

# 宇宙弦:热大爆炸的拓扑遗迹

W. H. Press, D. N. Spergel

从凝聚态物理知道,相变时可以形成一些异常的拓扑结构,如超流氦中的量子涡旋和超导体中的磁场涡线。近年来,宇宙学家开始探讨是否在宇宙早期也发生过类似的现象。在温度为  $10^{29}$ K 时产生的超高温相变的遗迹——宇宙弦有可能是星系形成的种子,它也可能产生一些在今天仍可观测到的其他效应。

宇宙弦如果存在,它将是和现今存在的任何物态不同的一种超密态物质残留下来的稳定的遗迹。这种超密物态可以存在于极早期宇宙中。宇宙弦能够在该种物态衰变之后很久仍然保留下来的理由是它们是“拓扑上”守恒的。拓扑守恒是很有用的概念,值得我们更详细地加以解释。

## 一、拓扑守恒

近代场论以一组量子场或算子表示物质。在半经典近似下,这些算子可以被看成数,它们表示在每一时空点各种物质场的几率幅。这些几率幅按波动力学方程变化。

场论中的一个关键量是场动力学方程中的“势”。质量  $m$  的自由玻色子的拉氏量密度为

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left[ (\nabla\phi)^2 - \frac{1}{c^2} (\dot{\phi})^2 + m^2 c^2 \phi^2 \right], \quad (1)$$

势  $U(\phi)$  是  $m^2 c^2 \phi^2$  项。(1)式对  $\phi$  求变分可得动力学方程。时间导数(以一点表示)项和势联合给出空间每点一类谐振荡的  $\phi$  场。

实际粒子理论中粒子并非自由的,这时需要有相互作用项。我们主要考虑有自作用的粒子在和由其他粒子所形成的热库相互作用的唯象模型。此模型中,自作用能由势

$$U(\phi) = \lambda(\phi^2 - \eta^2)^2 \quad (2)$$

描写。其中  $\lambda$  和  $\eta$  是常数(见图 1)。背景粒子形成的热库将激发  $\phi$  场。高温下,  $\phi$  处于热激发态,占据势  $U(\phi)$  中的高能态。这时,  $\phi$  可以自由地在正负值间变动。但是,如果  $\phi$  场中的某一区域被冷却,如膨胀着的大爆炸宇宙中那样,  $\phi$  场将变为处于低能态从而被限于势的某个极小处。

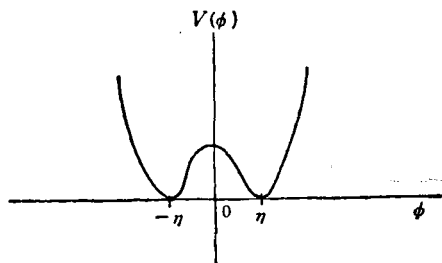


图 1 表示具有两个简并的不同真空态(基态)的势

拉氏量密度中的空间梯度项要求  $\phi$  有某种连续性,在空间邻近点的  $\phi$  场将被冷却到势能同一极小值。显然,无因果性联系的点,即其间距离大于在大爆炸开始时发出的信号传播距离的点,在冷却后所达到的  $\phi$  值将互不相关。因此,宇宙在冷却时将破缺成  $\phi$  值为正和负的区域。不同  $\phi$  值区域之间形成所谓畴壁。这种由  $U(\phi)$  中的两个对称的极小值所构成的对称性称为  $Z_2$  对称。

稍复杂一些的对称性会产生宇宙弦。这是圆(或复平面上的位相)具有的对称性,称为  $U(1)$  对称。例如,  $\phi$  场是复量时,它有实部和虚部。如果有效势只与  $\phi$  的模有关,这时在复平面上就有圆对称性(见图 2)。高温时,  $\phi$  值可以取复平面上以原点为心的某一圆盘内的任何值。但在低温时,  $\phi$  值将必然冷却到势能极小的圆形区域上。

很容易构成上述情况的力学类比。试想象

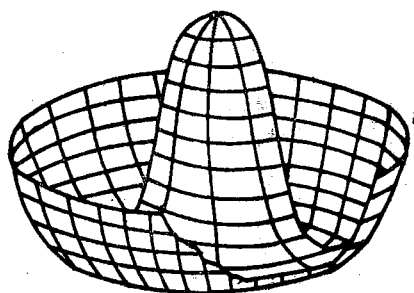


图2 图1中的势推广到一复标量场的情况。 $\phi$ 的复平面上有一筒并的极小圆,称为 $U(1)$ 对称性

一无限多铅笔组成的铅笔丛。开始时,每一铅笔都笔尖朝下竖直地达到平衡。以 $\phi$ 表示铅笔与铅垂线间的夹角,铅笔的势与 $\cos \phi$ 成比例,直到 $\phi$ 达到 $90^\circ$ 。这时,由于桌面的约束力势能突然增长到 $+\infty$ (见图3)。假如我们想象每支铅笔都和与之相邻的铅笔在顶端以软弹簧相互联结,则当某支铅笔倒下时,其邻近的铅笔也倾向于向同一侧倒下。

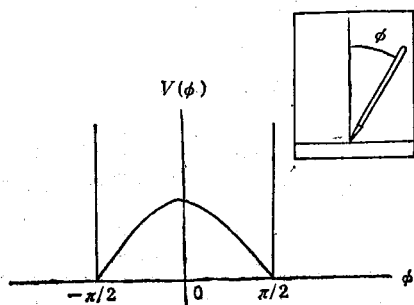


图3 桌面上竖着的一支铅笔的势

如果某一时刻让所有的铅笔都倒下,它们不会都倒向同一方向。这是因为铅笔丛中相距很远的部分来不及通过很软的弹簧相互影响,使其倒向同一方向。此外,铅笔倒下的方向将是倒下后的铅笔丛的一个连续参量。倒下的方向一定会有奇点,绕着奇点,倒下的方向将连续地变化 $360^\circ$ 。令人惊奇但又是显然的推论是,在这些奇点处孤立的铅笔仍然竖在那里而未倒下。它的平衡是由它邻近的倒下的铅笔与它之间的弹簧维系的。虽然水平位置是局域能量更低的位置,但某一支铅笔会碰巧在“拓扑”上被锁在高能态。要从这个态离开,必须重新安排

整个铅笔丛,这从能量观点看是难以做到的。

上述类比是对一有 $U(1)$ 对称的二维面上的场而言的。这种构造是有一明显的高能态被“冻结”在一个点或单极上。如果在三维空间中具有 $U(1)$ 对称性时又如何呢?这时奇点将不是孤立的而是形成连续的一维曲线或“弦”。

## 二、规范弦和假真空

上述结论很易证明:考虑一封闭曲线,如果 $\phi$ 的复宗量沿它绕行一周时相位改变 $2\pi$ ,则必有一奇点或“假真空点”在曲线包围的曲面上。改变曲面形状,我们可找到不同的假真空点。这些点连接起来形成一条弦。三维空间中单极是由另一种对称性 $SU(2)$ 的破缺产生的。

大统一理论中能产生弦的对称性是“规范的”。 $\phi$ 场是和电磁场那样的规范场耦合的。由于规范场的存在,宇宙学的弦与实验室里通常看到的涡线不同。涡旋线的能量密度的分布与距弦距离的对数成比例。而宇宙弦的能量密度被限制在它的中心,涡旋线有长程相互作用,因而被叫做全局的或非规范的弦。规范弦间仅有的长程相互作用是引力。

总之,当描述物质的场论中既含有具 $U(1)$ 对称的势又含有一开始与大尺度无关的场时,则它不能处处冷却到圆形极小处的值。这时,必然留下 $\phi$ 场等于零的一维轨迹,在这些轨迹上 $U(\phi)$ 不为零。它们是早期高温相的一维遗迹。弦中心的态被称为假真空,任何沿弦运动的观测者看来它都是一样的。假真空的能量密度极高,等于 $U(0) = \lambda \eta^4$ 。因此,尽管弦很细(约为 $\phi$ 场的康普顿长度),但却有很高的线质量密度 $\eta^2$ 。在典型的GUT理论中, $\eta \approx 10^{16}$  GeV,这意味着高达 $10^{22}$ g/cm或每秒差距 $10^7$ 太阳质量的线密度。这虽然重,但弦流管却很细,每条弦直径仅有 $10^{-30}$ cm!

## 三、弦的动力学

这也有一力学的相似。考虑一理想橡皮

筋。以  $s$  标注橡皮筋上的点，函数  $\mathbf{X}(s, t)$  表示这些点在各时刻的位置。橡皮筋的运动方程可由拉氏量密度

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu \dot{\mathbf{x}}^2 - \frac{1}{2} T x'^2 \quad (3)$$

得出。其中点表示对时间微商，撇号表示对  $s$  的微商。

由欧拉-拉格朗日方程得

$$-\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \mathbf{X}} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\mathbf{X}}} + \frac{\partial}{\partial s} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x'} = 0 \quad (4)$$

或

$$\ddot{\mathbf{X}} = \frac{T}{\mu} \mathbf{X}'', \quad (5)$$

立刻可看出这是可分离变量的波动方程。

宇宙弦的运动方程几乎就是(5)式的相对论性推广，只不过它来自于更优美的作用量原理：对规范弦，拉氏量密度就是弦所扫过的世界面的固有面积，即

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= |\mathbf{X}'| |\dot{\mathbf{X}}| \sin \theta \\ &= \sqrt{\dot{\mathbf{X}}^2 \mathbf{X}'^2 + (\dot{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{X}')^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

此作用量由 Y. Nambu 引入，近因其年来被用作超弦的作用量而很受注意。(6)式具有所谓韦尔不变性，即它在共形变换下不变。而这种不变性无论在数学上还是物理上都是非常重要的对称性。

在闵可夫斯基空间中对(6)式求变分，在取共形规范，即  $\dot{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{X}' = 0$  及  $|\mathbf{X}'|^2 + |\dot{\mathbf{X}}|^2 = 1$  时，可得

$$\ddot{\mathbf{X}} = c^2 \mathbf{X}''. \quad (7)$$

因此，一条弦的行为和一根张力与线质量密度之比等于光速平方的相对论性橡皮筋一样！

#### 四、相交的弦

(7)式的通解是沿相反方向以光速传播的波的叠加，即

$$\mathbf{X} = \frac{1}{2} [\mathbf{a}(s+ct) + \mathbf{b}(s-ct)]. \quad (8)$$

对弦形成的封闭环  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  是周期函数。上面选取的规范还要求  $|\dot{\mathbf{a}}| = |\dot{\mathbf{b}}| = 1$ ，这表示三维

物理

矢量  $\dot{\mathbf{a}}$ ,  $\dot{\mathbf{b}}$  处于单位球上。由于  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  是周期函数的导数，其平均值必然为零。因而它们会到达所有半球并且通常会相交。在相交时， $\dot{\mathbf{a}} = \dot{\mathbf{b}}$ ，即弦上的一点瞬时达到光速，此瞬态点被称为“尖点”。因为它速度很高，尖点是环上向外辐射引力波和电磁波的主要辐射源。

并非所有环都一定有尖点，存在着无交叉点的特解。如， $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  可以沿全球缝线那样的图形变化，这时就无尖点。此外，曲线上可能有不连续性。振荡的环可与自身相交，重新联结和分裂为更小的环。重新联结是一根曲线“跳”越另一根，从而避免形成尖点，因此，自然会产生不连续性。这些不连续性形成沿弦传播的结。在结处弦速度的变化不连续。

振荡的弦四极矩在改变，因而是一引力波发射源。其引力辐射功率量级为

$$P_{\text{rad}} \sim \frac{P_{\text{int}}}{c^2/G}, \quad (9)$$

其中  $P_{\text{int}}$  是弦内部振荡的能流。长度为  $R$  的弦的质量约为  $\mu R$ ，在每一振荡周期  $R/2c$  内通过空间激起  $\mu c^2 R$  的能量。弦内部的能流为  $E/t = \mu c^3$ ，它发射

$$P_{\text{grav}} \sim \left(\frac{G\mu}{c^2}\right) \mu c^3 \quad (10)$$

的引力辐射功率。 $G\mu/c^2$  是单位长度弦的无量纲质量，它标志弦的引力效应有多重要。(10)式表明一条弦每振荡一次长度减小  $G\mu/c^2$ 。因为振荡周期随弦缩短而减小，环将在有限时间内消失。

#### 五、弦的演化

在标准热大爆炸模型中，早期宇宙温度非常高。许多在今天破缺了的对称性，如弱电和大统一对称性，在这样的高温下是存在的。在宇宙膨胀和冷却时这些对称性才发生破缺。如果某种对称性有类似  $U(1)$  场的拓扑，宇宙弦就会形成。因为 Higgs 场不能在大于视界尺度上存在相干，最初的弦形成的网有自避无规行走的拓扑，且其相关尺度小于视界的尺度。

宇宙继续冷却,能量密度降低,宇宙弦与周围物质脱耦并开始自由振荡。这些自由振荡的弦常常相交。两段弦相交时通常会相互对换以缩短其长度。这种重新联结过程会形成新的小环或将小环合并成大环。数值模拟表明,膨胀宇宙中产生小环是主要过程。弦网的大部分能密度在两端延伸到无限的弦里。但我们也看到有大量分离的小环。通常认为弦网是朝自相似解(即有限和无限弦之比为常数)的方向演化的。

事实上,如果弦不很快将其大部分能量转化到环中,那么在很早期弦的能量密度就会在宇宙中占支配地位。因为无限弦的能量密度与宇宙膨胀因子  $a$  的平方成反比,而辐射场能量密度却按  $a^{-4}$  减小。但是,仅由环的形成还不能避免宇宙中弦的能量密度占统治地位。因为,环的能量密度按  $a^{-3}$  衰减,幸而振荡的环衰变为引力辐射,它的能量密度按  $a^{-4}$  减小。相似性解可以避免宇宙中弦占支配地位,它表明原先弦网中的大部分能量密度在很早就以引力波形式被辐射了。某些能量仍被储存在大环(其半径超过  $GR/c^2$  乘宇宙年龄)和无限弦中。

## 六、大尺度结构

微波背景辐射的观测表明,在红移  $Z$  约为 1300 时的早期宇宙是高度均匀的。而星系和星系团的存在显示宇宙目前已大到视界 1% 的尺度,或许还在更大尺度上变得不均匀了。天体物理学家在研究星系形成时还必须解释这种结构。他们的努力曾由于忽视了构成星系 90% 的所谓“暗物质”的性质以及激励非均匀性增长的初始扰动的性质而受到阻碍。

最流行的星系形成模型认为,在很早的宇宙暴涨期产生了无尺度高斯谱扰动。它们在以非相对论性的非重子物质(“冷暗物质”)为主的宇宙中生长形成星系晕。重子掉进这些晕中冷却并形成星系盘和椭球体中的恒星。但是,此模型与已观测到的宇宙大尺度流的速度和星系团间很强的两点相关不一致。并且按这种方案

星系形成是较近期的现象,这也难以解释近来观测到的高红移星系。

宇宙弦为大尺度结构的形成提供了另一种图象。按这种图象,残留的环作为非线性种子吸积暗物质和重子物质。由于它们一开始就有很高密度的扰动,星系在高红移处就开始形成了。因此,宇宙弦模型中高红移类星体和星系的出现并不构成问题。但是,如果宇宙是以冷暗物质为主,则早期由宇宙弦的环吸积而产生的星系晕就会太密。

如果不可视物质是中微子,则由于它的温度高,将会降低高红移时环对物质的吸积。弦和热暗物质所给出的扰动谱与冷暗物质和暴涨在没有弦时的扰动谱相似。因此,热暗物质加上弦和冷暗物质加上暴涨一样,可以解释除了非常大尺度(超过 10Mpc)以外的宇宙大尺度结构。

宇宙弦产生的是非高斯谱扰动,在环和振动的无限弦周围形成的结构定性上与由高斯谱初始扰动产生的结构不同。杜洛克提出,星系团来源于大的环,这可以解释观测得到的团-团两点相关函数。然而,近来的数值模拟结果对这种对应提出了疑问,并且还表明,大环的速度可能抹平初始的环-环相关。

## 七、弦的观测效应

宇宙弦的存在有可能为进一步的观测所证实或否定。宇宙弦会使空间弯曲,一根直的弦不吸引物质但会弯曲时空。处在宇宙弦后面的天体发射的光子可通过两条可能的路径到达观测者,因此这些天体变成有相等亮度的两个象。近来,柯威等人宣称他们已发现几对红移几乎相等的星系。进一步的观测将检验这是否的确是宇宙弦存在的证据。

宇宙弦将对遥远的星系和类星体产生引力透镜效应,而且也会扰动宇宙微波背景辐射。有人指出,运动着的弦将扰动微波背景辐射。跟随弦后到来的光子将产生红移,在弦路径上

(下转第 336 页)