非线性声学概述

钱 祖 文

(中国科学院声学研究所,北京 100080)

本文扼要地介绍了非线性声学中大家关心的内容,包括冲击波的形成过程、声参量阵的主要特性、非线性参数和三阶弹性常数、空化和声辐射压力、声学中的混沌现象及孤波等问题.

如果在远处爆炸一颗原子弹,除了粒子和光辐射的影响之外,还有冲击波对人产生伤害,那么冲击波是如何形成的呢?这就涉及到非线性声学这门分支学科.

大波等海洋开发可直接应用的信息.该仪器特别适用于测量长周期波浪,在毛里塔尼亚努瓦克肖特港建设中,测出周期为 206s 的波浪,解决了西方没有解决的建港问题.该所提出利用不同频率声波在深海海底沉积物表面及不同直径锰结核上的反射波的不同,设计多频测深仪,由美国雷声公局根据此设计思想制成设备,在太平洋 5 000m 深海盆中探测到大面积的锰结核富集区.更可喜的是,在老专家带动下,一大批能打硬仗的中青年海洋科技队伍正在茁壮成长.

另一方面,我国目前在水声方面,有一支实力相当雄厚的理论队伍、技术队伍和设计制造队伍.这两路大军的汇合,就为我国海洋开发具备了优越的技术力量.

我国的渤海、黄海、东海及南海总面积约 470 万平方公里,海岸线长 18 000 多公里,横跨热带、亚热带以及温带,气候条件适宜,自然条件优越,资源非常丰富.我国海洋渔场面积约 22 亿亩,海洋水产年产量达 300 多万吨,海洋石油储量丰富. 西方专家说:“中国的海洋经济开发如获成功,将会对中国经济结构产生巨大的影响,中国能源工业最终可能超过美、苏.”我国海洋能源仅潮汐能一项,可开发量约 3.5×10^7 kW,目前利用的还不到三千分之一. 我们辽阔富饶的海洋的开发利用,对整个国民经济的发展具有非常重要的战略意义.一些国家已把海洋开发利用当成基本国策.在我国,国家海洋局在太平洋配合我洲际导弹试验测量重磁、水文及气象,与美国合作在西太平洋实行长期的 TOGA 计划,研究海气交换,对分析全球气候,预防厄尔尼诺等灾害性天气都有很大作用,在南极洲乔治王岛建立我国第一个试验站——长城站,并在南大洋进行综合调查.与日本合作,进行多年黑潮调查.与法国合作,进行围隔生态研究.

在国家海洋局组织下,我国进行了全国海岸带调查,海洋能源普查,建立了全国污染监测网和水文气象数据浮标网、沿海台站水文气象监测网.

我国建立了海洋标准计量中心,温度、盐度、压力标准及测试设备已达到世界先进水平,如研制的精密电导率比测试设备和系列标准海水都达到 1978 年国际实用新盐标的要求,得到权威专家的称誉. 温盐槽和 1 000 atm 压力试验容器都具有世界水平.

中国科学院各海洋研究机构也做了大量的创造性的工作,为我国海洋事业作出很大贡献,限于篇幅,这里就不叙述了.

海洋开发已为日本以及其它一些国家列为高技术项目之一.根据我国海洋队伍和水声队伍的实力以及我国具体情况,早日将“海洋开发技术”列为高技术,瞄准国际上这方面的发展前沿,积极跟踪,我们认为是很有必要的.

一、什么是非线性声学？

在我们所熟知的线性声学领域，介质服从胡克定律，其运动也遵守线性方程，在这样的情况下，一列正弦波在其传播过程中波形不变．但当介质的非线性或者运动的非线性不可忽略时，情况就显得很复杂．即使在理想流体中，流体的运动服从欧拉方程[1]

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v}\right)=-\nabla p. \qquad (1)$$

其连续性方程和物态方程分别为

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})=0, \qquad (2)$$

$$p=p(\rho,S), \qquad (3)$$

式中 ρ 为介质密度，p 为压力，S 是熵函数，$\boldsymbol{v}$ 为流点的速度矢量．显然，这三个方程都是非线性的．(1) 式左端括号中的第二项称为对流项，它描述了运动的非线性性质．如将(3)式进行泰勒展开，准确到二阶项，则物态方程中就出现非线性项，通常称它为介质非线性．而连续性方程［即(2)式］，则有运动非线性和介质非线性的混合项．如果忽略上述方程中的全部非线性项，则方程就化为线性声学问题，否则就属于非线性声学范围．一般说来，寻求后一问题的解析解是很困难的．

二、冲击波的形成

1860 年，Riemann 和 Earnshaw 各自独立地发表了上述方程在一维情况下的简单波解．所谓简单波有点象线性波动理论中的行波，对这种波来说，如果它的速度波的波形给定，则压力波及密度波等的波形即为已知．理论表明，简单波的传播速度(在二级近似下)为

$$U\simeq c_0+\beta v, \qquad (4)$$

式中 c_0 为小振幅波的传播速度，v 为介质中流点的运动速度，β 称为介质的非线性系数．这个结果表明，一列正弦式声波在介质中传播时，运动速度大的地方(波峰)波传播得快，运动速度小的地方(波谷)波传播得慢．由于任何一点的质点速度都不会出现多值现象，故经过充分长的时间后，正弦波会发展成为锯齿形波．图 1(a) 是无限延伸正弦波的一段，图 1(b) 表明它传播了一段距离后产生波形畸变，图 1(c) 中的实线表示已形成的锯齿波，虚线表示的波形不可能存在，因为这里出现了速度多值现象．显然，在图 1 中的节点处(这里只画出一个周期的波形，但所表示的都是无限延伸正弦波的变形过程）的两侧，质点速度由正到负的变化很陡，在这附近产生很大的压力，声雷诺数越大，则变化越陡，从而压力越大．根据傅里叶变换，任何扰动总可以分解成许多正弦波的叠加，它们分别在不同的距离(即所谓冲击波形成距离)形成速度变化很陡(压力很大)的薄层，因此，巨大的扰动(如核爆炸)会产生巨大的压力（冲击波压力)，它足以摧毁地面建筑，造成可怕的杀伤，这就启发了某些人企图制造非线性次声武器．与此相关联的，在大型发动机或重型火炮场附近，冲击波对人和地面建筑物也会有影响，故它的防护问题甚为重要．

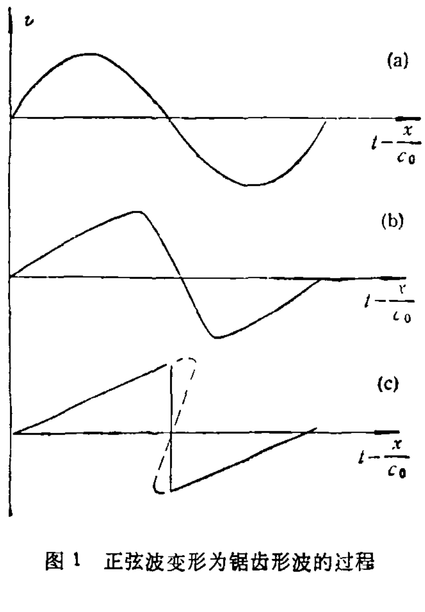

图 1　正弦波变形为锯齿形波的过程

三、声散射声和声参量阵[2-4]

尽管人们很早就观察到非线性现象，但由

于当时的条件限制，人们仅仅作为学科的研究内容，其目的性并不太明确，甚至认为研究它是为了避免产生它．1952年，Lighthill 发表了著名运动流体发声理论，几年之后，Ingard 和 Westervelt 等人分别应用上述理论先后研究了声散射声现象．所谓声散射声是指一列声波在介质中传播时改变了介质的平衡性质，致使另一列声波是在扰动了的介质中传播，可能会发生散射．可以证明，两列不同频率的平面波(称它们为原频波)相互作用时，如果二者的传播方向不同，则声散射声很弱，若传播方向相同，则声散射声较强，且以和频波及差频波等形式出现．根据这个原理，1963年 Westervelt 发表了声参量阵这篇著名的论文．这种阵有两个重要的优点：第一，有超指向性，即利用小尺寸(小一个数量级)的声换能器可以产生波束很窄、旁瓣很小的声场．对于差频波来说，其半功率束宽 ν_d 为

$$\nu_d = 4\sqrt{\frac{\alpha_0}{k_s}}, \qquad (5)$$

式中 α_0 为二个原频波的声吸收系数的平均值，k_s 为差频波数．图2是一张活塞型换能器指向性示意图，其中的虚线表示某固定换能器发射二个原频波时在介质中产生的差频波(即参量阵)的指向性，实线表示用相同的换能器直接发射的声波，其频率等于上述差频频率．可以看出，根据非线性声学原理所产生的差频波比起用线性声学原理直接发射的声波其指向性有很大的改善．声参量阵的另一个优点是有很宽的频带，因此具有较大的信息容量和很高的保真度，从而有可以获得较高的信号处理增益以及能够以较高的保真度传输信息．而参量阵的缺点是它的低效率，特别是在功率不太大的情况下更为突出．不过，“想要马儿好，又要马儿不吃草”是不现实的．事实上，声参量阵的两大优点正是以牺牲效率为代价的．

不仅有参量发射阵，还有参量接收阵，后者尚在探索阶段．声参量阵技术在水下目标探测、信息传输及海洋工程等方面正逐步得到应用．

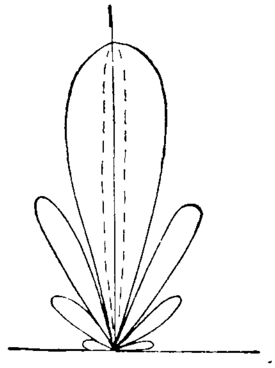

图 2

四、非线性参数和医学诊断[5]

将(3)式在等熵过程展开到二阶项我们有

$$p = p_0 + A\frac{(\rho-\rho_0)}{\rho_0} + \frac{B}{2!}\frac{(\rho-\rho_0)^2}{\rho_0^2}, \qquad (6)$$

式中 p_0 和 ρ_0 分别为平衡压力和平衡密度，

$$A = \rho_0 c_0^2,\ B = \rho_0^2\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_s. \qquad (7)$$

定义

$$\frac{B}{A} = \rho_0 c_0^{-2}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_s \qquad (8)$$

为介质的非线性参数，它是非线性声学在二级近似下的一个新的特征参数．按线性声学原理设计的超声医学诊断仪器是以声阻抗作为特征参数的．近年来人们应用非线性参数作为新的特征量，正在研制非线性声学层析诊断仪，人们预期它可能会对早期癌变诊断作出贡献．

五、空化和气泡的有限振幅振动[6,7]

由于某种原因使得液体中出现空腔，则说液体中出现了空化．例如水中物体的高速运动，使其中压力减小甚至出现负压，则在水中产生空泡，这种现象称为动力空化．如果水中有足够强的声波，在声压的负半周区域可能产生空泡，这样产生的空化称为声空化．激光束和粒子束也能在水中产生空化．当然，还有其他空化方式，这里不一一叙述．因为声空化现象能够很方便地产生，加上空化气泡的振动，伴随

产生了声辐射，故声学方法成为空化研究的有效手段。

理论和实验表明，固体边界附近产生的空化气泡会形成射流，其尖端对着固体，这个尖端产生的冲力相当于用榔头在钢板上钉一个钉子那样，它有可能在钢板上冲出麻点，这种现象叫做空蚀。舰船的螺旋浆转速很高，其叶片的尖端空蚀很严重，这就促使当年的英国皇家海军当局下令研究空化问题。

空化问题的基本理论是气泡的非球形有限振幅振动，它也是从非线性运动方程、连续性方程及物态方程出发，加上适当的边界条件(由于“非球形”及振幅较大，很少用微扰法处理，不同的研究者往往附加一些特殊的假设)，将偏微分方程组化成非线性常微分方程，然后求数值解。这类假设有可能使原来有解的问题成为超定。实验常用声学方法、动力学方法和粒子束(包括光束)方法产生空化，用声换能器接收声辐射，用高速摄影术来观察气泡的形成、振动和毁灭过程。

空化不仅在局部产生高压，还能产生高温点，此外空化还能产生光辐射等一系列有趣的现象。 空化现象除了在军事有上述应用以外，近年来国内外正在探索微空化气泡在超声医学上应用的可能性。而气泡的有限振幅振动可以出现声学混沌，这将在下面提到。

六、声辐射压力[8]

在线性声学范围内，如果声场是时间的周期函数，则声压的时间平均值为零。但在非线性声学范围，则出现一个时间平均值不为零的“直流”压力，由于它的存在，使得声场中的物体受到一种称之为辐射压力的作用。历史上曾出现过两种辐射压力的定义，即所谓瑞利辐射压力和朗之万辐射压力。前者定义为拉格朗日平均压力与静压力之差，后者定义为界面前后的平均压力差。不同的作者对同一种压力的计算结果尚有差异，理论上有待统一。

声辐射压力应用较广，利用它可以模拟失重状态，从而为航天界所重视。

七、固体三阶弹性常数与固体结构[9,10]

与流体中的非线性参数相对应的特征量是固体的高阶弹性常数，在二级近似下是三阶弹性常数（TOE）。对于各向同性固体来说，独立的三阶常数有三个，对称性最高的立方晶体有六个，一般固体有 56 个。固体中的非线性声学与固体物理的联系日益紧密，各阶弹性常数与固体的力常数及其结构参数也逐渐建立联系，故非线性声学方法给固体结构研究提供了一个新的途径。 更重要的是，TOE 可以作为无损检测的一个新的特征参数，为检测固体裂缝、缺陷和金属疲劳等提供了一种新的手段。

八、声学中的混沌现象[11-14]

自然界很多事物总是按非线性规律变化，通常将这类变化方程归纳为

$$\dot{x}(t) = F_{\lambda}[x(t)] \tag{9}$$

的形式，(9)式称为演变方程，F 是一个非线性函数，下标 λ 称为系统的控制参数。当它按一定顺序变化并达到某个值时，系统的性质愈来愈不易确定，最终过渡到所谓混沌状态。值得提一下，过去人们总以为只有系统掺进随机因素才可能发展到无规状态，可是这里所说的混沌状态却是从确定的系统经过非线性变化发展起来的。 正因为这样，有人称它为确定性混沌。到目前为止，已经找到三种方案通过分岔可以过渡到混沌，其中最普遍的一种方案称为倍周

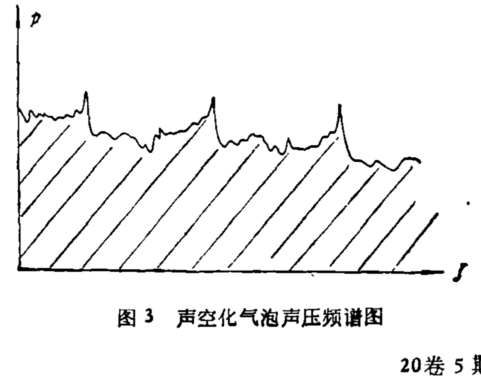

图 3 声空化气泡声压频谱图

期分岔方案．近年来，在声学方面已观察到几个混沌现象．第一个是用声换能器在水中产生空化气泡，气泡作非线性振动，出现倍周期分岔，当激励声压超过某个阈值时，频谱图上呈现连续谱（图3）．第二个是在扬声器系统中观察到混沌现象（图4）．关于过渡到混沌现象的理论证明，都是从非线性方程出发的，从波相互作用观点来说，方程中的非线性项相应于多个波的相互作用，因而能产生各种频谱分量．这一点在倍周期分岔方案中更易被理解．

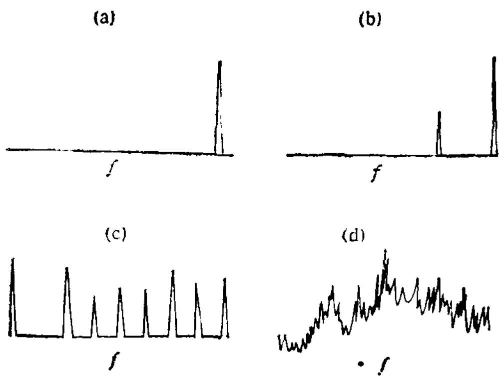

图4　扬声器倍周期分岔过渡到混沌示意图

九、孤波与孤子[15,16]

根据简单波理论，介质的非线性和运动的非线性都会使得扰动的波形变陡．另一方面，如果介质对声波有频散（dispersion），即使得声波的相位速度与频率有关，它会使得扰动波形散开．因此可以想象，如果频散效应和非线性效应相互抵消，则使得介质中的扰动具有"永恒"的波形，即出现孤波．第一个留心观察到并列入科学文献的孤波，是由 J. Scott-Russel 于1834年在莱茵河某支流上看到的一个耸立的水峰，它在水上传播了数公里之远，直到河道拐弯处才消失．这一现象，在过了六十个春秋之后才被 Korteweg-deVries 求得的 KdV 方程的解析解所解释．

1984年，我国声学工作者吴君汝及其同事在美国加州大学洛杉矶分校的小水槽中观察到双孤波，它们在一定的范围内沿槽长方向来回运动，到目前为止，还不能对这一现象作出满意的解释．

如所周知，孤波不一定都是孤子，只有这样一类孤波，在它们相遇（碰撞）分开之后保持其"粒子"性（例如按某些作者的观点，是指保持其形状和传播速度不变）的那些孤波才称为孤子，一个反例是神经脉冲是孤波但不是孤子．孤子和孤波存在于自然界的各个领域，从数学上研究得较多的是下述几类方程具有的孤子解，即除了上述的 KdV 方程之外，还有 Sine-Klein-Gordon (SKG) 方程，非线性 Schrödinger (NLS) 方程以及 Toda 晶格差分方程等都有孤子解．一般说来，任何满足狄里赫利条件的物理量都可以用傅里叶级数展开来表示，在波动学上相当于用各阶谐波的叠加来表示所论问题的解，而各阶谐波相互独立．但在非线性波的领域，各阶谐波并不独立，但孤子解却是相互独立的，这是否会给人们带来解决非线性问题的某些启示?

限于篇幅，本文只介绍了非线性声学中几个方面的内容梗概，其他如非线性声学边界值上的困难，声冲流等方面的进展及存在的困难，本文均未作介绍．

虽然非线性声学是一个特殊的声学分支，但其中很多问题却普遍存在于其他科学领域之中．另一方面，由于声波有自身的独特之处，如频域宽，实验测量较为直观等，故发展非线性声学不仅具有学科意义和广泛的应用价值，而且还可以对非线性科学的发展作出其应有的贡献．

[1] O. V. Rudenko and S. I. Soluyan, Theoretical Foundations of Nonlinear Acoustics, Consultants Bureau, New York and London, (1977).
[2] 钱祖文，物理学报，**25**(1976)，472；**37**(1988)，221.
[3] Z. W Qian, Frontiers of Nonlinear Acoustics 12th ISNA, Elsevier Applied Science, London and New York, (1990), 283.
[4] P. J. Westervelt, *J. Acoust. Soc. Am.*, **35**(1963), 535.
[5] 钱祖文，应用声学，**6-3**(1987)，1.

自 然 现 象 中 的 噪 声

Bruce J. West

一、时空频率的无规性

1733 年，J. 斯威夫特（J. Swift）在一首诗中写道：

于是，博物学家发现，
小跳蚤们折磨大跳蚤，
更小的跳蚤又来捉弄它们，
生生不息，无休无止.

这几行诗揭示了物理学和生物学中一个重要概念，它表明我们观察到的许多自然现象中的动力学行为实际上是一系列不可见的层次间运动的结果. 从一个层次到另一个层次的细微运动是由尺度因子来表征的. 斯威夫特考虑到不同尺度下现象的自相似性：大尺度中的现象以不断缩小的同样形式在更小的尺度中重复. 现在称具有这种特点的过程为分形. 对于分形至今没有一个简单的定义，对它的描述总是体现出这样的观点，即整体是由与它相类似的部分所组成的.

为了描述一个动力学过程，我们把不同的时间尺度(频率)组成一个特征频谱. 这个频谱可揭示出动力学过程中能量在各种不同类型运动中是如何分布的. 一个谐振子只有一个单频频谱，而一个随机的时间序列却有着很宽的频谱，动态过程是被这大量的频率所支配的. 一个分形过程或分形时间序列则完全不同，它们没有特征尺度. 它的频谱是负幂次率的，可以用 $1/f^{\alpha}$ 表示，其中 f 为频率，α 是一个正数.

显然，我们既可以讨论时间序列，也可以讨论空间序列. 在一个空间序列中，频率对应于每米的循环数；在时间序列中，频率对应的是每秒的循环数，而它们的负幂次频谱是分形过程标度不变性的反映. 我们把这类具有分形或标度不变性的自然现象称为 $1/f$ 现象.

1738 年，丹尼尔 · 伯努利引进一个利益函数（utility function）来描述 $1/f$ 现象. 他对个人的行为特征感兴趣，就用利益函数来表示个人的社会福利. 他认为对于具有不同 f 值的人来说，改变量 Δf 具有不同的价值. 例如用 f 表示一个人的收入水平，显然他的收入越高，则改变量 Δf 就越不重要. 伯努利指出，当具有不同收入的阶层进行交易时，只有在 $\Delta f/f$ 相同时，交易才是平等的. 按照他的观点，在一桩交易中，个人的利益可以用函数 $U(f)=\log(f/f_0)$ 来表示，这里 f_0 是维持生活所需的某个下限. 当 $U(f)$ 是对数函数时，利益函数的相对改变量是 $\Delta f/f_0$，它与 f 的单位（即过程的尺度）无关. $U(f)$ 函数的导数是 $1/f$ 型的. 后面我们还将多次讨论这种对数型的 $1/f$ 现象.

尽管很多生物系统和社会组织可以用这类函数描述，但个人的社会行为显然不能用如此

[6] R. T. Knapp et al., Cavitation, McGraw-Hill Book Comp., (1970).

[7] Z. W. Qian (钱祖文), Proc. China-Japan Joint Conference on Ultrasonics, Nanjing, (1987), 175.

[8] Boa-Teh Chu and R. E Apfel, *J. Acoust. Soc. Am.*, 72(1982), 1673.

[9] Z. W. Qian, *J Acoust. Soc. Am.*, 86(1989), 1965.

[10] M. A. Breazeale and P. Jacob, Physical Acoustics, ed. Mason W. P. and Thurston, Academic, New York, (1984), Vol. 17, 2.

[11] W. Lauterborn and E. Cramer, *Phys. Rev Lett.*, 47 (1981), 1445.

[12] W. Lauterborn and U. Parlitz, *J. Acoust. Soc. Am.*, 84(1988), 1975.

[13] Bai-lin Hao, Chaos, World Scientific, Singapore, (1984).

[14] Guoqing Miao (缪国庆) et al., 3rd Western Pacific Regional Acoustics Conference, Shanghai, (1988), 885.

[15] A C. Scott et al., *Proc. IEEE*, 61(1973), 1443.

[16] J. Wu et al., *Phys. Rev. Lett.*, 52(1984), 1421.