

# 衍射光学元件的设计方法

杨国桢 顾本源

(中国科学院物理研究所, 北京 100080)

衍射光学是基于光学衍射原理和利用计算机产生全息图和相息图 (kinofoms) 以及微电子加工技术而发展起来的一个新的光学分支。衍射光学元件能够同时实现几种光学功能, 从而实现光学元件的微型阵列化与集成化。着重介绍基于衍射标量理论、衍射光学元件的设计原理和相关的算法, 通过简单的例子来说明设计的步骤和结果。

**关键词** 衍射光学, 衍射相位元件, 相位恢复, 光学变换

## Abstract

Diffractive optics is a rapidly developing new branch of optics involving computer-generated holography, kinoform technology, microelectronics and microfabrication technology. A diffractive phase element (DPE) consisting of computer-generated diffractive patterns modulates the phase of an incident wavefront, thus several optical functions can be simultaneously achieved by only one DPE. We review briefly the fundamental principles and algorithms for the design of diffractive optical elements based on scalar diffraction theory, illustrating with two particular examples.

**Kew words** diffractive optics, diffractive phase elements, phase retrieval, optical transform

近年来, 随着计算机产生全息与相息图 (kinofoms) 设计、制作技术的完善和微电子加工技术的发展, 人们能够应用光学衍射原理, 设计并制作衍射光学元件, 使几种光学功能集于一体<sup>[1-4]</sup>。一门新兴的光学分支学科——衍射光学应运而生。现在它已成为 90 年代的光学的前沿研究领域之一。衍射光学元件通常是在光学材料片基的薄层表面上, 刻蚀出特定的深浅不一的花样。当光束投射到这样的元件上时(透射式或者反射式), 波相位受到调制, 实现各种联合的光学功能。这一新型的元件, 可应用于激光波面校正、光束剖面成型、光束列阵发生器、光学互连、平行光计算、微型光通信等方面<sup>[5-8]</sup>。

衍射光学元件的设计理论通常分为两大类: 衍射标量理论 (scalar diffraction theory)

和衍射矢量理论 (vector diffraction theory)<sup>[5,9]</sup>。当衍射光学元件上的精细结构的特征尺寸可以与光波波长相比较时, 衍射标量理论不适用了。此时, 光波的偏振性质和不同偏振光之间的相互作用对光衍射结果起重大作用, 因此必须严格地求解麦克斯韦方程和适当的边界条件, 来进行衍射光学元件的设计<sup>[9]</sup>。与此相关的一系列理论方法已经提出<sup>[10-15]</sup>。总的说来, 这些理论方法都要进行复杂和费时的计算机计算。当衍射结构的横向维数上的特征尺寸大于光波波长时, 光波的偏振属性变得不那么重要了, 传统简单的衍射标量理论能够合理地应用于衍射光学元件的设计上。各种光场的相位恢复算法业已应用于具体设计中<sup>[5,16-21]</sup>。本文将介绍基于衍射标量理论的衍射光学元件的

设计原理和有关的算法步骤,同时也给出具体例子来说明设计步骤和结果。

## 一、衍射相位元件的设计原理

应用衍射光学元件和光衍射过程,能够人为地控制变换光波波场。一般地说,一个光学元件同时兼有振幅调制和相位调制能力。然而,纯相位型调制元件更有吸引力。因为使用它,不会引起光能被吸收而损失掉,从而有可能获得极高的衍射效率。另一方面,为制作出可用的衍射相位元件,通常要求其相位分布取值是分级量化的。例如,相位只能取0和 $2\pi$ 之间 $2^L$ 等级,即 $2\pi/(2^L)$ 的整数倍,这里 $L$ 为整数,称作 $L$ 等级量化<sup>[17-20]</sup>。

考虑夫琅和费(Fraunhofer)衍射光学系统,当一束平面波投射到一个相位为分级量化的 $\Gamma(U)$ 纯相位型元件上时,产生夫琅和费衍射花纹为复函数 $f(X)$ ,它由下式给定:

$$f(X) = FT[\exp(i\Gamma(U))], \quad (1)$$

式中 $FT$ 代表傅里叶变换。衍射相位元件的设计问题归结为如何计算分级量化的相位分布 $\Gamma(U)$ ,使得输出的衍射花样的强度分布为预先给定的分布 $|f(X)|^2$ ,至少有高的精度逼近预定的分布。这种设计要求能不能高精度地实现以及如何进行设计并不是一目了然的。乍一看来,似乎问题很直截了当。既然 $f(X)$ 已知了,只要进行一次傅里叶逆变换,便得到

$$F(U) = |F(U)| \exp[i\phi(U)] = FT^{-1}[f(X)].$$

于是 $F(U)$ 给出了所需要设计的衍射结构花样。但是事实不然,这不符合衍射相位元件设计的要求。因为通常 $|F(U)|$ 并不是常数,相位 $\phi(U)$ 为连续分布函数,而不是分级量化的。衍射相位元件的设计问题是如何去构造一个新的分布函数 $G(U) = |G(U)| \exp[i\Gamma(U)]$ ,它满足两个条件(1)  $|G(U)| = 1$ 和(2)  $\Gamma(U)$ 为 $L$ 等级量化的,并且要求 $G(U)$ 的夫琅和费衍射花样 $g(X) = FT[G(U)]$ 的强度分布以高精度地逼近已知的强度信号 $|f(X)|^2$ <sup>[17,20]</sup>:

$$\begin{aligned} |g(X)|^2 &\propto |f(X - X_0)|^2, & X \in F_w \\ &= 0, & X \notin F_w, \end{aligned} \quad (2)$$

这里 $F_w$ 代表信号窗口(signal window,在信号窗口之外,不携带信号信息), $X_0$ 代表重构的信号场的离轴量,可作为一个设计参量。由此可以明显看出,衍射相位元件设计第一步,是要将原先振幅分布 $|F(U)|$ 中所携带的信息,尽可能多地编码到相位分布中去,这称为编码手续。在这个过程中,将会引进编码噪声(coding noise) $c(X)$ 。第二步,对连续取值的相位分布进行分级量化处理,当然又会引进新的相位量化噪声(quantization noise)。衍射相位元件的设计,就是要采用最佳的方案使得总噪声降到最低,所产生的衍射花样强度主要分布在信号窗口之内,正比于预定的分布。当然,一小部分的衍射光可能泄漏到信号窗口之外。信号窗口内的光能量与总的衍射光能量之比,称作衍射效率。最佳的设计方法总是希望衍射效率尽可能地高。

对于一般任意形状的信号,要求设计出分等量化的纯相位元件使得夫琅和费衍射花样满足公式 $g(X) = f(X - X_0)$ 是不太可能的。因此必须适当地放宽条件,令输出的分布函数取 $g(X) = |f(X - X_0)| \exp[i\phi(X - X_0)]$ 形式,同样能够达到所要求的设计目标 $|g(X)|^2 = |f(X - X_0)|^2$ 。尽管相位因子 $\phi(X - X_0)$ 对最终观测结果不带来影响,但是,由于引进这个相位因子 $\phi(X - X_0)$ ,从而给设计带来了新的自由度,即相位自由度(phase freedom),以便容易满足条件 $|G(U)| = 1$ 。另一种可能的方案是允许信号窗口之外有适当的较弱的振幅分布 $c(X)$ ,来保证满足 $|G(U)| = 1$ 的设计条件,称为振幅自由度(amplitude freedom)。在最一般的设计中,通常同时应用这两个自由度,实现最佳的设计<sup>[20]</sup>:

$$\begin{aligned} g(X) &= |f(X - X_0)| \exp[i\phi(X - X_0)] \\ &\quad + c(X). \end{aligned} \quad (3)$$

在信号窗口内, $c(X) = 0$ ;窗口外,允许它有非零值,但要求尽可能地小。

## 二、相位恢复算法

显然地,衍射相位元件的设计问题十分类

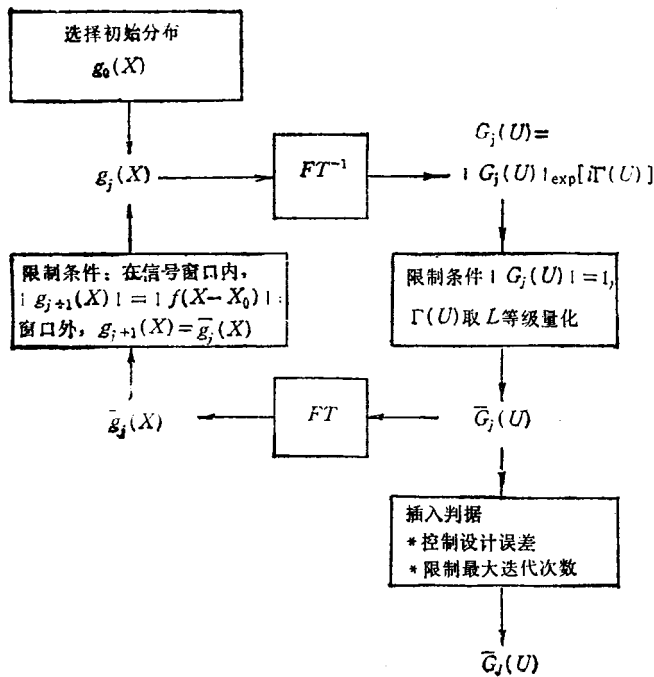


图1 设计衍射相位元件的计算流程图

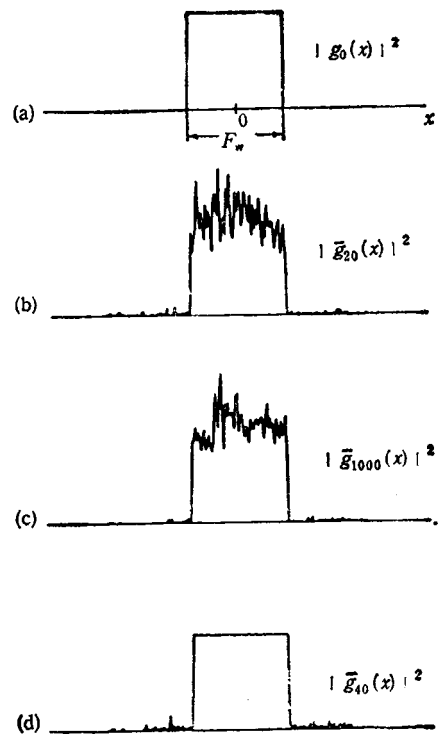


图2 迭代过程出现停滞现象

(a) 预先给定的分布  $|g_0(x)|^2$ ; (b) 排除使用相位自由度, 20次迭代后的结果  $|g_{20}(x)|^2$ ; (c) 1000次迭代结果  $|g_{1000}(x)|^2$ ; (d) 同时利用相位自由度和振幅自由度, 经过40次迭代的结果  $|g_{40}(x)|^2$ , 高精度地逼近正确的解

似于光学成像系统中相位恢复问题: 已知成像系统中输入平面上光波场振幅为常数值, 即  $|G(U)| = 1$ , 和输出平面上光场分布取预定花样  $|f(X)|$ , 如何去计算输入平面上的光波场的相位分布(取量化值), 使得(3)式高精度地得到满足。

早在1972年, Gerchberg和Saxton曾提出由两强度测量数据来恢复输入和输出平面上光场相位分布的实际算法<sup>[21]</sup>。随后, Fienup等人提出了各种有效的修正算法<sup>[22-25]</sup>。这些算法只适用于么正变换系统。杨国桢和顾本源从1980年开始, 历经十载努力, 提出任意线性变换系统中振幅-相位恢复的一般理论和杨-顾算法, 并且成功地应用到各种实际问题和各种变换系统中去<sup>[23-31]</sup>。杨-顾算法理论的创新之意已引起同行们的关注。最近, 我们又将此理论推广到多波长混合光照明光学系统中, 设计衍射相位元件, 能够实现诸波长信号分开 (demultiplexing) 和同时聚焦到同一平面上预定位置的综合功能。

为简单起见, 本文只介绍应用 Gerchberg-

Saxton (GS) 算法进行衍射相位元件的设计过程。GS算法的计算机程序的流程如图1所示。首先要选择初始分布, 例如  $g_0(X) = |f(X - X_0)| \exp[i\phi(X - X_0)]$ , 这里  $|f(X - X_0)|$  为所要求的衍射花样分布,  $\phi(X - X_0)$  为可以在  $[0, 2\pi]$  范围内随机取值的分布函数。进行傅里叶逆变换, 可得到  $G_j(U) = FT^{-1}[g_j(X)] = |G_j(U)| \exp[i\Gamma(U)]$ 。对这个输出函数, 进行人为修正, 令  $|G_j(U)| = 1$ , 同时对  $\Gamma(U)$  进行  $L$  等级量化处理, 得到新的函数  $\bar{G}_j(U) = \exp[i\Gamma(U)]$ 。然后, 进行傅里叶变换, 得到  $\bar{g}_j(X)$ , 再对它施加人为剪裁, 在信号窗口内, 令  $|g_{j+1}(X)| = |f(X - X_0)|$ , 而在窗口外,  $g_{j+1}(X) = \bar{g}_j(X)$ , 不变更, 这样导出经过一次迭代后的解, 作为新的下一轮迭代过程的初始分布。这样的迭代过程重复地

进行下去，一直到设计精度得到满足或者达到设置的最大迭代次数为止。由最后的输出函数  $\bar{G}_j(U)$ ，可得到所需要设计的衍射相位元件的相位剖面。

当然，这种算法结果有时依赖于初始分布的选择，迭代的收敛速度和迭代解的精度也与初条件有关。在理论上，还没有完全证实是否只应用相位自由度，就足够保证设计要求，使  $|G(U)| = 1$  得到充分的满足，同时实现高精度地逼近预定的衍射花样。一般地，对于复杂剖面形状的信号，仅仅采用相位自由度，设计是难于获得成功的。通常要同时利用相位自由度和振幅自由度，才能得到满意的结果。不过，这样一来，衍射效率会有所降低。

图 2 给出一个简单的例子，来说明迭代过程中，由于所利用的自由度不充足，会出现停滞 (stagnation) 现象<sup>[20,24]</sup>。只有引进附加的自由度后，才能得到高精度的解。

### 三、应用例子

自由空间中光学互连是实现将单一激光束劈裂成具有给定强度分布的二维阵列束，例如，高斯型分布的扇形展开的光学互连 (gaussian fan-out optical interconnect)<sup>[5-8]</sup>。这种互连器件是近代光学应用中基本元件之一。例如，可应用于光学平行处理器，神经网络计算，实现单束光泵浦微型激光器阵列等等。所要求

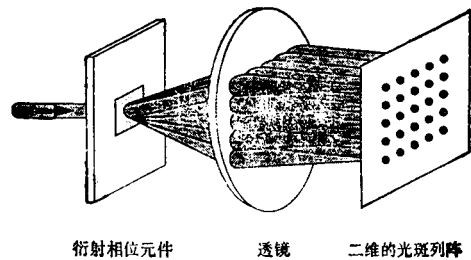


图 3 扇形展开的光学互连器

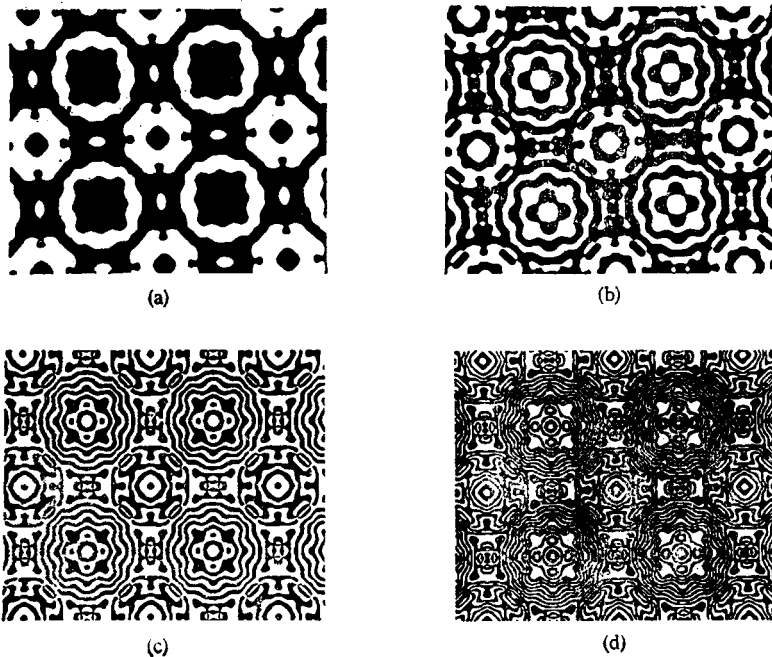


图 4 用于制作 16 等级量化的衍射相位光栅的四个平板印刷掩模的部分花样

(a) 掩模 1; (b) 掩模 2; (c) 掩模 3; (d) 掩模 4

输出的衍射花样为  $f(n, m) = \exp[-\sigma(n^2 + m^2)]$ 。参量  $\sigma$  决定高斯扇形展开的宽度。图 3

给出光学互连示意图。假如要求实现这一功能的衍射相位元件的相位取值为 16 等级量化，

$2^4=16$ , 应用 GS 算法能够给出最佳的设计。图 4 给出为制作 16 等级量化的最佳的衍射相位光栅所需要的四个平板印刷掩模 (lithographic masks) 的部分花样<sup>[5]</sup>。取样点数目  $N \times N = 128 \times 128$ , 光栅的周期为  $128\mu\text{m}$ 。图 5 给出实现 1 束变换成  $11 \times 11$  束列阵的高斯型扇形劈开的光学互连的实验测量结果与理论计算结果。应用氩-氟激光 ( $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$ ) 照射所制作的衍射相位光栅, 所得到的衍射花样强度分布测量数据示于图 5(a) 中。图 5(b) 为应用傅里叶光学公式并考虑了在光栅制作加工过程中刻蚀深度误差 (etch-depth errors) 后进行理论计算所得的分布花样。对比这两张图, 两者符合得相当好。衍射效率为 85%, 最大的重构误差为 3.8%。

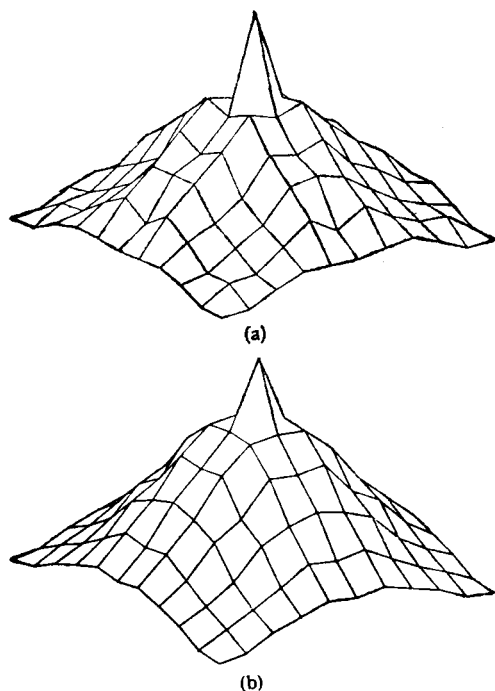


图 5 应用多等级量化的衍射相位元件实现 1 束变换成  $11 \times 11$  束列阵的高斯型扇形劈开的光学互连  
(a) 测量值; (b) 理论预期值

现在简单地介绍另一个例子。应用杨-顾算法, 在多波长混合照明的光学系统中, 实现诸波长信号分离 (demultiplexing) 传输并聚焦到预先设定的位置上, 从而实现了具有综合功能的衍射相位元件的设计<sup>[32-35]</sup>。

典型的多波长混合照明的光学系统如图 6 所示。  $P_1$  和  $P_2$  分别代表输入平面和输出平面。对于波长  $\lambda_\alpha$  的分波, 输入平面上的复波函数可表示成

$$U_{1\alpha} = U_1(X_1, \lambda_\alpha) = \rho_1(X_1, \lambda_\alpha) \exp[i\phi_1(X_1, \lambda_\alpha)], \quad (4)$$

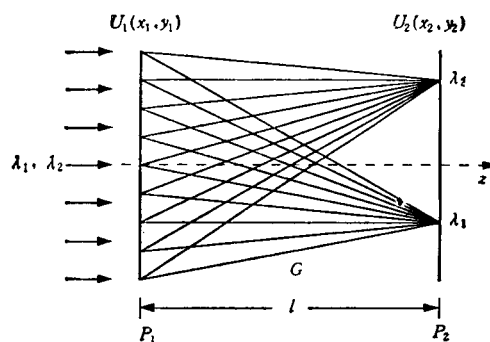


图 6 多波长混合照明的光学系统

而相应的输出平面上波函数为

$$U_{2\alpha} = U_2(X_2, \lambda_\alpha) = \rho_2(X_2, \lambda_\alpha) \exp[i\phi_2(X_2, \lambda_\alpha)]. \quad (5)$$

它们二者之间一般地通过一线性变换核  $G(X_2, X_1, \lambda_\alpha)$  联系起来

$$U_2(X_2, \lambda_\alpha) = \int G(X_2, X_1, \lambda_\alpha) U_1(X_1, \lambda_\alpha) dX_1 = \hat{G}(\lambda_\alpha) U_1(X_1, \lambda_\alpha). \quad (6)$$

衍射光学元件设计问题是, 如果已知线性变换核  $\hat{G}$  和  $U_{1\alpha}$  以及  $U_{2\alpha}$  的振幅信息, 如何设计相位分级量化的相息片的结构, 使得(6)式高精度地得到满足? 对于多波长混合照明的光学系统, 定义  $\hat{G}U_1$  逼近  $U_2$  的距离测度是

$$D^2 = \sum_{\alpha} \| [U_{2\alpha} - \hat{G}(\lambda_\alpha) U_{1\alpha}] \|^2, \quad (7)$$

这里  $\|\dots\|$  表示求模数。衍射相位元件的最佳设计要求  $D^2$  极小化。由此, 推导出一组  $\phi_1$  和  $\phi_2$  所满足的方程, 应用杨-顾迭代算法<sup>[28-31, 34, 35]</sup>, 可以得到收敛解, 实现特定的综合的光学功能。通过具体的数值模拟计算, 对于一维和二维情形, 都能够成功地实现多波长(四种或八种)混合光束信号的分波独立传输和聚焦到各种配置方式的预定点上。图 7 给出了二维情形下四色照明系统中总的输出强度的空间分布, 其中  $n_x$  和

$n_x$  代表空间位置指标, 光束沿  $y$  方向分成四股; 同时四色光沿  $x$  方向分离并聚焦到预定位置上。应用杨-顾算法成功地实现了这一设计, 给出了满意的结果。总之, 推广的杨-顾算法开拓了一般光学变换系统中衍射光学元件设计新途径<sup>[34,35]</sup>。

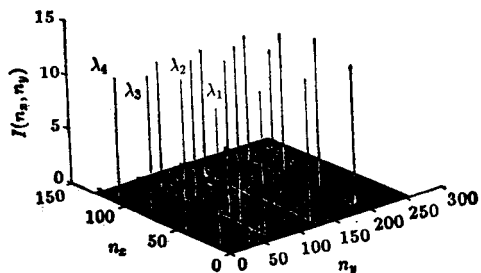


图7 二维情形下, 总的输出强度的空间分布

[1] Special issue for Diffractive Optics, *Appl. Opt.*, **32**-14(1993).  
 [2] Special issue for Diffractive Optics, *J. Modern Optics*, **40**-4(1993).  
 [3] J. Cordingley, *Appl. Opt.*, **32**(1993), 2538.  
 [4] W. B. Veldkamp and C. J. Kastner, *Appl. Opt.*, **21**(1982), 345.  
 [5] V. V. Wong and G. J. Swanson, *Appl. Opt.*, **32**(1993), 2502.  
 [6] N. Streibl, *J. Modern Opt.*, **36**(1989), 1559.  
 [7] M. T. Gale et al., *Appl. Opt.*, **32**(1993), 2526.  
 [8] P. Ehbets et al., *J. Modern Opt.*, **40**(1993), 637.  
 [9] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon, London, (1980).  
 [10] M. G. Moharam and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **72**(1982), 1385.  
 [11] M. G. Moharam, *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum.*

*Eng.*, ed. I. Cindrich, **883**(1988), 8.  
 [12] A. Varasa et al., *Opt. Commun.*, **81**(1991), 337.  
 [13] M. Cadilhac, *Opt. Commun.*, **8**(1973), 113.  
 [14] M. G. Moharam and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **71**(1981), 811.  
 [15] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, 2nd ed., Academic, New York, (1991).  
 [16] D. Maystre, *Prog. Opt.*, **21**(1984), 1.  
 [17] M. Bernhardt, F. Wyrowski, and O. Bryngdahl, *Appl. Opt.*, **30**(1991), 4629.  
 [18] O. Bryngdahl and F. Wyrowski, *Prog. Opt.*, **28**(1990), 1.  
 [19] F. Wyrowski, *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.*, ed. G. M. Morris, **1136**(1989), 215.  
 [20] F. Wyrowski, *J. Opt. Soc. Am. A*, **7**(1990), 961.  
 [21] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, *Optik*, **35**(1972), 237.  
 [22] J. R. Fienup, *Opt. Eng.*, **19**(1980), 297.  
 [23] J. R. Fienup, *Appl. Opt.*, **21**(1982), 2758.  
 [24] J. R. Fienup and C. C. Wackerman, *J. Opt. Soc. Am. A*, **3**(1986), 1897.  
 [25] J. H. Seldin and J. R. Fienup, *J. Opt. Soc. Am. A*, **7**(1990), 412.  
 [26] F. Wyrowski and O. Bryngdahl, *J. Opt. Soc. Am.*, **A**, **5** (1988), 1058.  
 [27] C. H. Wu, C. L. Chen, and M. A. Fiddy, *Appl. Opt.*, **32**(1993), 5135.  
 [28] 杨国楨、顾本源, *物理学报*, **30**(1981), 410.  
 [29] G. Yang et al., *Optik*, **75**(1987), 68.  
 [30] 顾本源、杨国楨等, *物理学进展*, **8**(1988), 365.  
 [31] G. Yang, B. Gu, and B. Dong, *Inter. J. Modern Phys.*, **7**(1993), 3153.  
 [32] S. J. Walker et al., *Appl. Opt.*, **32**(1993), 2494.  
 [33] M. Kato and K. Sakuda, *Appl. Opt.*, **31**(1992), 630.  
 [34] G. Yang, B. Gu, X. Tan, and B. Dong, *Chinese Sci. Bul.*, **39**(1993) 371.  
 [35] G. Yang, et al., *J. Opt. Soc. Am.*, (1993) accepted.

## 无限层铜氧化物高温超导体研究进展

周兴江 赵忠贤

(中国科学院物理研究所, 北京 100080)

无限层结构  $ACuO$  ( $A$ : 碱土金属) 化合物是所有铜氧化物高温超导体中结构最简单, 而且可能是临界超导转变温度  $T_c$  最高的化合物。它具有一些独特的物理性质。综述了无限层结构化合物的合成、结构及超导电性, 并对目前存在的问题及今后研究的方向作了讨论。

**关键词** 高温超导, 无限层结构,  $ACuO$