

# 微弱信号检测讲座

## 第七讲 信号平均

翁尧钧

(中国科学院物理研究所)

本讲座的第三讲介绍了锁相放大器利用相关检测原理实现对周期信号振幅的检测。然而,在实际的信号检测中,往往还希望从噪声中恢复信号的波形。它通常是一个很复杂的宽带函数。这时,利用锁相放大器已不再有效,需要借助其它微弱信号检测方法和仪器来恢复原始信号波形。假如被噪声混杂而变得模糊的信号是在已知时刻重复出现的,则可利用信号平均技术使它清晰地复现。BOXCAR 平均器、数字多点平均器和数字 BOXCAR 平均器就是在此基础上发展起来的三种弱信号检测仪器。

### 一、恢复噪声中的信号波形

利用锁相放大器进行测量时,信噪比的改善等于输入噪声带宽与锁相放大器中低通滤波器的等效噪声带宽之比。提高锁相放大器输出信噪比的唯一办法是减小低通滤波器的带宽。但是,低通滤波器带宽的减小受到被测信号带宽的限制。为了不失真地检测出信号中所有频率分量,低通滤波器的带宽必须大于被测信号的带宽。所以,当被测的信号是一个宽带信号时,不仅要获得信号的振幅,而且还希望获得信号的波形,这时利用锁相放大器压缩带宽的方法已无能为力了。

#### 1. 信号与噪声的平均

利用信号平均来恢复被噪声淹没的重复信号是一个常用的方法。例如,我们要测定某一系统的脉冲响应,测量中混有噪声。我们把输入激励脉冲重复多次,并检测系统响应的一系

列输出。只要输入脉冲的时刻是已知的,并且相邻输出的噪声在很大程度上不相关或者完全不相关,那么可以把这一系列输出累加在一起(或取平均),而求得更精确的结果。这是由于每个输出包括有用信号和噪声两部分。当这些输出累加时,有用的信号部分是相加的,而不相关噪声却趋于常量(噪声的平均值)。在第二讲中已经指出,通常,电路噪声的统计平均值为零。因而,当测量系统的噪声主要是电路噪声时,信号平均的结果是噪声趋于零。

如果各相邻输出中的噪声是完全不相关的,则由于平均对信噪比的改善是容易估算的。根据概率和统计方法,不相关噪声总和的方差等于各个噪声方差之和。若噪声的平均值为零,方差即表示噪声功率。在计算 $m$ 个含有噪声的输出之和时,信号的大小增加 $m$ 倍,噪声的方差也增加 $m$ 倍。所以信号幅度与噪声的标准偏差之比就改善 $\sqrt{m}$ 倍。在信号测量中,经常遇到的是零均值噪声,且噪声电压的概率分布一般认为服从高斯分布。这时,方差即表示噪声的平均功率,标准偏差表示噪声的有效值。定义信噪比为信号峰值与噪声的有效值之比,于是,经过 $m$ 次积累后,信噪比有所改善,它与重复积累次数的平方根成正比。积累次数越多,信噪比改善越好。如果噪声在足够低的频率部分具有相当大的功率,则噪声在相继的输出中趋于相关,信噪比的改善将小于 $\sqrt{m}$ 。

#### 2. 实时取样与等效时间取样

信号平均过程是对信号波形上每个部位(足够小的时间间隔内的信号)幅值作多次测量

并加以平均的过程。因而在对信号进行平均处理以前,需按一定的方法抽取信号的瞬时值,该过程称为取样。从被取样信号中抽取的信号称为样品。取样的方法大体可分为两类:实时取样和变换取样。前者是在被取样信号的一次有效持续时间内,取出无失真地复现原信号所必须的全部样品。实时取样是在与信号所在的同一时间刻度上进行的。变换取样也称为等效时间取样,在周期信号或在重复信号中的每个信号周期或每隔整数个信号周期取出一个样品,由这些样品重新组成一个信号,新组成的复现信号的形状与原信号形状相似,但在时间刻度上比原信号增长了若干倍。若每次取样点均比前一次取样点延迟时间  $\Delta t$ , 也即每次取样点都距离被取样信号的起点有一步进延迟时间,则这种变换取样称为步进式变换取样,简称步进取样。

多次取样所得样品的平均处理也可分为两类,一类是利用模拟电路(如积分器、电容等)来实现,另一类是采用数字平均。

### 3. 几种典型的信号平均器

按取样和平均的方式不同,商品信号平均器大体分为三种:BOXCAR 平均器、数字多点平均器和数字 BOXCAR 平均器。BOXCAR 平均器是采用步进取样方式,由模拟积分电路

实现信号平均。数字多点平均器一般指采用实时取样和数字平均的信号测量仪器。数字 BOXCAR 平均器综合了 BOXCAR 和数字平均的特点,并且包括一些数据采集系统具有的信号分析、存贮等功能。但按其取样方式而言,属于 BOXCAR 平均器类型。

## 二、BOXCAR 平均器

### 1. 工作原理

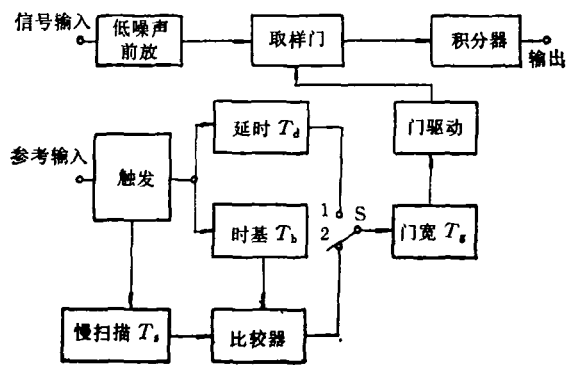


图 1 BOXCAR 平均器原理框图

图 1 是 BOXCAR 平均器原理框图。它由信号通道、参考通道和门积分器三个主要部分组成。信号通道中采用了宽带低噪声放大器,用于放大被测信号。参考通道提供宽度为  $T_g$

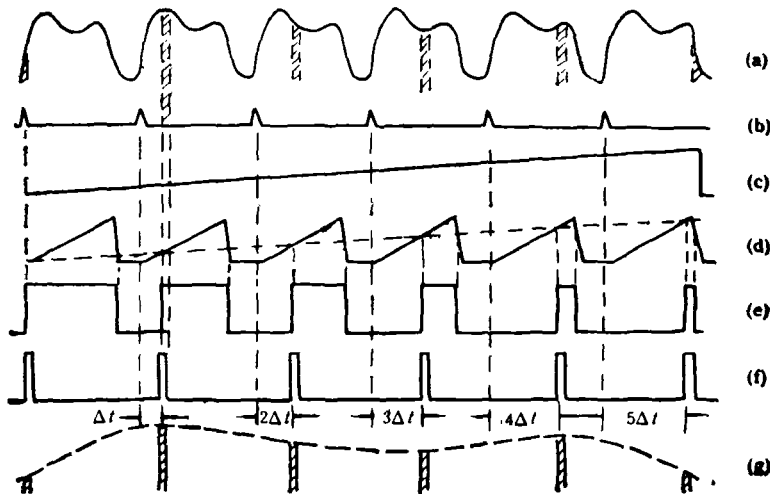


图 2 BOXCAR 平均器波形复现过程示意图

(也叫门宽)并与信号同步的步进取样脉冲。取样门在该脉冲期间被打开,信号被引入积分器。通过取样门的信号在积分器进行积分和平均。

BOXCAR 平均器有两种工作方式: 扫描方式和定点方式。当用扫描方式工作时,图 1 中的开关 S 置于“2”的位置,仪器检测信号波形。波形复现过程如图 2 所示。图 2 中 (a) 为输入信号波形; (b) 为参考信号经触发电路后的同步触发脉冲,用此脉冲去同时触发时基电路和慢扫描电路; (c) 和 (d) 分别为慢扫描和时基波形,时基的宽度  $T_b$  应小于或等于触发信号周期; (e) 为电压比较器输出波形。时基电压和慢扫描电压经电压比较器进行比较得到步进取样脉冲,如图 2(f) 所示。如此形成的门取样脉冲相对于触发脉冲原点的延时是逐个增加的,增量为  $\Delta t$ 。它在输入波形上的取样位置,从左向右逐渐移动。经过足够长的时间,取样脉冲移过整个波形,从而得到形状与输入波形相似而时间上大大放慢了的复制输出信号,如图 2(g) 所示。

当图 1 中开关 S 置于“1”时,BOXCAR 平均器按定点方式工作,取样位置由初始延迟  $T_d$  进行控制和固定。这时,所测量的是离原点为固定延迟的重复信号某部位的平均值,而不是整个波形。

## 2. 信噪比的改善

BOXCAR 平均器无论是定点取样方式还是步进取样方式,都有一个平均方式问题。前面的讨论是以线性累加为基础进行分析的,而实际测量中往往喜欢采用指数平均方式,因为它不会随取样次数的增加而导致输出过载。

从原理上讲,指数平均的BOXCAR平均器其核心部分是由取样门 K、电阻 R 和存贮电容 C 构成的门积分器,如图 3(b) 所示。门积分器有两个功能:一是在取样时间内对被测信号波形的某点作积累平均,也就是积分;二是在取样门断开期间将其样品值保持到下一次取样。当加入一个阶跃电压  $V_i$  时,在门宽期间,开关接通,信号经开关到积分电路给电容 C 充电,使电压上升。而在开关 K 断开时,电容 C 上的电压保持不变,如图 3(c) 所示。电容 C 上的电压随取样触发周期以指数规律逐步上升,它与图 3(a) 的 RC 积分电路相比,积分时间大大增长。

设取样  $m$  次后积分器输出电压上升到  $0.632V_i$ , 则

$$mT_s = T_c, \quad (1)$$

式中  $T_c = RC$  为积分器时间常数。 $m$  次取样积累用去的时间  $OTC = mT$ , 其中  $T$  是取样脉冲周期。 $OTC$  定义为观察时间常数。

$$OTC = \frac{T}{T_s} RC = \frac{T_c}{D}, \quad (2)$$

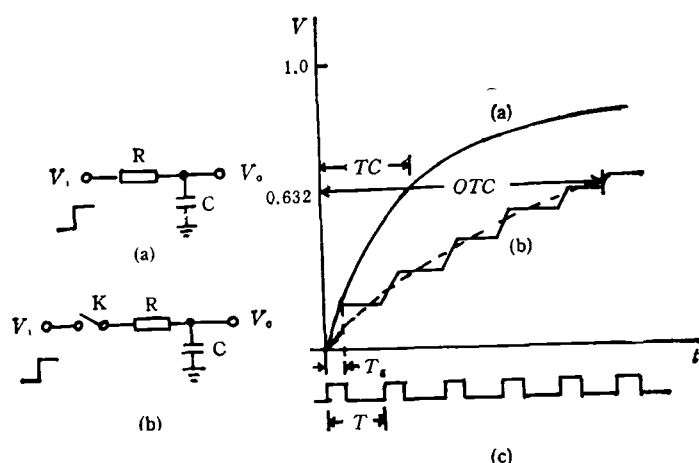


图 3 门积分器的工作方式

$$(a) V_o = V_i[1 - \exp(-t/TC)]; \quad (b) V_o = V_i[1 - \exp(-t/OTC)]$$

式中  $D = T_g/T$  为取样脉冲的占空因子。门积分器的输出符合以下指数规律:

$$V_o = V_i(1 - e^{-t/TC}) \quad (3)$$

随着取样次数的增加,每次取样后输出电压的增量逐渐减小,经过两个观察时间常数的时间后,继续取样,信噪比没有明显改善。所以通常以两倍观察时间内的取样次数来计算信噪比改善。背景噪声为白噪声时,最大可达到的信噪比改善为

$$SNIR = \sqrt{2m} \quad (4)$$

利用(1)式可直接由 BOXCAR 平均器的参数求出信噪比改善为

$$SNIR = \sqrt{\frac{2T_g}{T_g}} \quad (5)$$

上式仅对白噪声是成立的。对非白噪声源,信噪比改善将偏离(5)式给出的结果<sup>[1]</sup>。

### 3. 频响和上升时间

BOXCAR 平均器的频响取决于门积分器的频率特性,其表达式为<sup>[2]</sup>

$$H(\omega) = \left| \frac{\sin \frac{\omega T_g}{2}}{\frac{\omega T_g}{2}} \right| \quad (6)$$

它表明门宽和信号频率分量之间的关系。由(6)式可得门积分器-3db 点截止频率  $f_H$ 。

$$\left| \frac{\sin \frac{\omega_H T_g}{2}}{\frac{\omega_H T_g}{2}} \right| = 0.707, \quad (7)$$

$$f_H = \frac{0.4431}{T_g} \cdot \left( f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} \right) \quad (8)$$

由脉冲技术可知,脉冲上升时间和频带宽度有如下关系:

$$t_r \cdot f_H = 0.35, \quad (9)$$

式中  $t_r$  为上升时间。由(8)式和(9)式可得上升时间与门宽的关系:

$$t_r \approx 0.8T_g \quad (10)$$

上述分析表明,门宽越窄,BOXCAR 平均器的频响越宽,对脉冲前沿的分辨率越高。

### 4. 动态储备

BOXCAR 平均器的动态储备是 BOXCAR 平均器在维持满刻度输出条件下,输入端所能允许的最坏情况信噪比的直接量度,定义为

$$r = \frac{\text{最大允许的不相干输入峰值}}{\text{满刻度同步信号的峰值}} \quad (11)$$

当输入噪声或干扰超过上式所限定的过载电平时,测量将产生非线性误差。由于 BOXCAR 平均器处理的是宽带信号,它所能达到的最高动态储备远小于锁相放大器的动态储备。仪器过载时,可采用信号通道中插入低通滤波器来增加动态储备。低通滤波器的截止频率应高于被恢复波形的最高频率分量。此外,利用一个输入衰减器来提高动态储备也是有效的。

### 5. 最小取样脉冲占空因子

上面已经指出,BOXCAR 平均器工作时,在门宽  $T_g$  时间内,它对被测信号取样,而在两次取样之间,积分器必须“保持”前一次取样后的结果(见图 3(c))。如果积分器有良好的保持特性,则两次取样之间的时间间隔即使很长也不影响测量的精度。反之,仪器的性能会降低。在实际电路中,由于积分器总有漏流存在,它限制了 BOXCAR 平均器不失真工作的最小取样脉冲占空因子。

积分器的保持能力以“保持时间” $P_{max}$  衡量。它定义为误差不超过满刻度 1% 的最大触发周期。 $P_{max}$  是门宽  $T_g$ 、时间常数  $T$  和积分电容  $C$  的函数,其典型形式为<sup>[3]</sup>

$$P_{max} = A \cdot C(1 - e^{-T_g/TC}), \quad (12)$$

式中  $A$  为常数。时间常数和门宽选定后,由(12)式可估算出仪器所允许的最小取样脉冲占空因子。

## 三、数字多点平均器

### 1. 工作原理

数字多点平均器是一种实时取样系统,它在信号的一个周期内要取样多点,并经模数转换和一定的运算后一一对应地存储在存储器相应的存储单元内。它等效于大量 BOXCAR 平均器在不同延迟情况下并联使用。因此在获

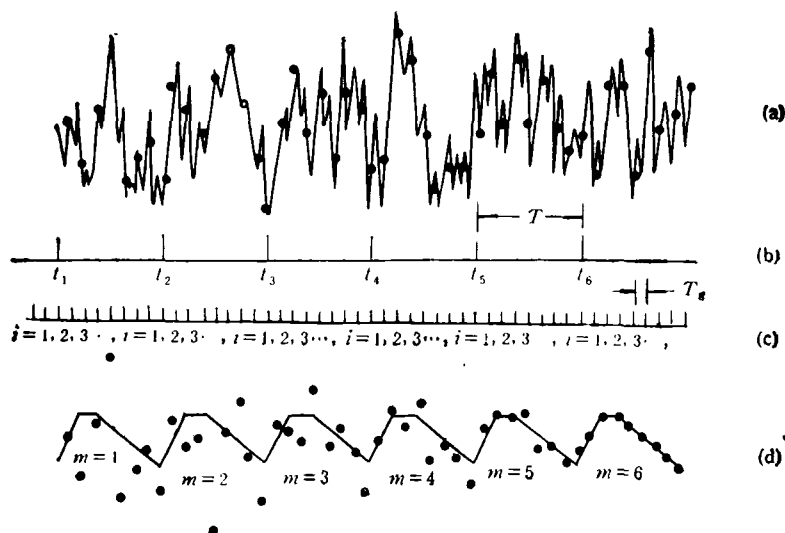


图 4 数字多点平均器的信号平均过程

得同样信噪比的情况下，数字多点平均器恢复波形所需时间仅等于 BOXCAR 平均器测量波形上某一部位的幅值所需的时间，缩短了测量时间。并且，数字多点平均器采用实时取样，因而还具有瞬态记录功能。

图 4 示出了数字多点平均器的几个典型波形。(a)为淹没在噪声中的待测信号，信号周期为  $T$ ；(b)是与被测信号同步的触发信号；(c)是取样脉冲，图中  $I = 8$ ，即表示每次扫描有 8 个取样点。取样时间间隔  $T_g$  为信号周期  $T$  除以取样数  $I$ ， $T_g = T/I$ （忽略每次触发到第一个取样之间的固定延时）。每次取样的样点在图 4(a) 中以圆点标出。图 4(d) 为归一化平均后的输出波形。 $m = 2$ ，两次扫描各相应点的瞬时值相加并除以 2，依次类推。六次扫描后，已得到较清晰的信号波形。实际所得的结果如图 4(d) 中的圆点所示，实线是为帮助观察而附加的。

## 2. 三种平均方式

数字多点平均通常具有三种平均方式：线性平均、归一化平均和指数平均。

线性平均对噪声具有最好的平均效果。当采用线性累加方式时，对第  $i$  个存储单元， $m$  次扫描后累加平均值为

$$A_m = \sum_{k=1}^m f(t_k + iT_g) = \sum_{k=1}^m I_k, \quad (13)$$

式中  $I_k = f(t_k + iT_g)$  是第  $k$  次扫描第  $i$  个样点的瞬时值。

线性累加平均的输出信号随扫描次数增加而增加，对白噪声，信噪比改善为

$$\text{SNIR} = \sqrt{m}^{[4]}.$$

归一化平均克服了线性平均随扫描次数增多会出现输出过载或存储器溢出的缺点，它的计算公式为

$$A_k = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^m I_k = A_{k-1} + \frac{I_k - A_{k-1}}{k}, \quad (14)$$

式中  $A_k$  为  $k$  次扫描后的平均值， $A_{k-1}$  为  $k-1$  次扫描后的平均值。

实际的平均器中用下述近似式代替 (14) 式，便于在电路中实现。

$$A_k = A_{k-1} + \frac{I_k - A_{k-1}}{2^J}, \quad (14a)$$

式中  $J$  是一个自动选择的正整数，使得  $2^J$  最接近于  $k$ 。

归一化平均总的信噪比改善可近似按

$$\text{SNIR} \approx \sqrt{m}$$

考虑，比线性平均略低一点，但它能提供一个稳定的恒幅显示。

指数平均方式适合于在测量期间被测信号不十分稳定的情况下使用。它的性能类似于模拟积分器,信号随每次扫描按指数规律增长,逐渐逼近于平稳的真实波形。指数平均方式的运算公式为

$$A_k \approx A_{k-1} + [I_k - A_{k-1}] \frac{1}{2^n}, \quad (15)$$

式中  $2^n$  为时间常数的加权函数。 $n$  可由面板开关选择,一般取  $0 \leq n \leq 16$ 。

经  $2^n$  次扫描后,输出电压上升到最终稳定值的 63%。于是,指数平均时,可设一个等效的积分时间常数为

$$\tau = 2^n T, \quad (16)$$

式中  $T$  为取样周期。由(4)式,得到指数平均信噪比改善为

$$\text{SNIR} = \sqrt{2m} = \sqrt{2^{n+1}}. \quad (17)$$

### 3. 数字多点平均器的特点

数字多点平均器在每次触发后产生一系列取样脉冲,对被测波形进行顺序取样扫描,经模数转换并进行运算后,存贮到相应的存贮器中,

一直到下一个触发周期获得新的数据。因此,与模拟积分器比较,数字存贮具有良好的保持性能,避免了积分器漏电效应对仪器的影响。

高分辨率的数字化技术需要快速而准确地取样、精确地定时以及高速模数转换等技术。目前一般的数字多点平均器的时间分辨率还不是很,因而它所能恢复的信号最高谐波分量低于 BOXCAR 平均器。

表 1 列出了 BOXCAR 平均器和数字多点平均器几个主要特点的比较。

表 1 BOXCAR 平均器与数字多点平均器的特点比较

	BOXCAR 平均器	数字多点平均器
取样方式	步进变换取样	实时取样
平均器	模拟积分电路	存贮器
平均方式	指数;线性	线性;归一;指数
分辨率	好	差
保持时间	差	好

## 四、数字 BOXCAR 平均器

数字 BOXCAR 平均综合了 BOXCAR 平

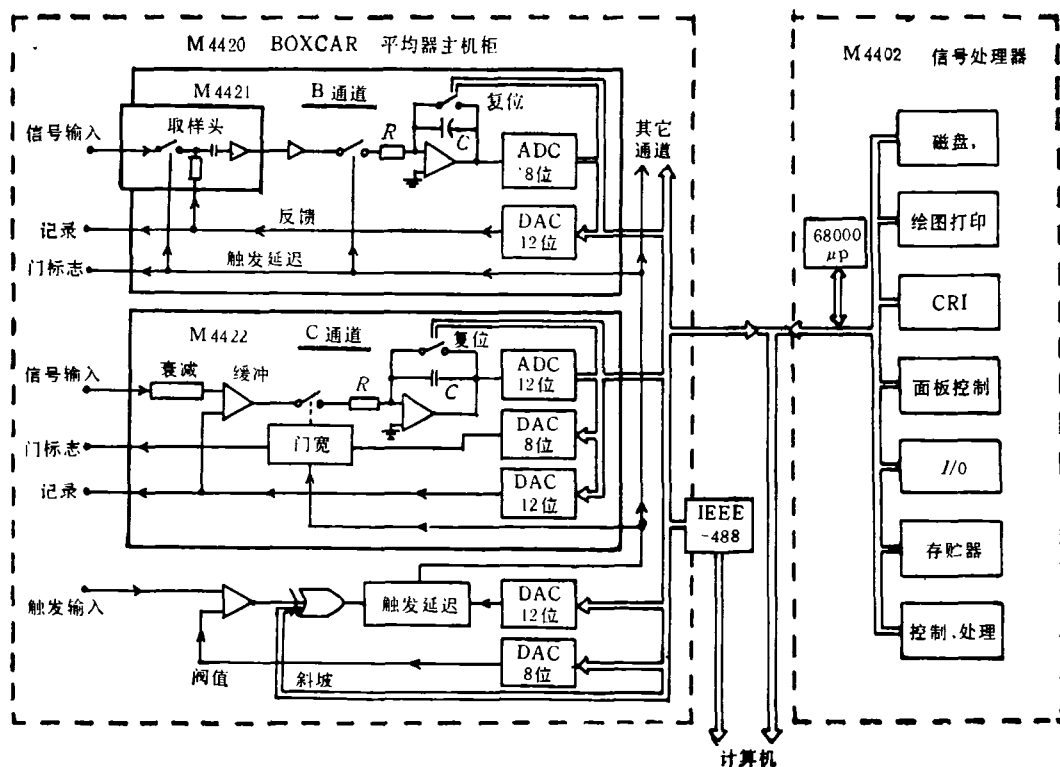


图 5 M4400 信号处理系统框图

均和数字多点平均的特点,具有时间分辨率可变的高速取样、精密的数字信号平均、波形的存贮及显示以及多种数据分析等功能。数字 BOXCAR 平均器除采用上述步进取样方式外,还具有“预”平均方式,即在波形上同一点取样  $N$  次,经  $N$  次累加平均后,再移到下一点取样。

M 4400 信号处理系统是 80 年代后期美国 PARC 公司的商品数字 BOXCAR 平均器,其框图如图 5 所示。它包括 M 4420 BOXCAR 平均器主机和 M4402 信号处理器两部分。

M4420 主机中可容纳任选的四个门积分器插件。图 5 中只画出 B 和 C 通道,其中 B 通道为 M 4421 门积分器(包括一个取样头),C 通道为 M4422 门积分器。主机中还可容纳 A 和 D 通道,共四个通道。四个通道可分别作波形分析、静态门、直方图和基线扣除等处理。另外, M4400 还可对不同通道中相应样点的瞬时值按用户定义的方程进行运算。例如,每次取样后,将 A 通道的样品乘以 B 通道的样品后减去 C 通道的样品。两个通道工作时,可进行相关分析和基线扣除等处理工作。M4400 的平均方式有线性和指数两种。

M4402 信号处理器主要包括前面板控制,波形和数据的显示与存贮,接口及数据后期处理。M4402 具有较丰富的数据处理功能,如 FFT、IFFT、各种曲线拟合、曲线平滑、多种数学运算、波形参量的测量、复数矩阵相乘或除、对复数组求共轭等。

M4402 的功能也可借助于微机实现。利用 PARC 公司 4420/ASYST 软件包和与 IBM 兼容的微机,构成一个全自动的信号检测系统,能执行 4402 信号处理器的许多功能。

最近,PARC 公司又生产了一种新的较经济的积木式 4100 型 BOXCAR 系统。它包括四个部分:BOXCAR 平均器、主机架和电源、两个通道的模数转换器以及数字延时发生器。前两部分是 BOXCAR 系统的最基本组成部分,用户根据需要可再增加其它插件。

- [1] K. Neelakantan and S. Dattagupta, *Pramana*, **11-3** (1978), 295.
- [2] 刘文生等,取样技术原理与应用,科学出版社,(1981), 50.
- [3] Model 162 Boxcar Average, Operating and Service Manual, EG&G PARC, (1980).
- [4] C. R. Trimble, *HP Journal*, No. 4, (1968), 2.

(上接第567页)

新的元激发。第三,这种电磁波-元激发耦合模式对应新的一种元激发的概念,可推广至许多其他凝聚态物理现象中去。

现在,人们通称这类电磁波-极性元激发耦合模为极化激元 (polariton),由 Hopfield 在 1958 年研究光子与激子相耦合而形成激子极化激元时首先正式命名的<sup>[1]</sup>。此后,等离激元、磁子与光子耦合模也相继被发现,而黄先生最先研究的光子-横光学声子耦合模则被称为声子极化激元,它在实验上由 Henry 与 Hopfield 于 1965 年在磷化镓材料中用拉曼散射手段首先观察到<sup>[2]</sup>,引起人们很大的兴趣。

1972 年,在第一次关于极化激元的国际学术会议上,黄先生开创性的贡献得到会议高度评价。会议文集重新刊印了黄昆先生 1951 年

的论文:“关于辐射场和离子晶体的互相作用”(见文献[4]),并誉之为一个里程碑<sup>[3]</sup>。

今天,各种极化激元已经作为一种基本运动形式在固体光学各个领域中得到深入的研究,并得到广泛的应用。而黄先生在该领域开拓性的贡献以及黄方程记载在各种固体物理教科书上,铭记在人们的心中。

- [1] M. Born and K. Huang, *Dynamical Theory of Crystal Lattices*, Oxford, (1954).  
黄昆,固体物理学,人民教育出版社,(1966).
- [2] K. Huang. *Nature*, **167**(1951), 779.
- [3] K. Huang. Report L/T 239(1950)
- [4] K. Huang. *Proc. Roy. Soc. (London) A*, **208** (1951), 352.
- [5] J.J. Hopfield, *Phys. Rev.*, **112**(1958), 1555.
- [6] C.H. Henry and J.J. Hopfield, *Phys. Rev. Lett.*, **15**(1965), 964.
- [7] E. Burstein and F. Martini, *Polariton*, Pergamon Press, New York,(1972).