

费因曼对凝聚态物理的贡献

费因曼是一位著名的物理学家，他对理论物理的很多方面作出过重要贡献。费因曼的思想是十分机敏且具有独创性的。他喜欢用不同于其他人的角度去注视物理学中的每一个问题，不论是重要的或不重要的，他经常喜欢说的一句话是：“看看问题的其他方面。”正是这种独特的思维方式加上他的极端努力，使费因曼成为一个与众不同的人。任何一个从事创造性工作的人，为了摆脱常规的思想，去掉一些看来是可接受的但却是错误的方式，而需要找出解决问题的更好的途径时，总是以各种方式冲击着原有的传统。但费因曼的这种“看看问题其他方面”的做法，往往与别人不同。其结果则是在科学研究以至日常生活中，当需要有分析问题的创造性思想时，他可以提出一些有用的新见解。但在有些情况下，当常规的办法对工作更为有效时，费因曼就不是一个适于去请教的理想人物。

还在研究生时代，费因曼对狄拉克关于作用量 S 在量子力学中的作用方面的工作发生了兴趣。狄拉克表明，从某一时刻，有一组给定坐标值的状态到下一时刻具有另一组坐标值的状态之间跃迁的量子振幅，可用 $e^{iS/\hbar}$ 对中间时刻坐标值的积分来表示，其中 S 是作用量，与每一中间时刻坐标值序列有关。但狄拉克没有作出最终结果。费因曼在他的博士论文（1942年）中完成了这一工作。这就是路径积分方法。这种方法不仅是对量子力学表述方法的一个新的发展，而且是物理学基本理论方面的重要进展。对量子场论、凝聚态物理的研究都起了重要作用。

从1953年到1958年费因曼的兴趣集中在凝聚态物理上。在这期间他发表了14篇文章，其中十篇是关于液氦问题，有一篇讨论了超导与超流之间的关系，一篇是有关“极化子”问题，

其余两篇描述了他以前在康奈尔期间所做的有关量子电动力学及强子物理问题。费因曼将他在量子电动力学及路径积分工作中显示出来的创造性思想及深刻的物理学洞察力带进了凝聚态物理，他在这些方面的贡献对低温物理及统计力学具有深远的影响。

本文将主要介绍费因曼在液氦理论上的贡献。在这问题上可以很好地看出费因曼是如何在一个新的领域进行工作的。然后简单介绍他的超导思想及关于极化子方面的工作。

一、1953年以前的超流理论

F. London 认为，HeI 和 HeII 在 2.19K 所发生的相变与理想气体中的玻色-爱因斯坦凝聚有类似的机制。L. Tisza 为了解释 HeII 的行为，提出了二流体模型。他认为 HeII 是由超流及正常两种成分组成，超流成分密度用 ρ_s 表示，流动时没有粘滞性；而正常成分密度用 ρ_n 表示，其性质与普通流体相同。若 HeII 的密度为 ρ ，当系统处于绝对零度时，有 $\rho = \rho_s$ ；而当温度升高到相变点， $\rho = \rho_n$ ；一般情况下则有 $\rho = \rho_n + \rho_s$ 。朗道通过发展量子液体理论，得到了与 L. Tisza 相似的结果。在他的理论中，正常液体对应于由两种有相互作用的元激发组成的气体。一种是长波长的声子：这是通常声波量子化后得到的；另一种短波长的元激发是旋子（动量为 $p \sim p_0 \sim 2 \text{ \AA}^{-1}$ ），具有有限能隙 $\Delta (\sim 10\text{K})$ 。朗道通过分析早期的比热实验，得到了旋子的能谱，并预言了在 HeII 中第二声的存在。

费因曼认为，由于氦原子之间存在很强的相互作用，所以使理想气体近似在定性上也是不正确的。对 F. London 的思想可以通过这一点加以检验^[1]；而 L. Tisza 的观点是完全唯

象的^[2]；在朗道的理论中，统计的作用并不清楚^[2]。他进一步认为旋子似乎只对应于几个原子，对旋子态的了解可由单原子的途径得到。费因曼从第一原理出发，对液氦作了深入研究。通过这些研究，试图回答三个问题：

(a) 为什么在液氦的两种形态 HeI 和 HeII 之间存在着相变？

(b) 为什么除了声子可在低于 0.5K 产生激发态，不存在其他很低能量的激发态？

(c) 在高温条件下，例如 1K 到 2.2K 时，构成液氦正常成分的元激发的性质是什么？

二、 λ 相变的原子理论

为了论证 F. London 提出的氦原子之间的很强的相互作用并不改变玻色凝聚的主要图象，费因曼将他的时-空近似引进量子力学^[3]，写出了作为轨道积分的严格的配分函数^[4]。他用这表示式考察了大部分重要轨道的特性，指出给定原子的运动，将很少受其他原子运动的影响。据此他导出了配分函数的近似形式，并作了进一步分析，得出了在温度下降时可以出现相变的结论，产生相变的原因是 He 原子满足玻色统计。这种相变非常类似于在理想玻色气体中发现的三级相变，且不难得到相变的临界温度为 2K。若再考虑理论中被忽略的几何相关性，则可使相变成为二级的，与实验发现的相变级别相一致。

在费因曼理论提出的 32 年以后，即 1985 年，D. Ceperley 和 E. Pollock^[4] 用 Cray-1 计算机通过作出路径积分得到了与实验结果符合得很好的比热曲线及其他性质。

费因曼关于液氦的第一篇文章显示了他特有的将物理学的洞察力和数学上的机敏两者奇妙地结合的能力。在读这篇和后来的文章中，我们将会对费因曼与其他著名物理学家在研究同样问题时有着多么不同的思想而感到惊讶。费因曼采用了直接计算的观点，L. Onsager 则是依赖于场论的方法，而朗道作了非常普遍的处理，最终都得到了相似的结论。

物理

三、费因曼关于低激发态的理论

费因曼按着上面讨论的工作，考察了 HeII 波函数的性质和低激发态的特征。在这篇文章中只有一个描述当 He⁺ 原子被 He³ 原子代替时自由能改变的方程，但却包含了一系列令人信服的论证。这些论证使费因曼也使文章的读者得出了这样的结论：由于 He⁺ 满足玻色统计，除了纵波声子外，不存在其他低激发态的元激发。

文章一开始，费因曼给出了基态波函数的定性描述。如果在一个给定时刻，冻结所有原子的运动，由于类刚心排斥势的存在，两个原子重叠时，波函数的振幅为 0；而当一个给定的原子处在其他原子形成的势阱中心时，波函数为极大。然后他说明，极端低能的激发态必须包括很大原子集团，其压缩波满足的色散关系为 $\omega = sq$ （其中 ω 是频率， s 为声速， q 是波矢量）。这给出了一个真正的激发模式。他论证了这种情况不可能出现在理想费米气体或经典理想气体中，因为对这两种体系，单粒子激发是主要的低激发模式。同时，他通过论证对玻色液体中不可能出现低能级单粒子激发来支持上述结论。其原因是由于在这体系中，原子从一个位置到另一个位置的运动实际就是两个原子的交换，不改变体系的波函数。费因曼进一步考虑了与单原子运动或很小的原子集团运动相对应的高能激发态的性质，他认为这种情况就是朗道的旋子。

四、声子和旋子波函数

在第三篇文章中，费因曼扩展了前一篇文章中的论证，指出表示 HeII 中一个元激发的波函数必须具有下述形式：

$$\phi_{exc} = \phi_0 \sum_i f(r_i), \quad (1a)$$

其中 ϕ_0 是基态波函数， f 是位置 r 的函数，求和是对所有的原子进行。他用变分原理决定了

函数 $f(r)$ 的形式及相应激发态能量. 得到

$$f(r) = \exp(iq \cdot r).$$

一个动量为 q 的原激发的波函数为

$$\psi_{exc} = \psi_0 \sum_j \exp(iq \cdot r_j) = \rho_q^+ \psi_0, \quad (1b)$$

相应的能量为

$$E_q = q^2 / 2mS_q \quad (2)$$

这里 ρ_q^+ 是密度 $\rho(r)$ 的傅里叶变换, S_q 是两粒子相关函数的傅里叶变换, 可表示成:

$$S_q = \langle \psi_0 | \rho_q^+ \rho_q | \psi_0 \rangle / N, \quad (3)$$

N 为氦原子数密度. 在这种形式下, 可以看出 S_q 是流体的结构因子. 这因子决定了中子或 X 射线的弹性散射, 因此可以通过实验来测定. 当 q 很大时, 它近似为 1; 而对小的 q 值, 有 $S_q = q/2ms$, 其中 s 是声速. 正如图 1 所表明, 当 $q \sim 2 \text{ \AA}^{-1}$ 时, S_q 达到极大, 因而相应的元激发能量有一个局域极小值 (见图 2), 在这极小值附近的元激发就是朗道的旋子. 但它的能量值 Δ 太大, 约 18K, 而不是朗道根据比热及第二声速的实验值所得到的 9.6K. 费因曼发现这结果是令人沮丧的, 他认为其原因是在这动量区域内的波函数 [(1b) 式] 不够精确.

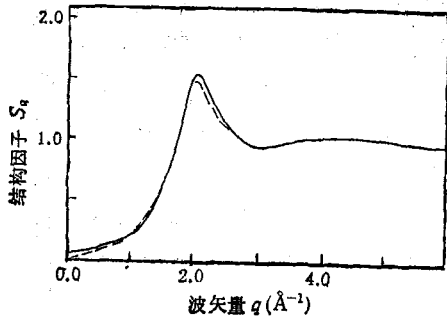


图 1 结构因子的实验曲线
—— 2.29K; ---- 1.06K

在这篇文章里, 费因曼在他的元激发能谱的基础上考虑了 HeII 的热力学性质, 正确地指出当温度接近 λ 点时, 元激发数成为充分大, 必须考虑它们之间的相互作用. 然后, 他考察了液氮作为整体的运动, 指出对无旋运动波函数必须有下述形式:

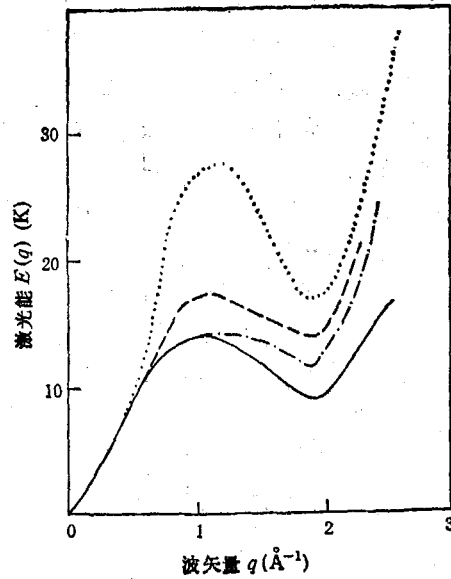


图 2 元激发能谱

..... 费因曼理论的结果; - · - · - 费因曼-科恩理论;
----- Manousakis 的修正曲线; —— 实验曲线

$$\psi = \psi_0 \left\{ \exp \left[i \sum_j S(r_j) \right] \right\}, \quad (4)$$

其中 $S(r)$ 是位置的函数, 流体的速度为

$$V_s(r) = \nabla S(r) / m. \quad (5)$$

因此, 运动为无旋的, 即 $\nabla \times V_s = 0$. 他进而指出, 当我们考虑一个不是单连通区域, 例如在一个环面上, 由于 S 可以不是单值的, 在这样的区域速度场的旋度可以不为 0, 角动量成为多值的: $N\hbar$. 这一思想清楚地说明, 他开始想到有关涡旋问题.

考虑在运动流体中的元激发, 费因曼得到了我们熟悉的结果: $E = E_q + q \cdot V_s$. 其中 V_s 是超流速度. 并用这结果估计了元激发和正常流体密度 ρ_n 之间的关系, 得到与朗道相同的结论.

在这过程中, 费因曼发现了他的激发态波函数中存在的一个新问题: 当我们构成一个波包来描述流为 Kq/m 、以群速 $\nabla_q E_q$ 运动的元激发时, 这波函数不能得出粒子数守恒的结果. 他对波函数作了定性的改进, 提出了旋子-旋子相互作用机制, 估计了这种相互作用的强度. 这种相互作用将导致对朗道正常液体密度表示式

的修正, 亦将影响对 λ 点的计算. 他进一步指出, Δ 将随压强而下降(从而提供了声子-旋子相互作用的机制), 如果旋子数增长, 液体将收缩. 费因曼的这一论述是有充分根据的, 不是一个微不足道的预言. 25 年后, 发展了旋子-旋子相互作用的更精确的理论^[3].

五、费因曼-科恩波函数

费因曼和他的学生科恩 (M. Cohen) 解决了寻找一个描写旋子的更好的波函数问题^[6]. 他们首先考虑了一个与 He^4 有相同质量 m 、经受相同的力但不服从玻色统计的杂质的运动. 他们选择的试探波函数为

$$\psi_A = \psi_0 \exp[i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_A] \exp\left[i \sum_{i \neq A} g(r_i - r_A)\right], \quad (6)$$

其中 $g(r)$ 有偶极子形式: $A\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}/r^3$, 用变分原理定出 A 约为 3.8 \AA^3 , 杂质有效质量为 $1.54 m$, 离刚球值 $1.5m$ 不远. 他们取激发态波函数为

$$\begin{aligned} \psi_{FC} &= \psi_0 \sum_i \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i) \exp \sum_{i \neq k} g(r_{ik}), \quad (7a) \\ &\approx \psi_0 \left\{ \sum_j \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_j) \left[1 + i \sum_{i \neq k} g(r_{ik}) \right] \right\}. \quad (7b) \end{aligned}$$

最终能谱由于依赖于两体及三体相关函数, 是不容易计算的. 由所得的结果(见图 1)可看出, 对旋子能谱得到了明显的改进 ($\Delta = 11.5 \text{ K}$).

依据他们的讨论班对声子-旋子谱的工作, 费因曼和科恩提出了通过测定单一能量中子在 HeII 中散射的能量损失来直接测量元激发能谱的问题^[7]. 他们的研究不仅加速了能谱的实验测量工作, 而且对解释中子散射实验的主要图象取得了极大成功.

六、什么是旋子

费因曼和科恩在他们试探波函数的基础

物理

上, 对旋子的物理图象作了解释. 他们认为旋子类似于半径小到只有一个原子可以通过其中心的经典涡旋环. 或更形象地, 可将旋子比拟成一个理想的烟圈(图3), 在两个反向的环之间有一个吸引力, 对烟圈来说, 这吸引力被通过环中间的气流所平衡; 对旋子而言, 没有这样的气流, 这吸引力使涡旋环的直径收缩到只有一个原子的尺度. 后来, C. Aldrich 和 D. Pines 证明, 旋子的这一美妙的图象并不完全正确. 旋子应被看成是带有逆向流场的 He^4 的准粒子, 其质量 $m^* \sim 2.8m$, 在能量为 -2K 的吸引势场中运动, 这势场来自于准粒子与背景流体密度涨落之间的耦合^[8]. 虽然费因曼很喜欢涡旋环的图象, 但他很善于听取其他人的意见, 一旦发现自己的观点是不正确的, 敢于公开承认, 这正是费因曼良好的学术作风的表现.

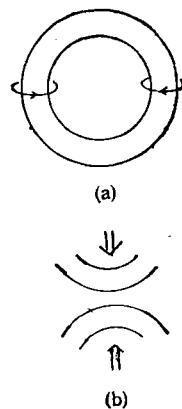


图3 旋子的物理图象

(a) 理想的烟圈; (b) 两环之间的吸引力

27 年后, 当 E. Manousakis^[9] 用费因曼-科恩波函数作出了更精确的积分, 并改正了原来理论中存在的一个符号错误时, 得到的旋子能谱与实验比较, 相差更远(见图 1).

七、超流体流动的问题

费因曼发表在“低温物理进展”^[10]上的一篇文章详细地讨论了超流体流动的性质, 特别注意了旋转流体中环流量子化、在旋转桶中超流体的运动及超流体流动时的临界速度等问

题。他给出了量子化环流的形式是

$$\oint \mathbf{V}_s \cdot d\mathbf{l} = nh/m,$$

其中线积分是对任意的封闭回路进行。通过考虑包括在涡旋线中的动能, Onsager 和费因曼证明了用这种形式可以解释超流体旋转的图象。

然后费因曼讨论了涡旋线在更普遍的液体流动中所起的作用, 特别注意了超流体运动时由涡旋的产生来决定临界速度的可能性。在典型实验条件下, 用估计产生涡旋所需要能量的方法得到了临界速度的非常好的估计值: ~ 1 m/s。最后他作了一个开创性的工作, 即考虑了超流体的湍流。这篇文章是十分经典的。它在富于想像力的、非常物理的和正确的途径上开辟了一个十分困难的领域, 并建立起了今后所有关于超流体流动方面工作的舞台。

八、关于超导及极化子方面的工作

从 1954 年到 1957 年, 费因曼在超导问题上作了很多努力。他非常熟悉当时有关超导问题的理论及实验两方面的文献。费因曼曾用他的图解技术计算电子-声子系统, 但发现这一系统不具有超导性。科恩指出, 这一结果并不奇怪, 其原因多半是由于真正的超导基态不能用微扰论得到。这是一个出色的预见。

费因曼在超导问题上作了很长时间的的工作, 有一系列新的思想。他希望建立起超导的微观理论, 但没有成功。当他看到 BCS 的工作后, 很快承认他们是正确的。费因曼在 1961 年所作的统计力学讲座中, 特别详细地介绍了 BCS 理论。

在离子晶体中, 电子被耦合到几乎不依赖于频率的光学模中, 这种耦合通常是很强的。因此当电子运动时, 总是有极化波伴随在一起, 这种极化波的作用是使电子能量减少, 质量增加。电子与伴随着它的声子合在一起, 作为一个整体, 称为极化子。由于电子-声子耦合常数很大, 微扰论不再适用, 故极化子是一个强耦合问

题, 引起了人们的广泛兴趣。

费因曼看到了这是检验他的路径积分方法的能力的一次机会, 他对极化子问题发生了兴趣。确实, 并不需要费很大的劲, 费因曼用路径积分方法得到了与李政道、F. Low 和 D. Pines 共同发展起来的极化子的中间耦合理论相同的结果, 并导出了精确的基态能量和有效质量^[11]。

费因曼对极化子的兴趣一直延续到 1960 年。他与他的博士后研究生 R. Hellwarth、学生 C. Iddings 和 P. Platzman 一起推广了原有的路径积分方法, 计算了极化子对外场的响应, 并得到了在任意耦合常数下, 极化子迁移率的表示式。这结果使他们可以进一步考虑在玻兹曼方程不适用条件下的输运性质^[12]。

在费因曼工作过的各领域中, 他对凝聚态物理的影响是最深远的, 这种影响还将继续下去。费因曼图和路径积分已成为理论和实验工作者都不可缺少的工具; 他在极化子方面的工作, 如果不是不可能, 也很难作进一步发展; 他在液氦方面的文章, 为今后在这领域的工作指明了道路。

- [1] R. P. Feynman, *Phys. Rev.*, **91** (1953), 1291.
- [2] R. P. Feynman, *Phys. Rev.*, **91** (1953), 1301.
- [3] R. P. Feynman, *Rev. Mod. Phys.*, **20** (1948), 367.
- [4] D. M. Ceperley, E. L. Pollock, *Phys. Rev. Lett.*, **58** (1986), 351.
- [5] K. S. Bedell et al., *J. Low. Temp. Phys.* **48** (1982), 417;
K. S. Bedell et al., *Phys. Rev. B*, **29** (1984), 102.
- [6] R. P. Feynman and M. Cohen, *Phys. Rev.*, **102** (1956), 1189.
- [7] M. Cohen and R. P. Feynman, *Phys. Rev.*, **107** (1957), 13.
- [8] D. Pines and *Can. J. Phys.* **65** (1987), 1357.
- [9] E. Manousakis and V. R. Pandharipande, *Phys. Rev. B*, **30** (1984), 5062.
- [10] R. P. Feynman, in *Progress in Low Temperature Physics*, Vol. 2, C. J. Gorter, ed., North-Holland, New York (1955), 17.
- [11] R. P. Feynman, *Phys. Rev.* **97**(1955), 660.
- [12] R. P. Feynman et al., *Phys. Rev.*, **127** (1962), 1004.

(张先蔚根据 *Physics Today* 1989 年第 2 期第 61 至 66 页编译)