1948), 250.
- [10] F. J. Dyson, *Phys. Rev.*, 75(1949), 486, 1736.
- [11] A. Rich and J. C. Wesley, *Rev. Mod. Phys.*, 44(1972), 250.
- [12] P. B. Schwinberg et al., *Phys. Rev. Lett.*, 47(1981), 1679.
- [13] R. S. Van Dyck, Jr. et al., *Phys. Rev. Lett.*, 59(1987), 26.
- [14] R. S. Van Dyck, Jr. et al., *Bull. Am. Phys. Soc.*, 31(1986), 244.
- [15] E. R. Cohen and B. N. Taylor, *Rev. Mod. Phys.*, 59(1987), 1121.