

任意子——一个违反常识的全新理论

沈 顺 清

(复旦大学物理系,上海 200433)

最近的研究工作表明,有一种新的全同粒子存在,它既不服从费米统计,也不服从玻色统计,而是服从一种所谓的分数统计,称为任意子。究竟什么是任意子?为什么它会在自然界中出现?为什么80年代凝聚态物理中最有意义的两大发现都会和它发生联系?作者对这些问题作了通俗但不失为严格的介绍。

记得爱因斯坦曾说过:“常识只是人们在18岁以前对自然形成的一种偏见”。这话很诙谐,但寓意深刻。新的物理现象的发现,从一定程度上来说都给物理学注入了新的内容。对新现象的认识积累到一定程度,就会产生一种全新的理论。新理论相对于旧理论而言一般总是要违背某些所谓的常识的。分数统计及服从分数统计的任意子理论的诞生及其发展过程就是一个典型的例证。

大家知道,量子力学中最美妙、最惊人的成就之一就是给经典力学中毫无意义的全同粒子不可区分性原理赋予了全新的含义。真正不可区分的全同粒子之间具有强烈的相互作用,这种相互作用通常是通过量子统计规则来实现的。一般说来,全同粒子可分为两类:一类是费米子,具有强烈的排斥作用;另一类是玻色子,都可以凝聚到能量最低态。这在任何一本量子力学教科书中都会介绍。多年来,人们一直认为自然界中只存在费米和玻色两种量子统计。但是到了70年代末,在批判性地检验了量子统计的基础上,有人对此提出了疑议。他们认为可能存在介于玻色子和费米子之间的新的全同粒子,这种粒子一般被称为“任意子”。它所遵循的统计规则叫分数统计。

最早指出这种新的量子统计可能存在的是两位挪威物理学家 I. M. Leinaas 和 I. Myrheim (1977)^[1]。他们在系统地研究了空间拓扑性质和全同粒子不可区分性原理后,意识

到在二维空间中可能存在新的量子统计,然而他们的工作当时并没有受到重视。到了1982年,美国物理学家 F. Wilczek 总结了当时的一些新思想和新发现后,重新提出了任意子的概念。随后系统的研究表明,任意子可以存在于某些理论模型之中^[2]。当时的任意子仅仅是寄生在少数几个理论物理学家大脑中的精灵,甚至被认为这只是一些数学上的奇异现象。谁都没有料想到现实世界中居然还真的会发现这种奇异粒子存在的迹象。1983年,人们在研究当时引人注目的一个宏观量子现象——分数量子霍尔效应时,逐渐意识到这个效应中可能就存在任意子^[3]。这在物理学界引起了广泛注意,从而为任意子的理论研究注入了生机。四年之后,物理学界正处在氧化物高温超导发现的狂热之中。在分数量子霍尔效应理论方面作出了杰出贡献的美国物理学家 R. B. Laughlin 指出,半子气(semions,处在费米和玻色子之间的服从1/2统计的任意子)的基态可能是超导电的,并认为这可能就是氧化物高温超导体的超导机制^[4]。他的理论简单新颖,看起来十分诱人,吸引了许多物理学家,甚至连当今凝聚态物理学界的泰斗、著名的美国物理学家 P. W. Anderson 都承认他曾被 Laughlin 的理论所说服。Laughlin 的思想激发了人们对任意子理论进行深入细致的研究,成为理论物理研究中的一个热点。

然而不管怎么说,我们多年来毕竟已经形

成了这样一种概念：全同粒子只有两类，即费米子和玻色子。这甚至可以在一般的量子力学教科书中找到所谓的证明。这种概念难道真的是错的吗？任意子究竟是什么？为什么说它在现实世界里真的存在？为什么 80 年代物理学界最有意义的两大发现都会和任意子理论发生联系？……

要了解任意子理论，我们还必须从费米子和玻色子谈起。量子力学的基本原理之一，就是全同粒子的不可区分性。质量、电荷、自旋、同位旋等各种内禀固有属性彼此完全相同的微观粒子称为全同粒子，例如所有的电子是全同粒子，所有的质子也是全同粒子，而电子和质子由于它们所带的质量、电荷等彼此不同就不是全同粒子了。全同粒子的特点是在同样的物理条件下，它们的形为完全相同。在经典力学中，即使是全同粒子，也总是可以区分的，因为我们可以从粒子运动的轨迹的不同来区分不同的粒子。而在量子力学中，由于波粒二象性，每个粒子总是和一个波相联系，当两个粒子同时出现时，总会出现两个波重叠在一起的情况，我们无法区分那个是第一个粒子的，那个是第二个粒子的。因此，和经典力学中的情况不同，量子力学中全同粒子总是不可区分的。

虽然在量子力学诞生之后全同粒子的不可区分性才有其物理意义，但在经典统计理论中已经看到了这个原理的重要性。当我们把一个装有理想气体（就是大量的没有相互作用的粒子）的容器用一块隔板分隔开之后，这两部分气体的压强等物理性质并不改变，但从经典意义上气体总的熵是增加了。这就是所谓的吉布斯佯谬。只有在运用了全同粒子的不可区分性原理之后，这个佯谬才得到解释。

量子力学诞生之后，人们逐渐认识到全同粒子是不可区分的。海森伯在他的早期量子力学的文章中就注意到对称性在量子力学理论中有重要的地位。到 20 年代初期，物理学家们发现全同粒子可分为两大类，一类是自旋量子数是半整数的粒子，如电子、质子、中子等，它们遵从泡利不相容原理，即一个量子态不能同时被

两个或两个以上的粒子所占据，整个体系的波函数对于粒子空间位置的互换是反对称的，就是说每交换一次，波函数都产生一个负号。这些粒子就是费米子。由费米子组成的体系有一个最显著的特征，就是在绝对零度下的动量空间中形成费米球（三球），在费米球面内有粒子占据，而费米球外则无粒子占据。另一类是自旋量子数是整数的粒子如光子、 π 介子等它们不遵从泡利不相容原理，同一个量子态可以被任意多个粒子所占据，整个体系的波函数对于粒子空间位置的互换是对称的，就是说每交换一次，波函数都是保持不变的。这就是玻色子。玻色子体系的最显著的特征是在绝对零度下所有的粒子都会挤到同一能量最低的量子态（即基态）上。这就是玻色凝聚。有了这个背景知识之后，我们就不难想到，要寻求新的量子统计有两条途径：一条是看同一量子态上的粒子占据数，例如某个态上能占据两个或任何有限个粒子；另一条是看整个体系的波函数在粒子位置互换后是否仍具有某种新的对称性。前者正是我们今天要讨论的任意子，那种粒子在 60 年代的确曾讨论过，例如基本粒子中的夸克理论，每个量子态上可占据三个夸克。这条途径也是最容易想到的。我们这里要介绍的任意子是从后一条途径出发的，最简单的任意子是半子，介于费米子和玻色子中间。当两个半子交换位置之后，波函数改变相位 $\pi/2$ ，而波函数的绝对值是不变的。

我们先来看一个简单的例子，这对理解任意子概念是有帮助的。我们考虑由两个粒子组成的平面体系，一个粒子静止不动，而另一个粒子以它为圆心，以 R 为半径作圆周运动，这个问题的解很简单，波函数仅是相角的函数 $e^{il\theta}$ ，其中 l 是常数，这时粒子的角动量就是 $l\hbar$ 。假想一个虚过程，先让运动的粒子绕圆心运动半圈，随后两个粒子一起平移一个半径 R 的距离，这时体系又回到原来的状态，只是两个粒子的位置作了交换。在第一个过程中，相角改变了一个 π ： $\theta \rightarrow \theta + \pi$ （即改变了 180° ），整个波函数变为 $e^{il\theta} \rightarrow e^{il\pi} \cdot e^{il\theta}$ ，前面多出了一个相因

子,一般情况下, l 是整数。当 $l = 2m$ 是偶数时, $e^{i2m\pi} = 1$, 这时波函数是对称的, 两个粒子是玻色子; 当 $l = 2m + 1$ 是奇数时, $e^{i(2m+1)\pi} = -1$, 波函数是反对称的, 两个粒子是费米子。如果 l 是非整数, 令 $l = 2m + \gamma$, γ 是介于 1 和 -1 之间的分数, $e^{i(2m+\gamma)\pi} = e^{i\gamma\pi}$, 波函数既不是对称的, 也不是反对称的, 因而两个粒子既不是费米子也不是玻色子, 而是介于两者之间的。我们称它们为任意子。由于 γ 是个分数, 我们就把这种粒子所服从的统计称为分数统计。

通常我们总是这样认为的, 把两个粒子的位置连续交换两次, 体系还是回到了原来的状态, 而且波函数应当保持不变, 这时 γ 只能有两种取值, 要么是零, 要么是 1, 也就是说只存在费米子和玻色子。但是, 这是有条件的, 它只在三维或更高维空间中才成立, 而对于二维空间, 这个结论就不再正确了, 这是怎么回事呢?

在日常生活中, 我们常常会碰到这样一些例子。例如女孩子编辫子, 将一部分头发分成三股, 依次由外朝里编, 每编一次就会形成一个结, 连续编两次, 头发并不会回到原来的状态, 多编几次就编成了一个辫子。又如我们绕螺旋楼梯登高塔, 每走一圈就上升一层, 并不是回到原地, 但从塔顶往下看, 我们只是绕塔在原地兜圈子。二维空间的拓扑性质多少与这些具有螺旋结构的例子有些类似。在二维空间中, 两个全同粒子交换位置, 总可以分为逆时针和顺时针两个方向的绕动, 而在三维空间中脱离一个特定的平面后或者说一个有特定方向的轴线后, 就不再有绕动这样的概念。所以, 在二维空间中两个粒子朝一个方向连续交换两次, 波函数并不一定要求回到原来的状态, 而完全可以多出一个复相因子 $e^{i2\pi\alpha}$, 这时波函数的几率分布并不改变, 不太严格地说, 这就是二维空间中为什么会存在任意子的原因。

大家也许要问, 既然任意子只会在二维空间出现, 而我们生活的世界是三维的, 那么现实世界中不就没有任意子存在了吗? 在回答这个问题之前, 我们先来谈谈分数电荷问题, 固体物理

论中的分数电荷的概念对我们认识和理解任意子的存在是极有帮助的。

迄今实验上直接观察到的电荷都是电子电荷的整数倍。高能粒子实验虽产生了许多新粒子, 但每种粒子的电荷仍是个整数。在基本粒子理论的夸克模型中, 夸克的电荷可以是 $\pm \frac{1}{3}$

和 $\pm \frac{2}{3}$, 目前实验还没有直接观察到自由夸克的存在。我们这里所说的分数电荷是在固体中存在的现象。近几十年来, 固体物理学家对具有低维结构的物质进行了大量的研究。例如, 高分子聚合物中的聚乙炔的大分子就具有一维的链状结构, 以及近年来讨论的氧化物高温超导体具有两维的层状结构。这些链状和层状结构的物质包含了许多新的物理现象, 已逐渐成为凝聚态物理中的一个重要分支。在研究了一维链状结构之后, 物理学家发现某些链状结构的分子中有可能形成分数电荷。这种分数电荷的存在并不意味着固体中的电子或质子将分解成更小的粒子, 这是根本不可能的。恰恰相反, 许多电子和晶格原子组合成复合粒子, 这种复合粒子通常称为元激发, 可能具有分数电荷。事实上, 所谓分数电荷是和分数个状态有关的, 是微观粒子波动性的一个表现。例如, 当链状晶格中三个原子结合成一个新的结构, 它的基态具有三重简并, 即有三个能量相同的状态, 进而有可能导致 " $\frac{1}{3}$ 状态", 在一定条件下, 形成分数电荷^[4]。关于这一概念的详细讨论超出了本文的范围, 我只希望大家接受这个结论。

到 80 年代初, 人们对分数电荷及分数统计进行了许多讨论。在研究具有链状和层状结构的固体过程中, 物理学家发现, 这些固体中有许多现象和低维空间的许多性质相关, 如固体中的层状结构就具有二维空间的许多性质, 这为任意子的存在提供了基础。虽然有些理论物理学家热衷于研究任意子理论, 但是当 1983 年美国物理学家 B. Halperin 指出现实世界中已经发现任意子存在的论据时, 连任意子理论的创导者之一的 Wilczek 都表示惊讶不已, 大有

“叶公好龙”之嫌。当时，继 von Klitzing 等人发现了整数量子霍尔效应之后，崔琦等人在 GaAs 和 AlGaAs 界面中的电子气中发现了分数量子霍尔效应。如果说前者是理论物理学家早已预料的，那么后者则完全是出乎意料之外的。量子霍尔效应发生在垂直于气体表面上有强磁场作用的二维电子气中，它是通过霍尔电导的量子化表现出来的。当电子的填充数 ν (即有关密度对外磁场的比值) 为一定的有理分数时，它的霍尔电导就是 $\nu e^2/h$ ，最早发现的 ν 值是 $1/3$ 和 $2/3$ 。

在强磁场中的理想二维电子气是不会产生量子霍尔效应的，只有在电子密度或平均电子间距足以引起电子间的强烈的排斥作用时，量子霍尔效应才有可能发生。在这种情况下，根据 Laughlin 的理论^[6]，量子化的产生是因为电子气的基态能在 ν 为特定的有理分数时 (如 $\nu = 1/m$, m 为奇数) 有极小值。当该密度有微小变化时，需要损耗一定的能量，这时的电子气的行为很像一种液体，能抵抗密度的变化，这就是所谓的不可压缩的费米流体。从某种意义上说，这时的电子实际上是一种“超费米子”。对于最简单的情况， $\nu = 1/3$ ，两个电子相互交换时，波函数的相位改变不是 π ，而是 3π 。当体系的密度稍稍偏离特定数值时，就会形成一种新的复合粒子，就像一个超级电影明星走到他的影迷之中，在他的周围会聚积拥挤的人群。这种新的复合离子所带的电荷为 $\frac{1}{3}e$ ，而当一个粒子同另一个粒子互换时，相位改变是 $-\frac{2}{3}\pi$ 。这表明这些复合粒子是服从分数统计的任意子。这个结论是富有创造性的。Laughlin 的理论取得了极大的成功，它结合任意子理论的结果成功地解释了许多实验现象。在实验方面，实验物理学家已经通过巧妙的实验验证了复合粒子是带有分数电荷的。到此可以说，人类第一次在现实世界中发现了任意子，这为量子力学提供了全新的内容。自然界中不仅有费米子和玻色子存在，而且还有任意子存在。

对任意子理论的研究并不像费米子和玻色子理论那样进展顺利，人们甚至对没有相互作用的任意子体系都没有完全弄清。近年来，任意子理论最激动人心的进展是认识到某些任意子气实际上是一种超流动性流体，当任意子带有电荷时就是一种超导体。超导现象是一种宏观量子现象，在超导情况下，电流将不会衰减，电阻消失；同时它还有完全排斥磁场的特征。1986 年氧化物高温超导体发现以后，这类物质的层状结构和磁学性质引起了人们的注意。Laughlin 注意到这类超导体的许多反常性质可以用任意子来描述，提出了任意子超导机制。这个理论的基本图像十分简单。我们前面已经谈过，费米子是具有排斥作用的，而玻色子是可以凝聚到能量最低态的。任意子则介于两者之间。如果我们把任意子看成费米子，则这种费米子一定具有强烈的吸引作用；反之，把任意子看成玻色子，则这种玻色子一定具有强烈的排斥作用。由于二维空间的特殊性，物理学家们已经掌握了这种统计变换的点金术，已经可以任意改变粒子所遵从的量子统计。当然，这是以引进一种新的相互作用为代价的。正统的 BCS 超导理论告诉我们，费米面附近的粒子只要有微弱的吸引作用就会导致体系具有超导电性。从这个意义上看，就不难理解任意子为什么具有超导电性了。

从更严格的意义上来说，只有当 ν 取特定值， $\nu = 1 - \frac{1}{m}$ ， m 为整数时，任意子气才能有效地排斥外磁场，具有抗磁性，这时的任意子会变成一种可压缩的量子流体。与分数量子霍尔效应不同，它不需要太大的能量就能激发体系中粒子的集体运动。更为详细的研究已经表明，这种体系中将会出现超导现象。

那么，氧化物高温超导体是否就是任意子超导体呢？这需要用实验来回答。现在所发现的氧化物超导体有一个显著特征，就是都具有铜氧组成的二维平面。这些二维结构显示出一种特殊的磁有序化。这个平面是极有利于产生任意子的。目前想判定高温超导体是否是任意

子超导体, 主要应检验氧化物高温超导体是否破坏了时间反演或空间反射对称性, 这是任意子产生的必要条件。所谓时间反演或空间反射对称性, 好比我们将一部影片从后往前放映, 或从一面镜子里所看到的世界和真实世界一样遵守物理学的基本定律, 物理学中绝大多数基本定律都保持了这种对称性, 但任意子却不具有这种对称性。两个任意子逆时交换一次, 将改变一个相因子 $e^{i\pi}$, 从镜子中看(相当于空间反射)或其逆过程看(相当于时间反演), 都是一个逆时针交换过程, 这将改变一个相因子 $e^{-i\pi}$ 。除非 ν 为整数, 对应于玻色子或费米子, 否则这两个相因子是不会相等的。这分别代表了两种不同的统计。也就是说任意子破坏了时间反演或空间反射对称性。这个性质是可以观测的。为了检验氧化物高温超导体是否具备这些性质, 物理学家设计并进行了许多精巧的实验。从目前得到的实验结果来看, 并不像人们所期待的那样。 μ 子自旋弛豫的测量, 并没有在理论预言的精度内观察到破坏时间反演或空间反射对称性的迹象^[7], 利用旋光效应的实验则得到了一些相互矛盾的结果^[8]。因此, 许多人对高温超导体的任意子机制持否定态度。但是, 坚持任意子超导机制的人在修改了理论模型后, 认为若铜氧平面内的半子一层服从 $1/2$ 统计, 而邻近的两层服从 $-1/2$ 统计, 则上述实验还是可以解释的。但是, 高温超导体和普通超导体(即 BCS 型超导体)之间的隧道效应的发现^[9], 使后者陷入困境, 因为普通超导体并不破坏时间反演和空间反射对称性。一般认为具有不同对称性的超导体间是不会存在隧道效应的。这一点在理论上还没有完全确定。如果能从理论上完全确定这一结论, 那么基本上可以否定高温超导体的任意子机制。因此, 现在还不能彻底否定这个机制, 不过“任意子热”现在已经降温, 理论界又在寻找新的超导机制。从科学上讲, 无论一个理论体系多么完善, 最终还是需要得到实验的支持, 因此现在的问题是需要同实验物理学家提供更丰富和精确的实验结果。

从任意子理论的发展过程来看, 当任意子

的概念提出时, 它似乎违反了量子力学的基本常识, 通过批判性地分析量子力学中的全同粒子不可区分性原理及空间的拓扑性质之后, 找到了这种粒子在二维空间存在的可能性。虽然现实世界是三维的, 但是固体物质的丰富结构为我们寻找新的复合粒子提供了有利场所, 脱离这些物质我们是不可能发现新的任意子的。如果我们仅仅局限于用高能粒子实验去产生新的粒子, 那么我们是不可能发现任意子存在的, 因为三维的现实世界中任意子是不可能像电子和质子那样自由存在的。现在我们已经发现自然界中确实存在任意子, 这极大地丰富了量子理论, 使我们对物质世界有了更深刻的认识。可以相信, 随着人们对具有层状结构的物质进行深入的研究, 任意子理论会具有更广泛的应用前景, 其中还有许多基本问题有待去研究, 去探索, 有兴趣的读者可以细读文献[10]和[11]。

1992年6月, Laughlin 在北京召开的低维凝聚态物理国际研讨会上介绍了他最近关于高温超导材料的时间反演和空间反射的对称破缺的实验, 空间结果否定了高温超导体的任意子机制, 从而他放弃了自己提出的理论。

- [1] I. M. Leinaas and I. Myrheim, *Nuovo Ciment*, **B37** (1977), 1
- [2] F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982) 1144; **49** (1982), 957.
F. Wilczek and A. Zee, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 2250,
Yong-shi Wu, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 2103.
- [3] B. L. Halperin, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 1583.
D. P. Arovas et al., *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 722.
- [4] R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 2677;
Science, **242**(1988), 525; A. L. Fetter et al. *Phys. Rev. B*, **39**(1989), 9679.
- [5] 孙鑫, 高聚物中的孤子和极化子, 四川教育出版社, (1987), 95.
- [6] R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 1395;
52(1984), 2304; *Science*, **142**(1984), 163.
- [7] R. F. Kiefl et al., *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 2082.
- [8] K. B. Lyons et al., *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 2949;
S. Spielman et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 123.
- [9] M. N. Keene et al., *Nature*, **340**(1989), 210; G. T. Yee et al., *Physica C*, **161**(1989), 195
- [10] 朱沛臣, 物理学进展, No. 11 (1991), 483.
- [11] F. Wilczek (ed.), *Int. J. Mod. Phys. B*, **5-16/17**, (1991).