

$Y$  和  $N$  的依赖关系( $SYN$ “综合症”). 然而, 一旦对  $f(\alpha)$  重新标度以后得到的  $\tilde{\alpha} = \alpha/\alpha_1$  和  $\tilde{f} = f/f(\alpha_1)$  却在  $\tilde{\alpha} < 1$  的范围内消除了  $SYN$ “综合症”. 显然, 只有当实验可观测量不存在对  $SYN$  的任何依赖关系时, 才有可能对不同的多重产生过程进行比较和描述. 而不同的  $f(\alpha)$  谱必然预示着碰撞的不同动力学机制, 从而可能从多重分形分析中给人们提供对多重产生的更深刻的认识.

对粒子碰撞中阵发现象的分形研究虽然开始不久, 还需要更多的实验工作和理论模型为阵发的性质给出完整的物理图象, 但是如同在物理学中对其他涨落的研究往往导致了新的物理思想的诞生一样, 可以预计, 对阵发这类相空间中特殊的动力学涨落的探讨, 将会打开对粒子物理世界认识的又一扇大门.

- [1] JACEE Coll. and Y. H. Burnett et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 2062.
- [2] NA22 Coll. and M. Adamus et al., *Phys. Lett. B*, **185**(1987), 200.
- [3] A. Bialas and R. Peschanski, *Nucl. Phys.*, **B273** (1986), 703.
- [4] L. Van Hove, *Mod. Phys. Lett. A*, **4**(1989), 1867.
- [5] P. Lipa and B. Buschbeck, *Phys. Lett. B*, **223**(1989), 465.
- [6] A. Bialas and R. Peschanski, *Nucl. Phys.*, **B308** (1988), 857.
- [7] KLM Coll. and R. Holunski et al., *Nucl. Phys.*, **B345**(1990), 1.
- [8] R. C. Hwa, *Phys. Rev. D*, **41**(1990), 1456.
- [9] Thomas C Halsey et al., *Phys. Rev. A*, **33**(1986), 1141.
- [10] Charles B. Chiu and Rudolph C Hwa, *Phys. Rev. D*, **43**(1991), 100.
- [11] Charles B. Chiu and Rudolph C Hwa, *Phys. Rev. D*, **45**(1992), 2276.

## 等离子体的粒子模拟<sup>1)</sup>

王 阔<sup>2)</sup>

(国防科学技术大学应用物理系,长沙 410073)

比较全面地介绍了等离子体粒子模拟(CIC)技术,介绍了它的简单发展经历、重要作用及基本的方法. 分析了它的主要困难后,提出了克服这些困难的技巧:近网格分配、有限大小粒子等. 最后介绍了一些主要的诊断方法以及一些典型的粒子模拟的问题.

最近一、二十年,高速度、大容量的计算机得到了飞速的发展. 这对物理学的研究和应用产生了深刻的影响,扩大了研究和应用的范围,缩短了研究和应用的周期,促进了一些新兴学科的发展. 在物理学中,除了传统的研究手段——解析理论分析和实验研究以外,发展了一个新的研究手段——计算机统计模拟. 即用计算机模拟计算跟踪大量单个微观粒子的运动,再对组成物体的大量微观粒子进行统计平均,由此得到宏观物体的物质特性和运动规律. 物理学的几乎所有分支学科均出现了这种研究方

法,在等离子物理中即为等离子体粒子模拟法(CIC, cloud in cell).

该方法的基本思路是:设大量带电粒子具有初始空间位置和速度,对它们统计平均求出等离子体的空间电荷密度和电流密度,由麦克斯韦方程求得空间的电磁场,再由洛伦兹力公式求出对每个带电粒子的加速度、速度以及由

1) 国家自然科学基金资助项目.

2) 本人现已调福建省科学技术情报研究所工作(福州市,邮编:350003).

此而产生的空间位移和速度变化,得到带电粒子新的空间和速度分布。由此循环,跟踪计算了大量带电粒子的运动,再根据所感兴趣的问题对这些大量带电粒子的某些物理量作统计平均,即可得到宏观等离子体的物质特性和运动过程。

该方法与流体近似或动力学方法有根本的不同。流体近似由动力学的矩方程导出,要使方程封闭有解必须要求等离子体能作冷等离子体近似或分布函数为体现碰撞占主导地位的麦克斯韦分布。但实际的等离子体常常有许多现象并不满足这一前提条件。动力学方程虽然考虑了不同速度带电粒子的分布函数问题,但往往求解十分困难。另外,无论是流体方程还是动力学方程,在建立的时候都对作为统计系统的等离子体作了光滑化的近似,抹去了它们固有的统计起伏效应,而这些起伏效应在一定的条件下可以发展出一些重要的物理现象。

粒子模拟方法在相当大的程度上克服了这些困难。它因粒子数有限而引入有限大小粒子,为解电磁场方程而引入时间差分和坐标空间差分,为处理像边界这样的特殊问题而引入一些人为的技巧。它们都是粒子模拟这一计算方法本身产生的误差,已经得到了很好的研究,可以消除或控制在一定的范围之内。除这些因素之外,粒子模拟原则上是模拟真实等离子体的行为,包括它的散粒和起伏效应。从这个意义上讲,它考虑等离子体运动最全面,最能反映实际等离子体的运动。在一定意义上可以代替实验的功能。又因为它是模拟计算,每一个模拟的带电粒子的全部运动记录都存在计算机里,因而可以提供任意等离子体运动的各种信息,在这一点上它又优于实验。由于粒子模拟是从最基本的电磁运动和力学运动规律出发,除了计算机的速度和容量外,原则上没有不可克服的数学困难,因而它特别适合于一些物理上不清楚、数学上困难的问题。例如,非线性问题,非平衡态问题,强非线性问题和远离平衡态问题。对于复杂的几何形状,各种不同的边界条件和初始条件,粒子模拟方法的适应能力也很强。因而,

物理

它不但可以用于物理规律还不清楚的基本理论课题的研究,也可以用于几何形状和结构比较复杂的实用等离子体装置的研究和设计。

作为理论和实验的辅助研究手段,粒子模拟的结果在理论上既可以提供清晰的物理图像及物理量的数量级,促进新的理论模型的萌生,也可以对新的理论模型作初步的验证,为修改模型提供可靠的信息。它也可以用来验证一些理论上还无法解释的实验现象,或指导结构比较复杂的实验装置的设计,并预估实验结果。因而,等离子体粒子模拟成为等离子体物理研究的有力手段,促进了理论和实验研究的进展,缩短了研究周期。有人说计算机统计模拟,将要成为独立于理论研究和实验研究的第三个物理研究的手段。

粒子模拟的方法最早由 J. M. Dawson 等人于 1962 年<sup>[1]</sup>提出,利用平板点粒子模型研究了等离子体电子静电波,取得了较好的结果。但由于点粒子之间的近程库仑碰撞力,静电噪声大大增加,限制了这一方法的推广使用,直到 1969 年由 Birdsall 等人提出了有限大小的粒子方法<sup>[2]</sup>,才解决了粒子的近程库仑碰撞问题,使得粒子模拟方法在 70,80 年代得到广泛的推广和应用。方法本身的理论、适用范围和技巧也渐趋成熟,这些在文献[3]中得到了全面的总结。在国内,由于受计算机条件的限制,这方面的工作起步较迟,已有少量文章陆续发表,但还只局限在较小的范围。笔者本人的工作<sup>[4]</sup>也只是初步的,希望这方面的研究工作能得到广泛的发展。

## 一、粒子模拟的基本问题

等离子体粒子模拟虽然具有如上所述的优点,但它有一个基本的困难限制了它的发展和应用。这就是对计算机的容量和速度的几乎无尽止的需求。其原因是因为它要跟踪计算大量带电粒子的运动,而每个粒子又是在这大量的随时间运动的带电粒子本身所产生的电磁场的作用下运动,因而对每个时间小步长都要计算

这大量粒子的每两个粒子之间的相互作用力及其所产生的运动,计算量十分可观。实际等离子体带电粒子数远远超过了高速计算机所能模拟计算的总粒子数。在这样的计算机条件下模拟等离子体,就需要发展一些粒子模拟的技巧来克服这一基本的困难。

### 1. 粒子模拟的维数

为减少计算量,在粒子模拟中,总是把等离子体变成维数尽量低的模拟问题。通常约定某一方向既有粒子的坐标变化,又有速度变化,则称其为一维。如果只有速度变化,没有坐标变化,称其为 $1/2$ 维。故 $1D$ 表示一个方向的坐标和速度变化, $1\frac{1}{2}D$ 表示一个方向的坐标和两个方向的速度变化……。

### 2. 不同的模式

粒子模拟要反复求解电磁场,但并不是所有问题都要求解麦克斯韦方程,有的只需要求解其中的一部分,这样可以节省计算时间。按求解不同类型的电磁场方程,粒子模拟可分为:

#### (1) 静电模

等离子体运动主要由电荷分离产生静电场所致,只要求解泊松方程,波动特征时间为 $\omega_{pe}^{-1}$ ,因而时间步长可取得较大,节省机时比较多。

#### (2) 电磁模

求解完整的麦克斯韦方程,运动特征时间为 $\lambda_{de}/c$ ,时间步长小。

#### (3) 静磁模

磁流体动力学(MHD)问题的方程忽略了位移电流,因而不包含电磁反复转换的问题,特征时间是 $\omega_{pe}^{-1}$ 或 $\omega_{ce}^{-1}$ ,时间步长亦可取较大。

### 3. “超粒子”(superparticle)概念的引入

超粒子就是用计算机跟踪计算一个粒子以代表许多位置和速度与它相类似的粒子,这样大大减少了模拟的粒子,使得用计算机进行粒子模拟有了可能。

## 二、静电模等离子体的粒子模拟

静电模粒子模拟最简单,它的场方程只要

• 476 •

求解泊松方程就够了。这里以它为例来表述粒子模拟方法的基本过程,它的主要问题及其解决的方法。主要技巧如下:

### 1. 粒子的近网格分配(NGP, nearest grid point)

粒子模拟中由大量在坐标空间和速度空间任意分布的带电粒子求其在空间产生的电磁场,计算量十分大。一个有效而减少计算量的办法是:把空间分成许多网格点,把每个带电粒子以一定的方式分配到离其最近的空间网格点上,由此形成在网格点上的电流密度和电荷密度的空间分布,再据此求解麦克斯韦方程。这就是粒子的近网格分配 NGP。NGP 有各种不同的方案,它不但可以简化求解电磁场的过程,而且可以在一定程度上压抑短波长噪声,减缓粒子之间的近碰撞效应。

### 2. 有限大小粒子(FSP, finite size particle)

粒子模拟因发散的库仑近碰撞引起的短波长噪声影响了模拟的结果,这一困难只有在采用了有限大小粒子的技术才得到了彻底的解决。它的基本思想是:以电荷在空间有一定分布有一定形状的粒子替代点状超粒子,粒子在距离近时可以互相穿透甚至重合。这样空间两个粒子的相互作用就更接近于实际等离子团的相互作用。理论分析<sup>[5]</sup>和粒子模拟的实践证明,粒子分布为高斯分布时其效果最好。

### 3. 时间步长 $\Delta t$ 对粒子模拟结果的影响

时间步长的选取是数值解时必不可少的, $\Delta t$  这一参量是人为引入的。但它的引入会影响物理参量的计算结果。例如,对冷等离子体, $\omega_{pe}$  是其固有的物理量,但如果不当的选取  $\Delta t$  就会使计算出的等离子体频率偏离  $\omega_{pe}$ 。这种偏离量与  $\Delta t$  的大小有关。这显然是不合理的。此外,由于时间变量由连续点变为一系列分离点,会引起一种频闪效应(stroboscopic effect),这种效应会改变等离子体的基本性质,影响粒子模拟的结果,因而在模拟一个问题的时候先应掌握它可能产生的偏差,并将它控制在一定的范围之内。对于时间步长为  $\Delta t$ 、粒子形状为  $S(x - x_i)$ 、电荷分配为对最近网格点的电偶极守恒

的粒子模拟,即每个电荷对最近网格点分电荷 $q$ ,对近端网格分电荷 $q\Delta x/2\delta$ ,对远端网格分电荷 $-q\Delta x/2\delta$ (图 1). 理论分析证明<sup>[6]</sup>其色散关系为

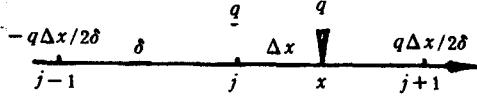


图 1

系为

$$1 = \frac{\omega_p^2 S^2(k) \sigma}{k^2} \int_L \frac{\partial f_0 / \partial v}{v - \omega_s / k} dv,$$

其中  $\omega_s = \omega \operatorname{sinc}(\omega \Delta t / 2\pi)$ ,  $S(k)$  为  $S(x - x_i)$ ,

$$\begin{aligned} \sigma &= \operatorname{sinc}\left(\frac{k\delta}{2\pi}\right) + \operatorname{sinc}\left(\frac{k\delta}{2\pi}\right) \\ &\cdot \left[ \cos\left(\frac{k\delta}{2}\right) - \sin\left(\frac{k\delta}{2}\right) \right]. \end{aligned}$$

当时间步长  $\Delta t \rightarrow 0$ , 空间网格  $\delta \rightarrow 0$ , 粒子大小  $a \rightarrow 0$ , 色散关系变为静电波的色散关系. 这一分析也得到计算机模拟实验的验证. 图 2 是不同大小粒子对色散关系的影响. 图 3 是因时间步长存在使色散关系产生高频分支, 此即频闪效应产生的伪模. 所有这些模拟与理论分析的结果都符合得很好.

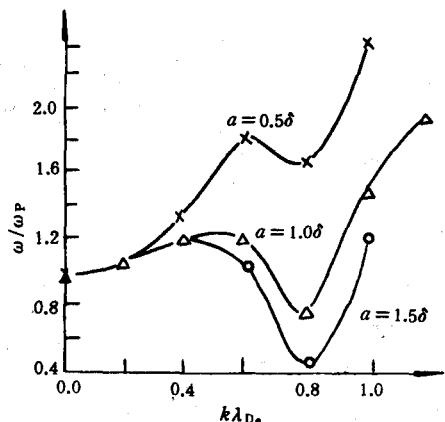


图 2 不同大小粒子对色散关系的影响

### 三、诊断

粒子模拟得到每一个带电粒子随时间和空间的演变, 因而在原则上可以由它得到等离子体宏观、微观的任何信息. 它的数据繁多, 因而使人无法得到体系宏观运动的图像. 它的问题物理

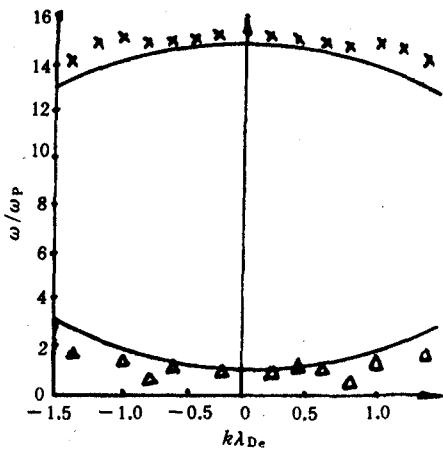


图 3 时间步长对色散关系的影响

在于如何正确地运用那些数据, 经适当数值统计平均处理, 得到清晰的宏观运动图像. 这就是粒子模拟数值诊断的任务, 一般称其为诊断 (diagnostic). 现将几种粒子模拟诊断大体介绍如下:

#### 1. 粒子轨迹

可以直观地观察等离子体的单粒子运动, 不但可以观测整体的流体运动, 而且可以观测其中个别粒子的特殊的运动. 例如, 强流相对论电子束的虚阴极振荡<sup>[7]</sup>过程中部分粒子被反射, 部分透射, 粒子轨道互相交叉, 不能用流体方程的方式来描述和模拟, 可用粒子模拟的方法研究. 图 4 即是其模拟粒子轨迹图, 其中横轴为时间坐标, 纵轴为空间坐标,  $J$  为入射电流.

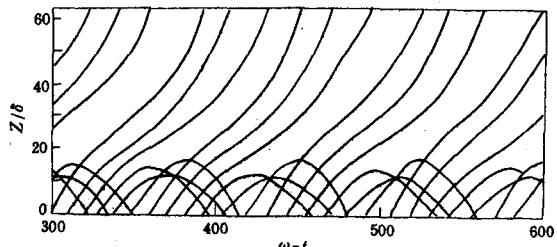


图 4 虚阴极振荡电子运动轨迹

$(J/J_{SCL} = 5.47, \omega_{pe} = 0.158c/\sigma)$

#### 2. 分布函数图

图 5 为初始分布函数为麦克斯韦分布的等离子体在朗缪尔静电波的作用下所变成的分布函数, 中间峰值处的两个峰代表在静电波作用

下等离子体在两个相反方向的振荡,分布函数边缘处的小峰表示因朗道阻尼而产生的高速电子.

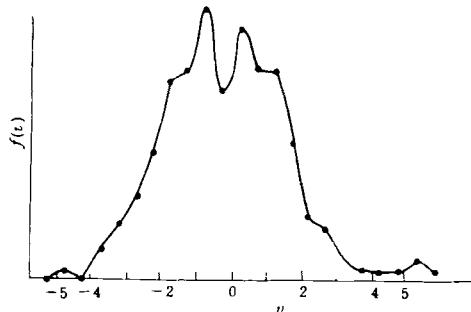


图 5 朗缪尔静电波作用下电子的分布函数

### 3. 相空间图

图 6 为非均匀等离子体中朗缪尔静电波孤立子的相空间图<sup>[6]</sup>: 等离子体密度随  $x$  线性增加, 在  $x=70$  处等离子体频率等于朗缪尔频率, 为临界点. 由图 6 中可见, 在临界 ( $x=70$ ) 和次临界 ( $x<70$ ) 处的两个宏观速度有定向运动的孤立子峰, 它们振荡的位相相反, 而且可以看到两个密度峰值相反方向的振荡向两个方向发射出高能电子. 这一现象用流体近似是不能描述的, 只有粒子模拟方法才能研究, 只有相空间图才能清晰地诊断出其细微的物理过程.

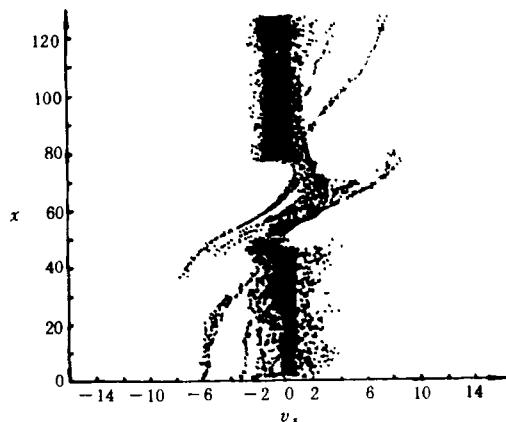


图 6 孤立子电场产生高能电子相空间图

### 4. 功率谱

亦即电场或其他物理量模的均方值. 对于研究等离子体的波来讲, 波的能量或其他物理量如何在波矢和频率空间分配与消长是十分重要的, 它反映等离子体本质的信息. 因而, 功率

• 478 •

谱的测定十分重要. 图 7 为诊断离子声波时对其电子密度求谱密度<sup>1)</sup>. 图 7 中中心附近的密度峰值为离子声波运动时与离子耦合在一起的电子密度峰, 其峰值大小形状与该模拟离子密度谱完全一致, 说明是离子声波. 在略大于  $\omega_{pe}$  处的小峰值是因等离子体中电子气体的朗缪尔噪声而形成的, 离子密度谱的对应处并无此峰值.

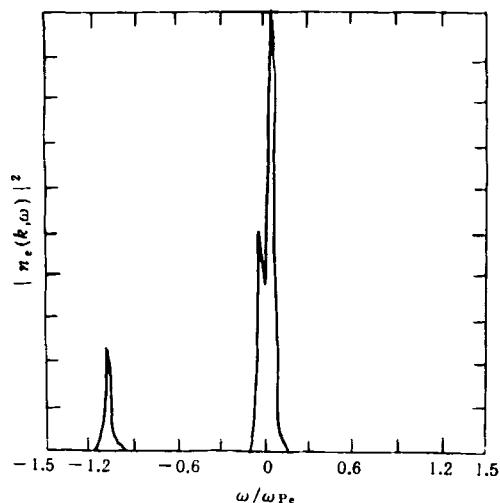


图 7 离子声波作用下的电子密度谱

### 5. 色散关系

由于它是等离子体的最基本特性, 因而通过它可以验证这种波是否存在, 相关的理论是否正确. 文献[8]中描述的色散关系, 流体理论结果和粒子模拟结果十分一致, 而模拟结果有几条流体理论没有的平行线, 这只有动力学理论才能解释. 这说明粒子模拟比流体理论更真实地反映实际等离子体.

### 6. 波的增长率

波的不稳定性常引起波的增长或衰减, 由于不稳定常以指数上升, 则从能量密度  $|E(k, t)|^2$  可得增长率:

$$T = \frac{1}{2} \frac{\ln [ |E(k, t_2)|^2 / |E(k, t_1)|^2 ]}{t_2 - t_1}.$$

图 8 为电子衰变不稳定时被激发的朗缪尔波随时间的增长. 如果取开始指数上升阶段的值, 用

1) Wan Wei et al., The Third Summer School on Plasma Physics of APSC, (1990), 274.

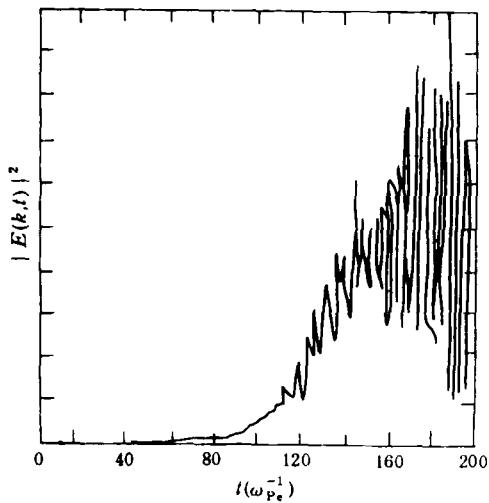


图 8

上式求得  $T = 0.02$ , 其值和有关的参量不稳定理论得出的结果基本一致.

- [1] J. M. Dawson, *Phys. Fluid*, **5** 4 (1962), 445.
- [2] C. K. Birdsall, *Phys. Fluid*, **13**-8 (1970), 2123.
- [3] J. M. Dawson, *Rev. Modern Phys.*, **55**-2 (1983), 403.
- [4] 王闽, 等离子体物理及其计算机模拟, 陕西科技出版社, (1992).
- [5] 刘成海、王闽, 计算物理, **1** 2 (1984), 200.
- [6] 王闽, 国防科学技术大学学报, **13**-4 (1991), 59.
- [7] 陈德明、王闽, 计算物理, **7**-1 (1990), 24.
- [8] 王闽、林励平, 核聚变与等离子体物理, **9**-1 (1989), 46.

## 卫星多普勒定位技术及发展

李长真

(武汉测绘科技大学, 武汉 430070)

扼要介绍了卫星多普勒定位技术的理论基础和发展过程, 并简单地介绍了在卫星多普勒定位技术的基础上发展起来的全球定位系统(GPS), 以及卫星多普勒定位技术和全球定位系统在世界和我国的最新应用成果和潜在应用前景. 最后给出了几个定位技术中有待解决的基础物理问题.

### Abstract

In this article a brief introduction is given to the theoretical foundation and the history of development of satellite Doppler positioning and the global positioning system, as well as the present status of research and practical and potential applications of them at home and abroad. Some fundamental problems in satellite positioning techniques related to modern physics are also described.

基础物理的研究成果之一——多普勒效应在科学、国防、国民经济建设等多种领域中有着非常广泛的应用. 卫星多普勒定位技术就是一个典型的应用例证. 它是根据多普勒效应的原理, 利用已知轨道参数的人造地球卫星发出的已知频率的无线电信号, 在地面、海洋或空中某一固定或活动测站上, 测量其信号的多普勒频率移动来确定测站的地心坐标. 这种物理

技术目前在世界上许多国家的国防、军事和经济领域里起着重大的作用.

### 一、卫星多普勒定位技术

多普勒效应是 1842 年由奥地利物理学家多普勒 (Christian Doppler, 1803—1853) 首先发现的. 其原理简单的说就是: 当波源与观测者