自然现象中的噪声

Bruce J. West

一、时空频率的无规性

1733 年，J. 斯威夫特（J. Swift）在一首诗中写道：

> 于是，博物学家发现，
> 小跳蚤们折磨大跳蚤，
> 更小的跳蚤又来捉弄它们，
> 生生不息，无休无止。

这几行诗揭示了物理学和生物学中一个重要概念，它表明我们观察到的许多自然现象中的动力学行为实际上是一系列不可见的层次间运动的结果．从一个层次到另一个层次的细微运动是由尺度因子来表征的．斯威夫特考虑到不同尺度下现象的自相似性：大尺度中的现象以不断缩小的同样形式在更小的尺度中重复．现在称具有这种特点的过程为分形．对于分形至今没有一个简单的定义，对它的描述总是体现出这样的观点，即整体是由与它相类似的部分所组成的．

为了描述一个动力学过程，我们把不同的时间尺度（频率）组成一个特征频谱．这个频谱可揭示出动力学过程中能量在各种不同类型运动中是如何分布的．一个谐振子只有一个单频频谱，而一个随机的时间序列却有着很宽的频谱，动态过程是被这大量的频率所支配的．一个分形过程或分形时间序列则完全不同，它们没有特征尺度．它的频谱是负幂次率的，可以用 $1/f^{\alpha}$ 表示，其中 f 为频率，α 是一个正数．

显然，我们既可以讨论时间序列，也可以讨论空间序列．在一个空间序列中，频率对应于每米的循环数；在时间序列中，频率对应的是每秒的循环数，而它们的负幂次频谱是分形过程标度不变性的反映．我们把这类具有分形或标度不变性的自然现象称为 $1/f$ 现象．

1738 年，丹尼尔·伯努利引进一个利益函数（utility function）来描述 $1/f$ 现象．他对个人的行为特征感兴趣，就用利益函数来表示个人的社会福利．他认为对于具有不同 f 值的人来说，改变量 Δf 具有不同的价值．例如用 f 表示一个人的收入水平，显然他的收入越高，则改变量 Δf 就越不重要．伯努利指出，当具有不同收入的阶层进行交易时，只有在 $\Delta f/f$ 相同时，交易才是平等的．按照他的观点，在一桩交易中，个人的利益可以用函数 $U(f)=\log(f/f_0)$ 来表示，这里 f_0 是维持生活所需的某个下限．当 $U(f)$ 是对数函数时，利益函数的相对改变量是 $\Delta f/f_0$，它与 f 的单位（即过程的尺度）无关．$U(f)$ 函数的导数是 $1/f$ 型的．后面我们还将多次讨论这种对数型的 $1/f$ 现象．

尽管很多生物系统和社会组织可以用这类函数描述，但个人的社会行为显然不能用如此

[6] R. T. Knapp et al., Cavitation, McGraw-Hill Book Comp., (1970).

[7] Z. W. Qian (钱祖文), Proc. China-Japan Joint Conference on Ultrasonics, Nanjing, (1987), 175.

[8] Boa-Teh Chu and R. E Apfel, *J. Acoust. Soc. Am*., 72(1982), 1673.

[9] Z. W. Qian, *J Acoust. Soc. Am*., 86(1989), 1965.

[10] M. A. Breazeale and P. Jacob, Physical Acoustics, ed. Mason W. P. and Thurston, Academic, New York, (1984), Vol. 17, 2.

[11] W. Lauterborn and E. Cramer, *Phys. Rev Lett*., 47 (1981), 1445.

[12] W. Lauterborn and U. Parlitz, *J. Acoust. Soc. Am*., 84(1988), 1975.

[13] Bai-lin Hao, Chaos, World Scientific, Singapore, (1984).

[14] Guoqing Miao (缪国庆) et al., 3rd Western Pacific Regional Acoustics Conference, Shanghai, (1988), 885.

[15] A C. Scott et al., *Proc. IEEE*, 61(1973), 1443.

[16] J. Wu et al., *Phys. Rev. Lett*., 52(1984), 1421.

简单的数学形式来概括．我们所看到、听到、闻到、尝到和经验到的事物都在不停地变化，而我们对变化的感觉是不均衡的．G. 弗赫纳（G. Fechner）在上世纪用实验证明人实际上是对刺激的变化作出反应，而不是对刺激本身的大小作出反应．如果刺激是频率，则我们是对 $\Delta f/f$ 而不是对 f 作出反应．虽然这是一个以生物学为基础而不是社会学的行为，但这个研究工作仍然有力地支持了伯努利的观点．现在我们已经知道人体对各种刺激——电击，灼热，皮肤上的压迫，举起重物等的反应是不均衡的．所以，用标度不变的对数函数 $\log f$，要比用 f 来描述生物与社会现象似乎更合适．复杂系统包含有大量的相互作用，它们使系统形成一定程度的不确定性，这种不考虑前因后果的特性是与现象呈现 $1/f$ 行为有关．我们把这类不确定的或不稳定的动力学行为归入为噪声．对这种不确定的现象我们只能对它未来的可能状态作一些预测，但不能精确地知道它的演化过程．现在一般用一个几率分布函数来描述未来可能态的频率．这个几率分布函数反映了系统的复杂性，但与构成系统机制的细节无关．几率分布函数的这种普适性使 $1/f$ 现象能广泛地存在．

二、从正态分布到对数正态分布

以钟形曲线为特征的正态分布是大家所熟悉的．19世纪英国怪人 F. 盖尔顿爵士（F. Galton）曾这样论述过正态分布："没有任何事情比用误差率表示的宇宙秩序更能给想象力以深刻印象．希腊人当年如果知道这个定律，一定会对它顶礼膜拜的．它平静地支配着最无秩序的混乱状态．当乌合之众越多，状态表现得最混乱，它的支配作用最完美．所以，这是一条描述混乱的最高法则．当大量混沌因素按大小有序地排列起来时，就会自始至终地存在着一种想象不到的，具有美学的规律性．"这里盖尔顿指出了正态分布的这样一个事实，在整个系统中出现的规律性与稳定性是和系统中个体行为的多变性无关．为此，盖尔顿收集了各种统计数字，包括双生子的特征、打呵欠的频率、平均寿命、妇女的不育率以及生理和智力的遗传作用等．他把正态分布引入到社会科学和人类行为的统计中．尽管盖尔顿很赞赏正态分布，但他仍认为对某些类别的事件用几何级数描述要比用算术级数或调和级数为好．换句话说，这类过程用对数正态分布描写要比用正态分布好．

对数正态分布是指给定变量 x 取它的对数 $\log x$ 后，变为正态分布的对数分布，它具有标度不变性．盖尔顿在这里举了一个对数分布（至少部分是对数正态分布）的例子（西方国家中的个人收入）．图1是美国1935—1936年收入水平与人口百分率的双对数图．从图1中可以看出人口中的97%是满足对数正态分布的，而2—3%的高收入者是服从负幂次律的．把收入分布与人类身高分布作一比较是很有趣的．人类身高分布是一个典型的正态分布．两者的区别是：对于身高分布，你若要找一个比你高50%的人的概率是一个有限值，找一个比你高两倍的人的概率几乎等于零．而想找一个比你高十倍的人，则肯定是不可能的．但对于收入分布，找一个收入比你高十倍的人的概率并不等于零，甚至于找一个比你收入高100的人也是可能的．这种极端值的出现，来源于收

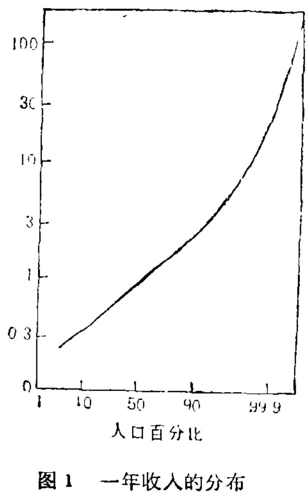

图1　一年收入的分布

入分布中的长时尾效应。

俄国科学家科莫哥洛夫（Kolmogorov）根据破缺理论（theory of breakage）对对数正态分布提出了论证。他举了一个对数分布（至少部分是对数正态分布）的例子(西方国家中的个人收入)。首先假定获得一定量的收入水平是由一系列的辅助因素来决定，这些因素是：社会背景、教育程度、个性、技术水平、交际能力、动机、时机与运气和冒险精神。然后，让每个人对这八个因素具有不同的概率，这时个人的收入水平就正比于八个概率的乘积，表示为 $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6 \cdot P_7 \cdot P_8$。如果收入分布满足独立概率乘积定理，则该分布是对数正态分布。对于正态分布和对数正态分布我们还可以用两句格言来表示它们之间的差别。一句是“足骨联着踝骨，踝骨接着胫骨，……”，它表明骨骼的相加性构成了身体的高度；另一句是“没有钉子就会失去蹄铁，没有蹄铁就会失去马……”，这说明了连锁事件的放大效应。对于第一种情况，如果略去某一项不会对总结果产生什么影响；但对于第二种情况，某一单项的失去会使整个过程断裂。正是这种以隐含着的倍增性，造成了分布的长时尾效应。这也与经济学家所谓的比例效应有关。比例效应说的是：变量 f（例如个人的收入）的改变量 Δf 是变量值中的一个随机部分，所以无量纲的相对值 $\Delta f/f$ 是梯度随机变量。当对数正态系统愈复杂，分布的范围愈宽就愈具有 $1/f$ 行为的性质。目前已证明具有这种 $1/f$ 行为的现象有语言学方面的词的使用频率，生理学方面的人体心电图与脑电图，经济学上的股票价格等。

三、噪音

分形之父——B. 曼德尔布罗特（B. Mandelbrot）提出用声音来形象化地说明这种自相似的时间序列。例如记录下一首小提琴的乐曲，然后用不同的速度放录音，这时小提琴的独特音质就会被扭曲或破坏。这表明小提琴的声音有一个特征时间尺度，但另一类声音的音质却不随放音速度的改变而变化，这类声音被称为“尺度噪音”。最简单的一个尺度噪音的例子是白噪声，即一种无特色的嗞嗞声，如流水的声音，它用任何速度播放都是同样的单调乏味。收音机上广播间隙时的静电声，没有信号时电视上雪花发出的声音也都有这个特点。白噪声中的时间涨落是无关的，即相关函数等于零。另一种不同的尺度噪声是布朗噪声，它的时间涨落在一个特征时间尺度内是强相关的。白噪声的频谱与 f 无关，而布朗噪声的频谱由 $1/f^2$ 决定。

1978 年，R. F. Voss 和 J. Clark 提出一种“随机音乐”的制作方法。他们用一个规定的分布函数来随机地选择音符和特定音符的使用频率。显然，“白音乐”听起来完全是杂乱的，音符间毫无关联。由布朗噪声产生的“布朗音乐”听起来尽管比白音乐好一点，但由于音符间相关很强，它也缺乏传统音乐中引人入胜的自然悦耳。实际上，传统音乐是 $1/f$ 现象的另一个实例。$1/f$ 频谱的音乐正好处于无关联白噪声的平坦频谱与布朗音乐陡峭的 $1/f^2$ 频谱之间。对古典音乐（巴赫、贝多芬、莫扎特……）和现代爵士音乐的分析表明，它们都具有 $1/f$ 频谱。所以，尺度噪音的确抓住了音乐的本质。$1/f$ 噪音不但对人有美的感染力，它对生物系统还有其它的作用力。例如，它可以减轻由皮肤的电刺激所带来的痛苦。这一治疗方法起源于公元 46 年，从 1855 年起已在临床上得到应用。最近用实验方法比较了不同随机模拟谱的作用效果，发现白噪声由于太没有规律，会使病人产生某些恐惧感；$1/f^2$ 谱的布朗音乐使病人感到单调乏味。在大多数情况下，$1/f$ 噪声受到欢迎，它减轻了由肿瘤和腰部风湿病造成的痛苦，甚至在噪声停止相当长一段时间内仍能保持一定的作用。

现在可以用一个普适公式 $1/f^\alpha$ 来表示尺度噪声的频谱。上面举出的三个例子分别对应于：$\alpha=0$（白噪声），$\alpha=1$（$1/f$ 噪声）和 $\alpha=2$（布朗噪声）。由于过程无特征尺度，所以 α 的取值可以连续变化。当独立变量的变化

范围很大时，分布可以在一个区域内是正常形式(如正态分布或对数正态)，而在另一区域转化为负幂次律，图 1 就是如此. 1897 年，帕瑞托收集了不同时期、不同国家个人收入和财富的资料，他发现比例效应律在很大范围内是适用的. 但 2—3% 的高收入者是以另一种方式挣钱，他们常常从一些倍增过程(如房地产投资或其他投资)中敛聚财富. 因此，他们的收入就不能由以上的比例效应律来反映. 倍增过程是由统计杠杆原则所控制. 例如，在一个有经验的科学家指导下的多个研究生所发表的论文也是如此. 前者获得许多论文合作者的利益，比他单独研究写出的论文多；后者从有经验的导师那里获得指导，结果是使论文的发表量由对数正态向 $1/f^{\alpha}$ 过渡. 这一点已由洛特卡(Lotka) 在 1926 年证实. 统计杠杆原则也出现在生物学领域. 人肺是一个复杂生物体的范例，它具有组织结构的不规则性和多层次性. 这两点是保证肺完成气体交换所必需的. 气管尖端反复地分岔，使管径变小. 因此，各个层次上的管径大小是不同的，而分形的标度不变性又保证不可能存在一个特征尺度的管径. 经典肺结构的指数模型只使用了管径的平均值，忽略了不同层次上支气管维数的多样性. 肺结构的分形模型提供了一个递减的无穷尺度序列，它的概率也是递减的. 第 n 层上的平均管径由 $r(n)=\dfrac{A(n)}{n^{D}}$ 给出，其中 D 是与支气管直径有关的分数维数，$A(n)$ 是一个周期函数. 这表明肺的分形模型遵守由周期变化控制的负幂次律. 现在已知人肺的分数维数约为 2.17. 拉比(Raabe) 及其同事的解剖数据，证明了肺分形模型的正确性. 图 2 给出了人、狗、老鼠及仓鼠的气管层次图，其中负幂次关系对应为一条负斜率直线. 可以看到，这四组数据的主要行为是直线，但有明显的波动. 这是由分形模型带来的围绕负幂次律退化线的谐振动. 四种不同情况下出现的共同特征表明，与经典的标度律相比，自然界更偏爱分形结构. 分形结构能容忍一定的微扰，同时也易于适应内部与环境的变化. 这种对涨落的容忍使自然界中的生物体选择了分形结构.

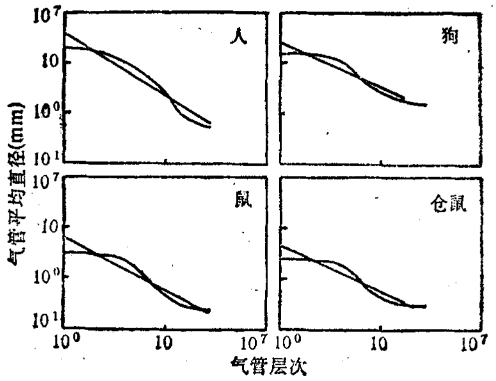

图 2　气管直径与层次的关系

所谓系统的复杂性是指需要多少变量来描述系统的状态. 例如，在深山中宽阔的河道里平稳地流动着的水就只需要很少的变量来描述，但当河道变窄，水溢出来冲击岩石时就需要较多的变量来描述漩涡的大小和湍流的时间尺度. 要想完全描述流水中的混沌行为需要无穷多的变量，把无穷多变量都写出来是不现实的，这迫使科学家们只能求助于统计描述. 在他们引进概率分布的同时，也把不确定性带入到速度和漩涡的描述中去. 概率描述的优点在于它不需要完全确定流场的演化，即人们不必确切知道一个特定漩涡或某个时间尺度的出现，而只需知道它们出现的概率. 只要看一眼奔腾的流水，一个观察者就会理解，下一时刻流水的状态是无法预测的. 湍流的这种行为与社会生物现象类似，也是一种 $1/f^{\alpha}$ 现象，其中 $\alpha=5/3$. 众所周知，大量社会生物学的系统具有负幂次律尾巴，其原因是由于它们都没有特征尺度. 现在我们用新的尺度概念来看待社会学、经济学、语言学及生理学中的现象，会给人以启发. 例如，健康被认为是有序与变异间的一种平衡. 某种疾病可能标志着一种正常分形过程的破坏，也就是某个分形结构丧失了它的功能. 这种健康变异性的降低表现为频谱变窄——“频谱储备”的丧失. 在病理学中，频谱变窄会导致

KTP 晶体——第二代光纤通信的重要材料

黄 朝 恩

(国家建筑材料工业总局人工晶体研究所，北京 100018)

磷酸氧钛钾(简称 KTP) 晶体是一种综合性能优异的非线性光学晶体. 它的电光系数大，介电常数小，这就使它在集成光学中有着巨大的潜在用途. 本文着重介绍 KTP 的电光及介电性能，其波导的制作方法，以及在光纤通信中的可能应用.

磷酸氧钛钾 ($KTiOPO_4$，简称 KTP) 晶体作为一种综合性能优良的非线性光学材料，已经广泛地用于固体激光系统，如卫星测距、激光雷达、半导体微加工、致盲武器、医用激光以及舞台美术等方面. 本刊曾就该晶体的结构、性能、晶体生长及应用作过介绍[1]. 最近几年来，由于科学家们的努力，在 KTP 晶体的电光性能的研究及应用这个新课题上又取得了重大的进展. 可以预期，KTP 晶体将成为下一代光纤通信的重要材料之一.

众所周知，与其他通信系统比较，光纤通信有许多明显的特点，如信息容量大、传输损耗小、快速敏捷、安全可靠、不易受干扰以及不易受窃听等. 因此，光纤通信在 80 年代得到了迅速发展，目前已在全面地准备着第二代光纤通信系统了[2].

第二代光纤通信系统的重要标志之一就是光路的集成化. 目前的光纤通信系统是由许多分立的电子器件和光器件组合而成的，它不仅制作复杂，成本难以降低，而且所有的开关和复接等许多功能都是由电子器件完成的，这就限制了光器件的优点(如快速、大容量等)的发挥. 所以，在下一代光纤通信中，开关、调制及复接等光作用将由薄膜波导来完成，这就大大加快了数据的传输速率及安全可靠程度，信息容量至少可以提高一个数量级. 图 1 是集成光路的示意图. 光信号的处理任务是由基片上的波导来完成的. 发送机中的集成光路包括激光光源、调制器、方向耦合器及开关等. 在接收机中，它包括时间分隔解复器、开关和光检测. 中继站中的集成光路包括开关和波导. 目前看来，KTP 晶体是最好的材料.

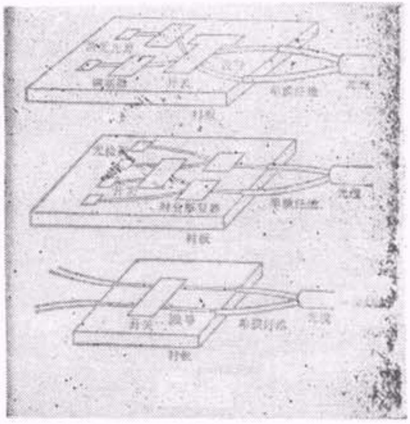

图 1 集成光路示意图

KTP 晶体的电光和介电性能十分优良[3]，与它的非线性光学性能一样有着非常诱人的应用前景，在各式各样的电光应用中具有巨大的潜力. 表 1 列出了 KTP 的电光常数 r 及介电常数 ε. 常数的下标表示不同方向的分量.

$$r_{c1} = r_{33} - (n_1/n_3)^3 r_{13},$$

行为的周期性和可预测性. 对生物医学过程分形本质的理解和研究将会促进 21 世纪医药学的发展，同时也可以在大量具有标度不变的社会问题中得到应用.

(张 昕 黄 昀 根据 American Scientist 1990 年第 2 期第 40—45 页编译)