

- [3] Q. Gong et al., *J. Appl. Phys.*, **71**(1992),3025.  
 [4] W. J. Blau et al., *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991),1423;  
 R. J. Knize and J. P. Partaneu, *Phys. Rev. Lett.*, **68**  
 (1992)2704.  
 [5] S. Yang et al., *Appl. Phys.*, **B55**(1992),51.  
 [6] M. D. Levenson and N. Bloembergen, *J. Chem. Phys.*, **60**(1974),1323.  
 [7] H. W. Kroto et al., *Nature*, 318(1985),162.  
 [8] H. W. Kroto et al., *Chem. Rev.*, **91**(1991),1213.  
 [9] K. C. Rustagi and C. Ducuing, *Opt. Commun.*, **10**  
 (1974),258.  
 [10] W. Kraetschmer et al., *Nature*, **347**(1990),354.  
 [11] M. Sinclair et al., *Phys. Rev. B*, **38**(1988),10724.  
 H. T. Byrne and W. Blau, *Synth. Met.*, **37**(1990),  
 231.  
 [12] Yuxing Sun et al., *SPIE Proc.*, **Series 1979**(1992),  
 656.  
 [13] Z. H. Kafafi et al., *Chem. Phys. Lett.*, **188**(1992),  
 492.

## 正常态金属介观环的持续电流

周义昌

(中山大学物理系, 广州 510275)

最近的实验证实正常态金属介观环可以存在持续电流. 介绍了这一问题的理论和实验研究的进展, 也涉及一些待解决的问题.

在一个处于正常态的闭合金属环上, 能否存在持续不衰的电流, 近十年来理论家和实验家作了很多研究. 最近的实验<sup>[1,2]</sup>已作出肯定的结论. 但在定量上, 实验与理论仍存在相当大的差异, 各理论结果也不尽一致. 正常态金属环的持续电流问题, 仍是介观物理学的热门研究课题.

### 一、复连通区域中的电子

N. Byers 和 C. N. Yang 在 1961 年首先给出电子在复连通区域中的运动特征<sup>[3]</sup>, 这对正常态闭合金属环持续电流问题的讨论起着重

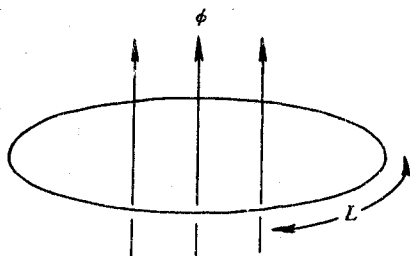


图1 周长  $L$  的一维环

要作用. 设电子局限于如图 1 所示的金属圆环

上作一维运动, 穿过环的磁通量为  $\phi$ , 环上的电子所在区域的磁场强度为零, 电子不直接受到洛伦兹力的作用. 由于磁场  $\phi$  的存在, 环上的矢势  $A = \frac{\phi}{L} e_\theta$  ( $L$  为环周长,  $e_\theta$  为极坐标角单位矢量). 在自由电子模型中, 电子运动方程为

$$\frac{1}{2m} \left( -i\hbar \frac{d}{dx} + \frac{e\phi}{Lc} \right)^2 \psi(x) = E\psi(x), \quad (1)$$

波函数还满足单值条件

$$\psi(x + L) = \psi(x). \quad (2)$$

若设波函数

$$\psi(x) = \varphi(x) \exp\left[-i \frac{2\pi\phi x}{\phi_0 L}\right], \quad (3)$$

其中的  $\phi_0 = hc/e$  为 Aharonov-Bohm 磁通量子, 于是(1)和(2)式变为

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = E\varphi(x) \quad (4)$$

及

$$\varphi(x + L) = \varphi(x) e^{i\frac{2\pi\phi}{\phi_0}}. \quad (5)$$

新波函数  $\varphi(x)$  不是单值的. 绕环一周, 波函数获得由磁通  $\phi$  决定的相移. Byers 和 Yang 指出, 这在原理上与 Aharonov-Bohm 效应一致.

满足条件(4)和(5)式的本征函数和本征值

是:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_n x} \quad (6)$$

及

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m}, \quad (7)$$

其中波矢  $k_n$  与磁通  $\phi$  有关:

$$k_n = \frac{2\pi}{L} \left( n + \frac{\phi}{\phi_0} \right) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (8)$$

$E_n(\phi)$  为如图 2 的虚线所示的一系列抛物线. 它们是相交的, 相交位置在  $\phi = \frac{1}{2}(n_1 + n_2)\phi_0$ , 能级  $E_{n_1}(\phi)$  和  $E_{n_2}(\phi)$  发生偶然简并.

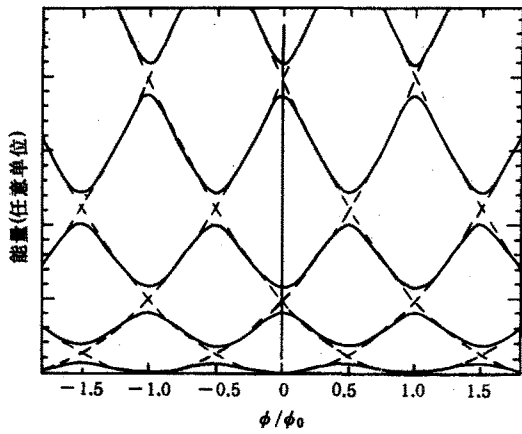


图 2 一维环的电子能级随磁通  $\phi$  的变化  
(虚线是自由电子模型, 实线是考虑原子无序对电子的弹性散射)

处于定态  $E_n(\phi)$  的电子速度  $v_n = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_n}{\partial k_n}$ , 相应的恒定电流  $I_n = -ev_n/L$ , 使用(8)式容易得

$$I_n = -c \frac{\partial E_n}{\partial \phi}. \quad (9)$$

电流  $I_n$  正比于  $E_n(\phi)$  曲线的斜率. 绝对零度时, 费米面之下的能态都给占据, 系统的电子总能量  $E(\phi)$  及总电流  $I(\phi)$  是所有这些能态相应量之和. 由此得到复连通区域中电子运动的基本特征是: (1) 由于  $E_n(\phi)$  及  $I_n(\phi)$  依赖于宗量  $\frac{2\pi}{L}(n + \frac{\phi}{\phi_0})$ , 总能量  $E(\phi)$  及总电流  $I(\phi)$  是磁通  $\phi$  的周期函数, 基本周期是 Aharonov-Bohm 磁通量子  $\phi_0 = \frac{hc}{e}$  (简称 AB 磁通量子); (2) 相邻能级

曲线的斜率相反, 给出的电流正负相反, 但数值却接近相等, 因而相抵消. 总电流的方向和数值主要决定于最高占据的能态, 即近似为  $I_0 = ev_F/L$  的数量级. 以铜为例, 费米速度  $v_F = 1.57 \times 10^8 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ , 对于周长  $L = 2.2 \times 10^{-4} \text{ cm}$  的环,  $I_0 \sim 1.2 \times 10^{-7} \text{ A}$ ; (3) 对于无自旋电子, 可得总电流  $I(\phi)$  曲线为图 3 所示的锯齿形<sup>[4]</sup>.

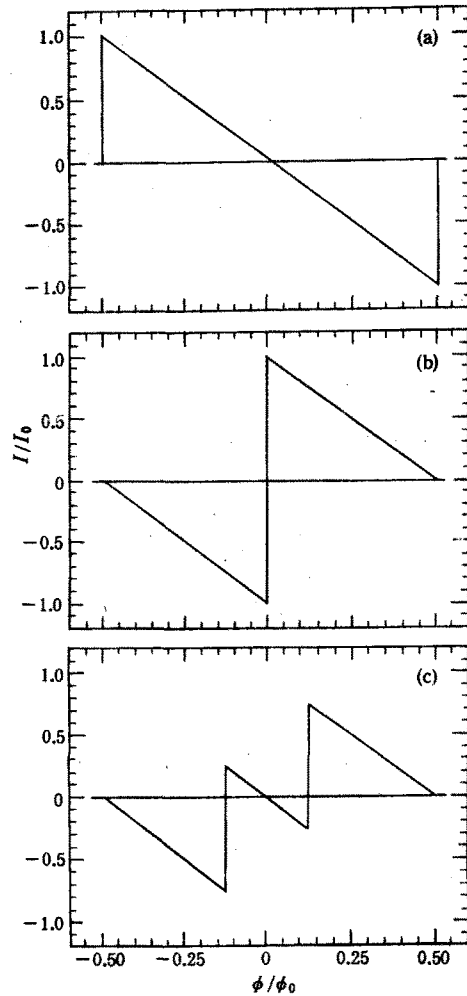


图 3 总电流随磁通在一个周期内的变化  
(a) 电子数为偶数; (b) 电子数为奇数; (c) 固定化学势, 电子数在奇偶之间

$I(\phi)$  的傅里叶展开式为<sup>[4]</sup>

$$I(\phi) = \frac{2I_0}{\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} \cos(lk_F L) \sin\left(\frac{2\pi l \phi}{\phi_0}\right), \quad (10)$$

其中的费米波矢与总电子数的关系是  $k_F = N\pi/L$ . 式(10)表明, 总电流是各种周期为  $\phi_0/l$

的简谐振动的叠加,通常  $l=1$  及  $2$  的振动最重要.

## 二、弹性散射与非弹性散射

上述乃自由电子模型的结果,但电子在金属环中运动绝不会是自由的. 固体中存在各种破坏周期点阵的因素,都对电子波有散射作用,按照传统的电阻观念,形成电阻. 由于介观实验样品的制造工艺,样品往往是强无序的. 电子在样品中的散射自由程很短,对于周长为微米量级的环,电子环行一周受到上百次散射. 因此,多数人认为环流因实际耗损而不存在. 人们引用文献[3],只用之于讨论超导环或含弱连接的超导环. 少数人的异议,却因没有给出正常态金属环持续电流存在的正确条件而得到更多的支持. 后来, R. Landauer 提出在电子输运问题上要区分弹性散射与非弹性散射<sup>[5]</sup>,并且在介观尺度上得到实验的证实<sup>[6,7]</sup>,使人们对环电流问题认识上得到了更新.

R. Landauer 的基本观念是: 晶格缺陷、化学杂质、晶粒间界及原子无序分布,对电子的散射是弹性的. 散射前后电子能量不变,电子只获得确定的相移,若电子波在散射前是相干的,则散射后仍是相干的. 相反,热声子及其他非弹性机制对电子的散射,使电子改变了能量,对于一个时间间隔上宏观短微观长的测量而言,电子波的相干性在散射后消失<sup>[8]</sup>. 通常,称电子波能保持相干性的最大距离为相位关联长度. 设法降低破坏相位关联的因素(例如减少自旋随机取向的磁杂质),在低温下,热声子引起的非弹性散射变得很小,相位关联长度可以达到微米数量级. 1983年, M. Buttiker, Y. Imry 和 R. Landauer 应用这一观念于正常态金属环<sup>[9]</sup>. 他们指出,当环周长小于相位关联长度时,虽然弹性散射自由程比周长小得很多,电子经受频繁散射,但电子波在整个环上保持相位关联,电子波函数是刚性的,保持环流持续不衰.

对电子的弹性散射作用可用势函数  $V(x)$  描述,势函数显然满足

物理

$$V(x+l) = V(x), \quad (11)$$

把  $V(x)$  作为微扰,电子能级在磁通  $\phi = \frac{1}{2}(n_1 + n_2)\phi_0$  处的偶然简并解除,能量  $E_n(\phi)$  如图 2 的实线所示.  $E_n(\phi)$  曲线变得平缓了些,但  $E_n(\phi)$  仍然依赖于宗量  $\frac{2\pi}{L}(n + \frac{\phi}{\phi_0})$ . 弹性散射势使能态  $E_n(\phi)$  上的电流  $I_n = -c \frac{\partial E_n}{\partial \phi}$  数值上变小,定性上保持电子在复连通区域上的运动性质不变.

弹性散射引起持续电流数值上的变化: 把电子运动视为扩散运动,若扩散系数为  $D$ ,弹性散射自由程为  $l$ ,二者关系为  $D = v_F l$ ; 而绕环扩散一周所需时间  $\tau$  与扩散距离  $L$  (周长) 的关系是众所周知的,即  $L^2 = D\tau$ , 则电流强度  $I = e/\tau$  就变为

$$I = I_0 l/L, \quad (12)$$

$I_0$  为自由电子模型的持续电流振幅,弹性散射使之降低一个因子  $l/L$ .

非弹性散射的影响也可从能量上给予估计: 环周长小到微米尺度时,电子能级间距很大,在费米能级附近,能级间距  $\Delta E \sim \hbar v_F / L \sim 10^{-3} \text{eV}$  较之 1K 的热激发能大得多. 低温下热声子对电子的非弹性散射,不足以破坏电子的持续环流状态.

## 三、实验结果及一些问题

R. Landauer 区分弹性散射与非弹性散射的观念在介观尺度的电子输运得到证实之后,人们认为,实验上证实正常态介观闭合环存在持续电流,只是时间上的问题. L. P. Lévy 等人于 1990 年 4 月发表了第一个测量报告<sup>[11]</sup>. 他们测量  $10^7$  个彼此不相连铜环的总磁化强度对外磁通的响应. 每个环的周长  $2.2 \mu\text{m}$ , 保持在 25mK 温度下. 在 1.5K 时估计铜环的相位关联长度大于  $2 \mu\text{m}$ . 他们的实验的其他数据还有: 弹性散射自由程  $l \sim 300 \text{ \AA}$ , 环膜的横截面积  $S \sim 350 \text{ \AA} \times 450 \text{ \AA}$ , 实验的主要结果是:

(1) 绝对零度时每个环的持续电流振幅为

0.4nA  $\approx 3 \times 10^{-3} I_0$ , 相当满意地证实了持续电流的存在. 按(12)式计算, 理论值为  $1.3 \times 10^{-2} I_0$ , 似乎实验值比理论值略小些. 但文献[10]指出, (12)式只适用于单道环, 实际的金属环有一定横截面积, 因而是多道的. 多道环的持续电流振幅应是  $I = 4I_0/Sk^2$ . 按 Lévy 等人的实验数据, 理论值应为  $I \sim 1.4 \times 10^{-5} I_0$ , 比实验值小两个数量级.

(2) 实验只测得周期  $\phi_0/2$  的振动而没有测得周期  $\phi_0$  的振动, 即所谓“周期斩半”(period halving). 人们对此并不惊奇(80年代初期, 输运现象的“周期斩半”现象曾使人迷惑不解).  $10^7$  个铜环的无序组态彼此不尽相同, 测量其总的磁化响应, 实际上是对无序组态进行系综平均. 无序原子对电子弹性散射使电子获得相移, 相移与原子的无序组态有关, 致使周期  $\phi_0$  的振动电流的起始相位因环而异, 系综平均结果是互相抵消. 周期为  $\phi_0/2$  的振动电流可视为两条闭合的时间倒逆路径电流的合成(因而给出相位  $4\pi\phi/\phi_0$ ), 起始相位与原子无序组态无关, 不受系综平均的影响.

(3) Lévy 等人的实验所加磁通不大, 磁场从 0—130G 变化. 环电子对磁场响应是反磁的, 但已有理论结果是顺磁响应<sup>[11]</sup>.

随后, IBM 的另一个实验组报道了他们的单个金环实验<sup>[2]</sup>. 他们测量单个金环的磁化响应, 避免了原子无序组态平均. 实验证实周期  $\phi_0$  及周期  $\phi_0/2$  的振动电流都存在. 持续电流振幅为(0.3—2.0)  $I_0$ , 也是较之理论值大两个数量级.

至今, 正常态金属环可以存在闭合持续电流问题, 理论上已有可靠的依据, 实验上已得到证实. 但是, 实验值比理论值高两个数量级, 使人迷惑不解. 影响持续电流的重要因素如电子的相互作用、温度及原子的无序分布组态, 已经有一些理论讨论. 但各理论之间、理论与实验之间, 存在一些重要分歧. 例如“周期斩半”源于无序组态平均, 大家认识是一致的, 但理论方法分

歧就很大. H. Bouchiat 和 G. Montambaux 的理论计算证明<sup>[12]</sup>, 持续电流对于所采用的系综类型非常敏感: 如果使用正则系综(每个环的粒子数不变, 但各环的粒子数可以不同), 则周期  $\phi_0$  的振动电流消失而周期  $\phi_0/2$  的保持一定; 如果使用巨正则系综(每个环的化学势保持不变, 各环的化学势可以不同), 则二者都因平均而消失. B. L. Altshuler 等则给出正则系综无序平均与巨正则系综无序平均的定量差异公式, 证明“周期斩半”现象<sup>[13]</sup>. 但是, V. Ambegaokar 和 U. Eckern 指出<sup>[14]</sup>, 如果考虑电子之间的相互作用, 即使采用巨正则系综进行无序平均, 也能给出“周期斩半”. 他们认为<sup>[10]</sup>, 考虑电子相互作用是很有价值的, 按照单电子理论, 电流振幅对温度的依赖过于灵敏, 而考虑电子相互作用之后, 情况会得到改善.

- [1] L. P. Lévy et al., *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 2074; L. P. Lévy, *Physica B*, **169**, (1991), 245.
- [2] V. Chandrasekhar et al., *Phys. Rev. Lett.*, **67** (1991), 3578.
- [3] N. Byers and C. N. Yang, *Phys. Rev. Lett.*, **7**(1961), 46.
- [4] H. F. Cheung et al., *Phys. Rev. B*, **37**(1988), 6050.
- [5] R. Landauer, *Phil. Mag.*, **21**(1970), 863.
- [6] S. Washburn and R. A. Webb, *Adv. Phys.*, **35** (1986), 375.
- [7] 蒋平, *物理*, **20**(1991), 15.
- [8] 周义昌, *中山大学学报(自然科学版)*, No. 4(1991), 134.
- [9] M. Buttiker et al., *Phys. Lett. A*, **96**(1983), 365.
- [10] V. Ambegaokar and U. Eckern, *Phys. Rev. Lett.*, **67** (1991), 3192.
- [11] H. Mathus and D. Stone, *Phys. Rev. B*, **44**(1991), 10957.
- [12] H. Bouchiat and G. Montambaux, *J. Phys. (Paris)*, **50**(1989), 2695.
- [13] B. L. Altshuler et al., *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 88.
- [14] V. Ambegaokar and U. Eckern, *Phys. Rev. Lett.*, **65** (1990), 381.