

断裂面及表面裂纹的分形研究¹⁾

黄 昀

(北京大学物理系)

本文介绍了表面裂纹的分形特性和近年来有关裂纹成型机理的一些进展。

在材料科学中，一个很重要的问题是研究材料在应力作用下表面裂纹和金属断裂剖面的成形和结构。描述这类在非平衡态条件下所形成的不规则结构花纹是一个相当困难的课题。近年来，人们利用分形理论对二维微球薄膜和金属表面中的一些断裂现象，从实验^[1-4]与计算机模拟^[5,6]两方面进行了深入的探讨，提出了一些新的看法。

一、实 验

这里我们将介绍三个有代表性的与表面断裂有关的实验。第一个实验是由 IBM 研究中心的 B. Mandelbrot 等人在 1984 年首先作成的。实验的主要目的是论证金属断裂剖面是一个分形体结构，同时观测出它们的分数维数增长率。他们将一块马氏体时效钢作为样品，在它的断裂表面用化学方法涂盖上一层镍，把样品固定在一个置于真空中的环氧树脂支架上。第一步将样品的表面进行抛光，这时在断裂面上可以观察到被镍包围着的“钢岛”。对材料继续进行抛光，“钢岛”会逐渐增大并发生合并，这样一种结构现象称为切割岛结构。研究切割岛的“海岸线”性质，要比研究它的表面结构容易得多。通过对海岸线-面积进行分形维数分析，可以揭示断裂表面的许多基本性质，我们称这种方法为切割岛分析法。众所周知，一块具有分形几何特征的表面存在着自相似性并满足一定的标度律。设某一表面的豪斯道夫维数为 D ，

若该表面是光滑的，则 D 的值与通常的欧几里得维数相一致，即 $D=2$ 。如果是一个不规则的粗糙表面，则 D 必将大于 2。因此一般来说， D 是介于 2 与 3 之间，分维增长率 $D-2$ 的大小反映了表面的不规则程度。完全类似的描述也适用于一条曲线或折线，它的分数维数 D' 可以是 $1 \leq D' < 2$ ，而它的分维增长率为 $D'-1$ 。若从一个豪斯道夫维数为 D 的分形表面上用一块平板切割出岛屿，那么岛屿的海岸线的分数维数 $D' = D - 1$ 。因此不论是岛屿或海岸线，它们的分数维数的增长率都是相等的，分别等于 $D-2$ 及 $D'-1$ 。根据分形理论，切割岛的

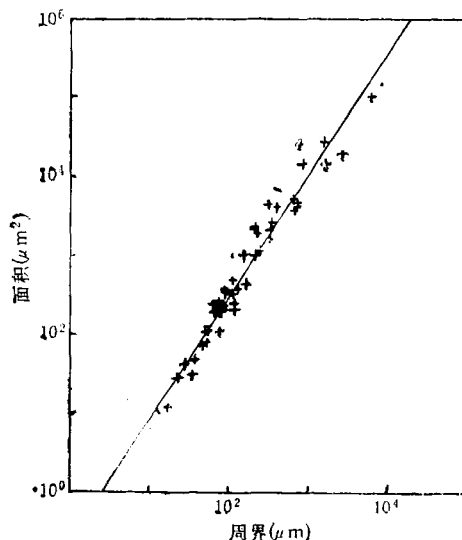


图 1

1) 国家自然科学基金支持项目。

面积与它的周长是可以相同的计算方法测出它们的数值。图1绘出的是马氏体时效钢的周界-面积的对数-对数图,从图上可以看出这是一条非常好的直线,由斜率可定出 $D' = 1.28$ 。

第二个实验是由挪威科学家A. T. Skjeltorp等人在1988年完成的。通过他们的实验可以观察到表面上的裂纹是如何产生和发展起来的。他们将直径 $d = 3.4 \mu\text{m}$ 的磺化聚苯乙烯(sulphonated polystyrene)小球弥散于水中,然后将此水溶液注入到二块平行的玻璃板内,使它有可能形成一个二维多晶单层薄膜,薄膜内可包含有 $10^2 - 10^5$ 个微球。在薄膜干燥过程中,微球的直径会发生一定的收缩,收缩后的直径为 $2.7 \mu\text{m}$ 。对薄膜进行观察后发现,裂纹的产生和发展可以分为三个阶段,首先,裂纹沿着晶界产生,并且倾向于通过晶格缺陷(例如空位和杂质等)。对于具有很少量缺陷的规则晶界,在裂纹发展的初期并不立即通过缺陷,也就是说将缺陷包括进裂纹的过程是很缓慢的。第二阶段是裂纹的快速传播过程,这时在薄膜上迅速形成一条线型裂纹。在后期,裂纹的增长速度变慢,而且形状也不再保持为线型。这时裂纹也变得较宽、现在已可用光学显微照相清晰地拍摄下第二和第三阶段时的裂纹成形图。分析这些图片使人们对薄膜内裂纹的成形与机理有了进一步的认识,他们获得的结果在科学上及工业的实际应用上都具有很大的价值。

第三个实验是美国“科学”杂志1989年3月报道的、美国 Los Alamos 实验室材料科学家 David Carte 采用“立体”照相技巧对表面生成的裂纹所作的三维空间观察,他选用的样品是一种混有碳化硅晶须的二硅化钼断裂面,这种材料经常被用来作为航空发动机的喷嘴,实验样品上的裂纹是在 1200°C 到 1400°C 的高温下产生的,他用一台扫描电子显微镜对样品摄了第一张象,再将样品转动 8° 后,摄第二张象,然后把两张象上的信号转换成数值,输入到计算机中。测量出由于视差带来的差异后,就能定出裂纹对参考点的高度。这个实验的理论根据是模拟人的双眼来给出裂纹的三维立体图,从而

可以计算出断裂表面的粗糙度。在高度方向上的分辨率可达到 $5 \mu\text{m}$ 。图2是他的实验结果。

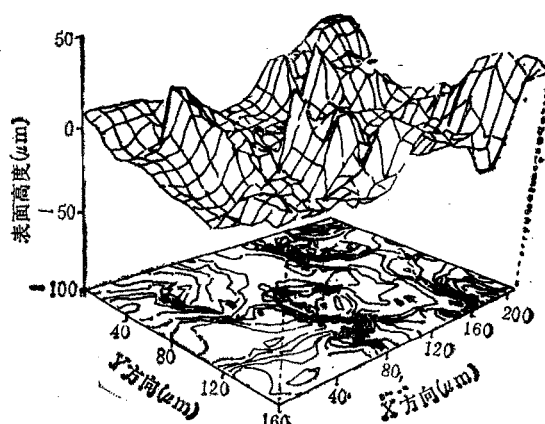


图 2

二、计算机模拟

由于断裂和裂纹的成形是一个非常复杂的问题,在理论上对它进行研究必须采用简化的物理模型。除了传统的研究方法外,近年来根据断裂面是一个分形体的概念发展了一些计算机模拟方法。这里只简略地介绍一个与第二个实验相配合的薄膜表面裂纹成形过程的计算机模拟。首先,假定薄膜上微球间具有较强的相互作用,而微球与玻璃表面之间的作用是比较弱的。现在用一个三角形点阵网络来表示微球单层薄膜。如图3所示,每一个节点表示一个微

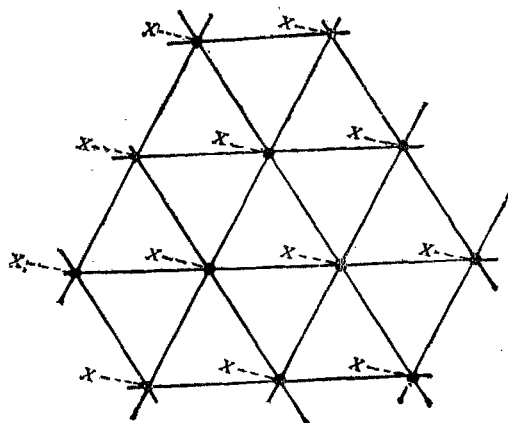


图 3

球,它与六个近邻之间由键相联结,在平衡时,键长为 l_0 。设这个二维网络的能量 E_1 可近似地用一个谐振能量来表示,则 E_1 可写为

$$E_1 = \frac{1}{2} K_1 \sum_i (l_i - l_0)^2,$$

其中 l_i 是第 i 个键的长度, K_1 是弹性常数。此外,设薄膜与玻璃表面之间的作用是比较弱的,其相互作用能 E_2 的表达式为

$$E_2 = \frac{1}{2} K_2 \sum_i |r_i - r'_i|^2,$$

这里的 r_i 是第 i 个节点的位置, r'_i 是固着于基底上的位置,在图上用虚线 X 表示。开始时网络系统处于各向同性的应力状态,并具有周期性边界条件。键的长度均为 $l_0 = d$ 。利用 Monte-Carlo 计算方法使三角形网络中的键发生断裂,每个键发生断裂的概率为

$$P_i = P_0 \exp \left[\frac{1}{2} K_1 (l_i - l_0)^2 \right],$$

其中 P_0 是归一化常数,以保证最大位移的键的断裂概率为1。当有一条键断裂后,整个系统将弛豫到一个新的力学平衡态,平衡态可利用能量 $(E_1 + E_2)$ 为极小而求得,然后再重复上述的过程继续进行计算,大约要用6—8个CPU小时可以得到一张裂纹成形的模拟图。这里给出了二张模拟图,图4表示了裂纹的早期发展过程。网络的节点数为40000,键数为120000;弹性常数分别是 $K_1 = 400$, $K_2 = 40$ 。在图4中,已有3000个键断裂,占总键数的2.5%。图5描述的是裂纹生长的后期,其中参数分别为 $K_1 = 300$, $K_2 = 30$ 。已断裂键数为7500,占总键数的6.5%。图4和图5与光学显微所拍摄的裂纹成型图非常相似,从而表明对表面裂纹成型所采用的计算模型基本上是正确的。在薄膜干燥时期,微球上受到的应力很大但分布较均匀,在系统中孤立的缺陷形成得很缓慢。当有若干个缺陷生长起来后就形成了应力集中,并出现了裂纹,这时的应力集中出现在裂纹的端点,所以裂纹增长非常迅速,其形状为线型,但是,裂纹的出现也松弛了整个系统的应力,所以在后期裂纹的生长速度比较缓慢,形状也很

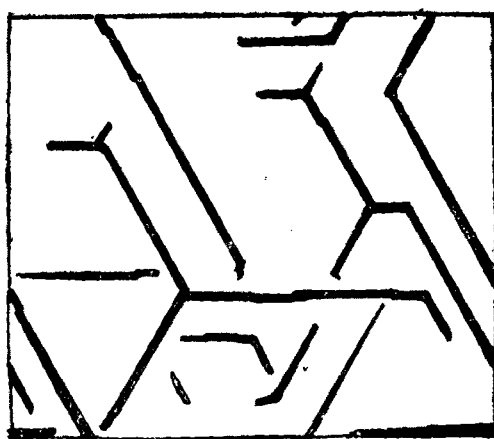


图 4

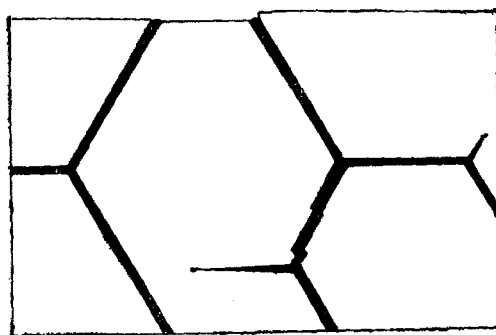


图 5

不规则。

通过上述实验与计算机模拟,人们正在不断地探索并研究断裂面的性质及裂纹的成形机理,现在已初步认识到断裂面是一个分形表面,它满足标度律,断裂裂纹的产生与材料的杂质等有很密切的关系,为了能真正掌握断裂面性质和裂纹成形的本质,还需要进一步地从动力学的观点和微观的角度来解决这个问题。

- [1] B. B. Mandelbrot et al., *Nature*, 308(1984), 721.
- [2] A. T. Skjeltorp and P. Meakin, *Nature*, 335(1988), 424.
- [3] Robert Pool, *Science*, 243(1989), 1293.
- [4] D. Avnir et al., *Nature*, 308(1984), 261.
- [5] Y. Termonia and P. Meakin, *Nature*, 320(1986), 429.
- [6] P. Meakin, *Thin Solid Films*, 151(1987), 165.