玻色子凝聚，费米子排斥，“任意子”呢？

众所周知，粒子被划分为玻色子和费米子两大类．但是在特定的二维系统中，这种分类可能不再成立．在这些二维系统中存在着一种性质介于玻色子与费米子之间的粒子或类粒子激发． 这类粒子于1982年被命名为“任意子”(anyon)． 任意子存在的基础是受到了物理学中诸如磁单极、Aharonov-Bohm 效应、电荷和角动量量子化等这些奇妙又极有吸引力的概念的支撑．

哈佛大学的 B. Halperin 于1984年指出，分数量子霍耳效应理论中所讨论的元激发，其行为类似于任意子．他的这一观点为 F. Wilczek 等许多科学家所肯定．此外， P. Anderson 在高温超导材料发现后不久就指出，这类新材料正常态的性质与常规的金属不同． R. Lauphlin 指出，新材料的这种异常特性可以很好地用任意子集体(任意子气体)的特殊性质来描述和理解．

对称性与统计

一个多粒子波函数对于全同玻色子的交换是对称的，而对于全同费米子的交换则是反对称的．但是，二个任意子交换后，其波函数的相位变化可以是任一实数值，或者说，波函数可以得到一个复的相因子．这不同于在玻色子或费米子的情形，相位的变化只能是 π 的整数倍．不仅如此，给定的一类任意子交换所导致的相位变化可以通过在粒子间引入长程规范力而改变．换句话说，多值的任意子波函数可以用单值的费米型或玻色型波函数来替代．这种重新组合在物理上将不可避免地在粒子间除了电磁相互作用力，或来自电荷以及其它自由度的相互作用力之外，引入长程的作用力．因此，任意子通常用一实数来表征．这一实数量度了二个视为自由的任意子相互交换后多任意子波函数相位变化作为 π 的倍数．

最简单的任意子是半子(semion)．一对半子交换后，多半子波函数的相位变化为 $\pi/2$．理论研究表明，理想半子气体的基态极可能是超流的．因此，如果这种任意子是带电的，气体即应呈现出超导性．但是，早些时候对任意子气体的系统研究只局限于高温或低粒子密度的情形，没有在基态中发现超导态．在 V. Kalmeyer 等人论证了高温超导体 CuO_2 面上磁激发的半子模型之后，Lauphlin 提出了理想半子气体的基态可以是超导态的论据．最近的众多研究已经对任意子气体的超导态进行了深入、细致的探讨．

一、自旋与统计

全同粒子交换下粒子波函数的对称性与粒子内禀自旋之间的关系，是量子理论中的一块基石．根据这一关系，自旋值为零或 $\hbar$ 的整数倍的粒子(如光子和 He^4 核）表现出玻色子的性质，而自旋值为 $\hbar/2$ 的奇数倍的粒子（如电子、中子和 He^3核)则表现为费米子的性质．

任意子的存在并不违背内禀自旋与波函数交换对称性之间的关系．涉及到的只是量子力学中熟知的另一属性——角动量本征值的许可值．

角动量是量子化的．这在量子力学中几乎是一陈词滥调了．但这一表述并不完全，它只在三维或三维以上空间中才是正确的．角动量以 $\hbar/2$ 的整数倍量子化是紧密地与在三维或多维空间中绕不同轴转动之间的不可对易这一属性相联系的．所以，角动量不同分量的量子算符也是不可对易的．但是，对于二维系统，角动量只有一个垂直于该二维平面的分量，它可以取任一实数值．这就是任意子的存在理论上只是对二维系统才是可能的理由之一．

二、任意子是可想象的

怎样更易于想象一对粒子交换后它的波函数可以变化一个平方不归一的复的相因子，或者说它的相位不是π的整数倍呢？总之，一对粒子二次交换之后系统的波函数必须不变，使得代表粒子交换算符的本征值必须是1或−1. 这种结果必然导致只能有费米子和玻色子二种可能性的结论.

明显的佯谬只是在我们把粒子间的交换视作在一些适当的波函数中粒子坐标的简单交换时才产生的. 当我们仔细考查粒子作物理交换时移动的路径时，这佯谬就不存在了——伴之而来的就只能是那不可思议的任意子存在的可能性了. 当粒子交换时，二粒子的世界线(world line)在时间方向上将相互缠绕. 而粒子交换的次数可以由互相缠绕的世界线的拓扑性质决定. 若粒子被限制于二维实空间，即使n是一偶数，经n次交换后的世界线组态可以与没有交换时的组态不同. 二维粒子的波函数在作n次粒子交换后可以获得一个与n相关的相因子. 因为任意子正是存在于二维体系中，可以具有这种性质.

三、任意子是现实的

任意子在逻辑上是可能的. 但是，如果在物理学定律的框架内不可实现，怎么会有许多人对这种可能性感兴趣呢？ Wilczek 告诉我们，他原先只对分数量子数的产生感兴趣. 当时已发现的有一维多炔导体模型中的$e/2$电荷激发和双荷子 (dyon，携带电荷的磁单极)，它的电荷可以是e的有理数或无理数倍.

Wilczek 对分数量子数的兴趣导致他去考查一个带电粒子围绕一螺线管或磁通管的运动. 角动量的正则量在这种运动中漂移了一个与螺线管内磁通量成正比的因子. 这种复合体提供了一个量子力学算符的值与其正则谱极不相同的具体例子. 问题是，如果电荷-磁通线系统的角动量不是以$\hbar/2$量子化，那么什么才是这种系统的自旋-统计性质的关系呢？ 正是这个问题促使 Wilczek 提出了任意子.

现在流行的一种任意子模型可以想象是携带电荷和磁通量的系统（见图1)，其中磁通量用粒子上附加一根磁通弦来表示，且此磁通弦贯穿粒子. 弦上的磁通量大小是依据Aharonov-Bohm 效应用于调整任意子统计性质的变化. 磁通弦不触及任意子动力学运动的二维平面，除了在粒子所在的位置外，它不在平面内产生任何磁场，因此也不在任意子上施加任何直接的经典作用力.

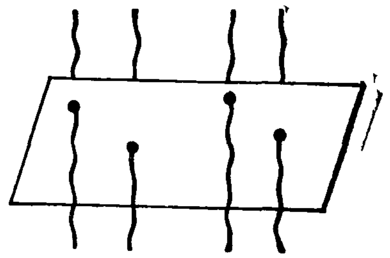

图 1

一个带电为$e^*=\beta e$的粒子绕一根携带磁通为$\phi=\phi_0\alpha$的磁通管一周后，根据 Aharonov-Bohm 效应，粒子的波函数就获得$2\pi\alpha\beta$的相移. $\phi_0=hc/e$是磁通量子，α,β是数值量. 反之，磁通管绕不动的电荷e^*一周后，它也改变了同样大小的相位. 考虑一个附加磁通为ϕ，带电为e^*的粒子. 这一粒子绕另一粒子一周后，这个运动的粒子其波函数相移为$4\pi\alpha\beta$. 最后，二个粒子的交换可以照以下二步进行. 第一步，一个粒子绕另一个粒子半周，第二步，二个粒子的质心向后位移，位移量为这个半圆的半径. 二个粒子复合波函数的相位只是在第一步中改变$2\pi\alpha\beta$.

四、任意子产生于自然界

在过去的20年间，有几个二维系统已在实验室中被广为深入地进行过研究. 当然，所有这些系统都是由电子和原子组成的. 那么，任

意子如何能像在分数量子霍耳效应中那样产生呢?

分数量子霍耳效应是二维电子气在垂直于该平面的磁场作用下所具有的特性. 霍耳电导量子化取值 $\nu e^2/h$, 其中 ν 可以是整数或分数值. (参见 Physics Today, 1988 年第 1 期第 17 页)

首次发现分数量子霍耳效应时 ν 具有 $1/m$ 的形式(m 是一个奇整数). 根据 Lauphlin 理论, 量子化的产生是由于电子气体的基态能量在取 $1/m$ 这些值时正好处于局部极小, 因此, 要在具有最佳电子密度的系统中加入或取出粒子就需要能量. 电子密度接近但不严格取最佳值的系统在这个理论中用最佳密度周围的激发态 (Lauphlin 态)来描述. 根据系统中的密度高于或是低于最佳值, 这些激发态被分别称为准电子或准空穴. 以后, Lauphlin 把准空穴看作为费米子, 而 Halperin 和 Haldane 在讨论 $\nu=p/q$ 态的理论中则把它们假设为玻色子. 而且 Halperin 注意到, 如果假设准空穴和准电子的行为像任意子, 则对观测到的分数量子霍耳效应的描述最为简明. 这相当于假设两个在 $1/m$ 态附近的准电子或准空穴互相交换后波函数的相移为 π/m. 只有这样选取相位, 准粒子波函数才与自由粒子在磁场中的波函数相象. Wilczek 认为, Halperin 的这一设想是他"科学生涯中最令人激动的时刻".

为什么准空穴和准粒子在 1/m态附近表现为任意子呢? 关于它的解释依赖于下述二条性质: (1)在 $1/m$ 态附近的准空穴和准粒子具有电荷$\pm e/m$; (2)这些激发是涡旋线. 涡旋线象是一根携带磁通量为一个磁通量子的管, 电荷为 e 的粒子绕管一周改变 2π 的相位.

五、任意子超导电性

高温超导体发现后不久 P. Anderson 就指出, 了解新材料的关键是超导体中的 CuO_2 面, 而且最为关键的是 Cu 离子磁矩间的交换相互作用. 他论证了 CuO_2 平面内的磁性激发是自旋子 (spinon, 自旋为$\frac{1}{2}$, 电荷为 0), 并且遵循费米统计. 接着 Kivelson 等人提出, 自旋子的存在意味着另一种玻色子激发的存在, 称之为空穴子 (holon, 自旋为 0, 电荷为 e).

由自旋为$\frac{1}{2}$的离子所组成的常规磁性体中的激发, 其自旋为1, 是玻色子, 因为这种激发由自旋倒向产生(比如自"上"倒向"下"). 那么, 自旋子是怎样在 CuO_2 面内产生的呢? Kalmeyer 等人把 CuO_2 面中磁矩的共振价键态与分数量子霍耳效应中的最佳密度态之间进行类比, 认为空穴子和自旋子的行为应该象任意子.

大量的解析计算和数字模拟证明, 带电任意子气体的基态是超导的. 而且任意子超导电性在许多方面与常规的超导电性类似. 任意子超导电性也显示出 Meissner 效应. 正如 Lauphlin 所指出的那样, 在半子超导相中, 粒子将配对. 如果半子的电荷为 e, 在这种超导态下, 磁通量将按 $hc/2e$ 量子化. 如果交换后相移为 p/q, 根据 Lee 和 Fisher 的理论, 基态是超导态. 若 pq 为偶, q 个任意子会束缚在一起.

任意子气体打破了宇称和时间反演对称性. 这可以从下面这一最简单的事实中直截了当地看到. 即交换任意子引起的相位变化依赖于任意子被移动的方向是顺时针还是逆时针. 根据宇称和时间反演对称性破缺可以预言任意子气体的一些反常性质, 如电荷不均匀区附近会产生局部磁场. 目前正在进行探测局部磁场极为灵敏的 μ 子自旋转动实验, 以证实这一预言.

任意子超导可能和目前在讨论的磁通相有联系. 磁通相是作为 CuO_2 层最简单的模型称作 Heisenberg 模型的可能解而提出的. 磁通相这一名称以及它与任意子可能的相似性是由于它们都以"磁通"自发的产生为特点. 当对称性自发破缺时, 磁通不为 0. 与任意子超导体不同的是, 原先提出的磁通相不破坏宇称与时间反演对称性.

新的前景 (下转第 240 页)