光和实物的统一性与物理学基础探讨 (II)

能为爱因斯坦的未竟夙愿做些什么？

王　国　文
(北京大学物理系，北京　100871)

本文中根据康普顿波长及康普顿动量概念引入一维康普顿空间以组成五维时空，把惯性系的相对性原理推广为对四维空间转动的对称性原理，以及把光速不变原理推广为四维空间中的唯一速度(等于光速)原理，同时引入一种本性上不发散的波包——初级波包——以描述粒子，由此在理论上可统一对待光与实物，可合理地综合波粒二重性，以及可把相对论和量子论融合起来.

众所周知，近代物理学的根基是两根台柱——相对论与量子论. 爱因斯坦在1946年曾经写道："以这个理论(统计性量子理论)为一方，以相对论为另一方，二者在一定意义上都被认为是正确的，虽然迄今为止想把量子论和相对论融合起来的一切努力都遇到了抵制"[1]. 霍夫曼说："虽然在我们寻求知识当中，这两个理论一起作出了最深刻的进展，然而它们必将彼此为敌，要等到一个更加有力的理论把这两个理论都征服了，它们的根本分歧才会得到解决，新理论会消除我们现在煞费苦心获得的关于象空间、时间、物质和辐射及因果性等的幻想"[2]. 贝耳近来也声称："现代理论的两根台柱于最深层次上看来有矛盾"[3]. 我们的确很难相信如此成功的二论本身真的有抵触，很可能问题出在我们的认识上. 如果我们能挖掘出二论的共同基础，即如果能创建一个能推导出或阐明相对论和量子论的全部基本结果的普遍理论，那么它们的分歧就会得到解决. 当然我们还期望这样的理论能同时解决象光与实物的认识统一以及波与粒子的逻辑综合等难题. 这些都是爱因斯坦的未竟夙愿. 问题是我们的努力方向应当是什么呢？近来超弦理论代表的方向是，探索自然界的对称性，开拓新的空间，以及挖掘更深的物质构成层次，它的基本假设是，粒子是与高维空间中的一维弦的振动相联系[4]. 虽然至今超弦理论尚未表明能统一相对论和量子论，也尚未能统一自然界的已知的各种力，但是方向是吸引人的.

这里将介绍的理论，其方向如超弦理论的一样，但路线完全不同，目的也不尽相同，这里主要是挖掘相对论和量子论的共同基础. 关于自然界对称性的探索，我们这里假设光和实物处在某种对称地位. 这是出于这样的考虑，正象以太阳为中心来计算行星轨道要比以地球为中心简单得多一样，如果不单单以作为实物体的人作为参考中心来描述自然界的话，可能更容易理解光与实物在形态上的悬殊以及其它现象. 在开拓空间时，我们不能无根据地臆测，采用扩充的空间要使得能够更简单地导出或阐明相对论的基本结果(洛伦兹变换、质量速度依赖、质量能量相当等). 而在挖掘物质结构更深的层次时，也不能完全空想，在这一层次上要能阐明粒子的波动特性，特别是要能阐明：(1)粒子的定域性与其波的无限伸展性的联系；(2)粒子的整体性与其波的可分割性的联系；(3)粒子的平移速度与其波的相速度的联系；(4)粒子出现的几率密度与其波函数模的平方值的联系，还要能够导出或阐明量子论的基本结果(德布罗意关系式，薛定谔方程，狄拉克方程等). 在这样的基础上建立的理论一定有更普遍的意义.

在物理研究中我们通常只关心事物之间的

经验联系，这是不够的，我们还应当重视探索超经验的联系．超经验的联系是隐秘的，如果它存在，总可以揭露出来并由经验事实来判断它的可靠性．就光与实物的差别而言，可以设想一下，假如我不是一个实物人，而是一个光怪，那么看到的自己和世界会是什么样子呢？由对称性考虑，可以假想，光怪象我们一样觉得自己是实物人，而一切实物在光怪的感觉中却成了象光一样的东西了，这里设想了光与实物之间有一种超经验的表象对称联系．那么光怪感觉的空间又是什么样呢？那一定是我们感觉不到的空间．不过，我们可以按表象对称来探索这种空间．最简单的是假定它是一维的，并假定例如一个静止的电子在那个空间中象光一样总是以恒定的光速运动，而且在那个空间中粒子的动量应当是 m_0c，它连带的波的波长应当是对应的康普顿波长．因此，设想光怪感觉的空间就是康普顿波长所在的空间：康普顿一维空间．康普顿一维空间在物理学中早就有所表现的，事实上，在狄拉克方程中已可以看到，康普顿动量 m_0c 与三维动量 $\mathbf{p}$ 处在完全同等地位，它正好是第四维动量．

探讨物质结构更深的层次更是困难的任务．德布罗意把粒子看作象一口有内部周期性的小钟来说明它的波动性[5]，可是这种观点一直受到冷落．薛定谔认为波是唯一存在的实体，而把粒子看作是他的方程的本征解叠加的波包，不幸他的后一论断被证明是完全错误的，因为这种波包原则上不可能象粒子那样稳定．狄拉克曾经提到一种不能叠加的波包，他曾写道："各个光子只能自己与自己干涉，不同的光子之间不会互相干涉"[6]．他的理由是，把光子看作波包时，这种波包的叠加结果是违反能量守恒的．显然这种等同于光子的波包在性质上完全不同于电磁场脉冲(电磁波包)．我们将把这类不会互相干涉、不会发散、能量确定以及完全等同于粒子的波包统称为初级波包．以下提到的光子波包和电子波包都是指这类波包．这里将要证明电磁波包和薛定谔波包分别是光子波包和电子波包的傅里叶中心分量叠加而成的次级波包，因此初级波包是深一层次的波包．后面我们要详细研究四维空间中即五维时空中的初级波包的性质．

以上引进了表象对称、康普顿空间和初级波包三个新的概念，期望以这些概念为工具去挖掘相对论和量子论的共同基础．当然要建立一个包括相对论和量子论的普遍理论，这个理论的假设应当是该二论原有假设在五维时空中的推广．这种推广很容易，我们可以简单地假设，初级波包的各傅里叶分量在四维空间中的传播速度 c（光速），普朗克常量 h 以及物理定律对四维空间的转动具有不变性．将可以看到，由上述新概念和假设可以非常容易地导出或阐明二论的基本结果．现在论述如下．

一、洛伦兹变换

这里推导洛伦兹变换的方法非常简单和直观．为简化起见，我们将用坐标系 x-w 代替四维坐标系 x,y,z,w，这里 w 是一维康普顿空间的坐标．在图 1 中，设另有一个坐标系 x'-w'，它沿 w' 方向以光速 c 运动，这时我们在 x 轴上来看，后一坐标系相对于前一坐标系的速度是 $v = c\cos\theta$． 如果取这两个坐标系的原点重合时 x-w 中的时间 t 和 x'-w' 中的时间 t' 都为零，则由图 1 中四边形 $OO'A'A$ 的边长 $\overline{OA}=x$ 和 $\overline{O'A'}=x'$ 的几何关系可以推导出洛伦兹变换式：

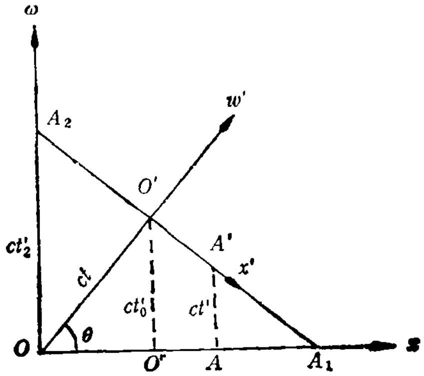

图 1 洛伦兹变换的几何表示

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (1)$$

由图1中可以看到,长度为 $\overline{O'A'}$ 的尺子或其他物体在运动时,我们看来会缩短到

$$\overline{O''A} = \overline{O'A'}\sqrt{1 - v^2/c^2},$$

这就是洛伦兹收缩。再者，从该四边形的边长 $\overline{OO'} = ct$ 与 $\overline{AA'} = ct'$ 的几何关系可以得到另一个洛伦兹变换式:

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad (2)$$

从 $\overline{OA_2} = ct_2'$ 与 $\overline{OO'} = ct$，得

$$t_2' = t/\sqrt{1 - v^2/c^2},$$

这就是爱因斯坦延缓。还有,从

$$\overline{O''O'} = ct_0' = ct\sqrt{1 - v^2/c^2},$$

我们看到运动的时钟变慢。此外，保持 $t_1' = 0$ 的 A_1 点的速度 c^2/v 正好等于相对论德布罗意波的相速度。在图1中，关系到时间的三种相对论效应及其关系一目了然，由此看到采用五维时空的优越性。

二、质量速度依赖

利用四维空间能够容易地推导出爱因斯坦的质量与速度的关系式。设四维坐标系中一个质量为 m 的实物粒子与 x 轴成 θ 角并以光速运动,则在 x 轴上的速度分量(即我们观察到的速度)为 $v = c\cos\theta$。因为只能假定该自由粒子在第四维坐标方向的动量分量守恒,因此有

$$mc\sin\theta = 常量 = m_0c, \qquad (3)$$

这里 m_0 为该粒子的静止质量。由上式立即得到爱因斯坦的质量与速度的关系式:

$$m = \frac{m_0}{\sin\theta} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (4)$$

三、质量能量相当

在四维空间中质量与能量相当这种关系最为显然。在四维坐标系中，一个实物粒子的物理量 mc^2 可以表示为

$$mc^2 = m[(c\sin\theta)^2 + (c\cos\theta)^2]$$
$$= m_0c^2\sqrt{1 - v^2/c^2} + vp$$
$$(p = mv). \qquad (5)$$

由于第四维速度是不可观察的，上式右边第一项只能看作是表示实物粒子的内能，它随 v 增大而减小,在 $v \ll c$ 情况下，减小量为 $m_0v^2/2$。右边的第二项 mv^2 是莱布尼兹 (Leibniz) 称呼的活力，它是三维空间中运动部分的能量。在 $v \ll c$ 情况下，经典机械动能 $m_0v^2/2$ 是活力与内能减小量之差。因此 mc^2 是粒子在四维空间中的活力，即表示质量与能量相当。后面将看到由活力决定的波的相速度严格等于粒子的运动速度。

四、德布罗意关系式

对于一个实物粒子,在四维空间中,利用普朗克-爱因斯坦关系式,我们有

$$\varepsilon = mc^2 = m_0c^2/\sqrt{1 - v^2/c^2} = h\nu_c, \qquad (6)$$

$$p = mv = mc\cos\theta = \frac{h\nu_c}{c}\cos\theta$$
$$= \frac{h}{\Lambda_c/\cos\theta} \quad \left(\Lambda_c = \frac{c}{\nu_c}\right). \qquad (7)$$

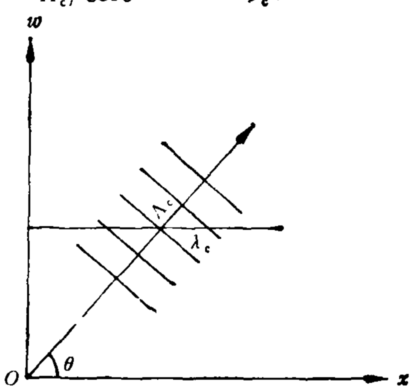

图2 德布罗意波长的起源

图2中表示了这个粒子连带的波，它在 x-w 平面内传播.这波有波长 Λ_c，所以它沿 x 方向,它的波长是

$$\lambda_c = \frac{\Lambda_c}{\cos\theta}. \qquad (8)$$

把它代入前式，就得到德布罗意关系式

$$p = \frac{h}{\lambda_c}. \tag{9}$$

五、四维初级波包与其三维表象

从初级波包的概念可以综合一个粒子的波粒二重性，从而可以了解波函数的本质．不考虑自旋，现在我们尝试把一个自由的实物粒子的四维初级波包写作

$$\Phi = C\int_{\mathbf{K}_c-\Delta\mathbf{K}}^{\mathbf{K}_c+\Delta\mathbf{K}} e^{-i(2\pi\nu t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{R})} dK_w dK_x dK_y dK_z, \tag{10}$$

这里 $\mathbf{K}$ 是四维波矢，$\mathbf{K}_c$ 是该波包的中心分量的波矢，而且根据粒子的稳定性，应当假定所有波矢是同方向的．我们还要自然地假定 $mc = K_c\hbar$，因此有

$$K = K_c + \delta K = \frac{mc}{\hbar} + \delta K, \tag{11}$$

$$\nu = \nu_c + \delta\nu = \frac{mc^2}{h} + \frac{c}{2\pi}\delta K. \tag{12}$$

将(11)，(12)两式代入(10)式，得

$$\Phi = Ce^{-i(2\pi\nu_c t-\mathbf{K}_c\cdot\mathbf{R})}\int_{-\Delta\mathbf{K}}^{\Delta\mathbf{K}} e^{-i(ct\delta K-\mathbf{R}\cdot\delta\mathbf{K})} \cdot d(\delta K_w)d(\delta K_x)d(\delta K_y)d(\delta K_z). \tag{13}$$

如果取 x-w 坐标系代替四维坐标系，我们有

$$\mathbf{K}_c\cdot\mathbf{R} = \frac{mc}{\hbar}(w\sin\theta + x\cos\theta) \tag{14}$$

$$\mathbf{R}\cdot\delta\mathbf{K} = (w\sin\theta + x\cos\theta)\delta K. \tag{15}$$

把它们代入上式，得

$$\begin{aligned}\Phi &= Ce^{-i[c(\sin^2\theta+\cos^2\theta)t-(w\sin\theta+x\cos\theta)]mc/\hbar} \\ &\quad\cdot\int_{-\Delta\mathbf{K}}^{+\Delta\mathbf{K}} e^{-i[c(\sin^2\theta+\cos^2\theta)t-(w\sin\theta+x\cos\theta)]\delta K} \\ &\quad\cdot d(\delta K_w)d(\delta K_x) \\ &= Ce^{-i(c\sqrt{1-v^2/c^2}t-w)m_0c/\hbar} \\ &\quad\cdot\int_{-\Delta K_w}^{+\Delta K_w} e^{-i(c\sqrt{1-v^2/c^2}t-w)\delta K_w} d(\delta K_w) \\ &\quad\cdot e^{-i(vt-x)k_c}\int_{-\Delta k}^{+\Delta k} e^{-i(vt-x)\delta k} d(\delta k),\end{aligned} \tag{16}$$

这里 k 和 k_c 分别是 $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{K}_c$ 在 x 方向的分量．我们可以看到，沿 x 轴的中心分量是

$$C\exp[-i(vt-x)k],$$

它可以称为实际中心分量，因为它的相速度恒等于粒子的速度．显然其中的因子

$$u(x,t) = C\int_{-\Delta k}^{+\Delta k} e^{-i(vt-x)\delta k} d(\delta k). \tag{17}$$

描述一个自由的实物粒子的轨道，它产生自由质点的运动表达式 $x = vt$．因为这个波包各分量的相速度严格等于群速度，所以它在运动中不会发散．现在我们看到前式中的因子

$$\psi(x,t) = Ce^{-i[(vp+m_0c^2\sqrt{1-v^2/c^2})t-px]/\hbar} \tag{18}$$

正是相对论德布罗意波函数．当 $v \ll c$，它变为

$$\psi(x,t) = Ce^{-i[(vp-m_0v^2/2)t-px]/\hbar}e^{-im_0c^2t/\hbar}. \tag{19}$$

去掉最后的那个与 v 无关的因子，我们就得一维情形的非相对论德布罗意波函数．它的三维形式是

$$\Psi(\mathbf{r},t) = Ce^{-i(p^2t/2m_0-\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})/\hbar}. \tag{20}$$

我们称它为实物初级波包的连带中心分量，因为表示式中还连带着自能中随速度变化的那一部分能量．显然，波包的连带中心分量是无限伸展的，可被障碍物分割，并且可以看到，相对论德布罗意波的超光速相速度 c^2/v 是四维波的相速度 c 在三维空间中的“影子相速度”．而非相对论德布罗意波的相速度 $v/2$ 是一种标称相速度，因为自能的变化项起了作用，即它使相速度变为粒子运动速度的一半．当然，连带中心分量不携带能量，这就能说明它的模的平方描述粒子出现的几率密度．因此，利用四维空间中的初级波包就能阐明粒子的波动性质，也就是说可以把波粒二重性因果地综合起来．未发现有任何实验事实与这种综合方式不一致．对于具有势能 $U(\mathbf{r},t)$ 的粒子，薛定谔方程的解应当解释为这类连带中心分量的叠加，因此薛定谔波包是一种次级波包．同样，电磁波包也是一种由初级波包中心分量叠加成的次级波包．

在上面我们已经对光与实物有一个统一的认识，对波与粒子作了逻辑的综合，以及把相对

论和量子论融合起来．在这基础上有可能较容易地讨论和澄清为许多人感兴趣的若干现代基本物理问题，象光子的“静止质量”，光的脉冲与光子的关系，光子连带的波的干涉，量子力学的“经典极限”测不准关系式的含义，量子力学中的潜变量等问题．有兴趣的读者不妨自己试一试。

[1] 许良英、范岱年编译，爱因斯坦文集，第一卷，商务印书馆，(1976)，36.

[2] B.Hoffmann, *The Strange Story of the Quantum*, Revised Edition, Penguin Books, Victoria (Australia), (1963), 9; 马元德译，量子史话，科学出版社，(1979), ii.

[3] J.S.Bell, *Phys. Reports*, 137-1, (1986), 7.

[4] J.H. Schwarz, *Scien. American*, 232-2,(1975),61.

[5] S.Diner et al, *The Wave-Particle Dualism*, Reidel, Dordrecht, (1984), 2

[6] P.A.M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, 4th Edition, Oxford University,(1947), 9.

1991 年第 9 期《物理》内容预告

中国物理学会第五届全国会员代表大会专刊 (III)

近年来中国发光学进展(徐叙瑢等)；
高 T_c 超导体的 NMR 和 NQR 研究进展(郭学文)；
核爆炸和核诊断中的物理问题(叶立润等)；
自旋极化电子物理的进展和应用(周清)；
美国 SDI 的进展和一些关键技术(高伯龙)；
高功率激光聚变物理实验技术进展(林尊琪)；
四波混频光谱术(叶佩弦等)；
裂变瞬发中子多重性研究(许谨诚等).

知 识 和 进 展

计算机在物理考古中的应用(李士)；
原子物理中的时间反演对称性成立吗？(李兆森).

物理学和经济建设

光电子学与光电子产业专题系列介绍：光计算(刘立人)；
磁场处理水的机理探讨(陈昭威)；
关于磁水性质的实验研究(王信良等)；
弱磁场对水和冰性质的影响(周道其编译).