

瓷湿度传感器有一定的实际指导意义。

三、今后的研究方面和发展趋势

微型化、集成化与多功能化是 90 年代传感技术发展总趋势,如何发展与计算机相配套的传感器更是一刻不容缓的课题。针对这一形势及湿度传感器目前存在的问题,今后的研究方向主要集中在:1. 加深对材料及其传感过程的基础研究,这包括以下几个方面:多孔湿瓷表面态、界面效应与导电机制,材料老化效应与稳定性机理,湿瓷表面吸附动力学。2. 探索新型材料系列:在实用型多功能敏感材料,高性能新型复合材料,高温用特种感湿材料等方面能有新的突破。3. 在工程技术方面还有许多急待解决的问题,如高纯、高性能基础材料(原材料、浆料等)研制与生产,高效多功能集成技术研究,材料器件工程设计的软件研究,传感器用变送电路研究以及各种配套专用设备研制等。此

外,利用材料的新原理及新效应研制高性能传感器也是材料研究中很有潜力的一个方面。

- [1] 骆如枋,第四届全国湿度与水分学术交流会论文集,全国湿度与水分专业委员会,(1992),15—20.
- [2] 武明堂、李平,第四届全国湿度与水分学术交流会论文集,出版单位同[1],(1992),20—23.
- [3] 徐廷献、薄占满等,STC-'91 论文集,全国敏感器学团体联合组织委员会,(1991),360—366.
- [4] 王天宝、冯宝康等,第三届全国湿度与水分学术交流会论文集,出版单位同[1],(1990),5—10.
- [5] 王志成,STC-'91 论文集,出版单位同[3],(1991),390—391.
- [6] 王培英、王梅冬等,STC-'91 论文集,出版单位同[3],(1991),938—940.
- [7] 武明堂等,材料科学进展, No. 6,(1988).
- [8] 袁疆鹰、刘博华等,功能材料, 23-3.
- [9] 刘博华、阴卫华等,无机材料学报, 8-2.
- [10] 刘博华、阴卫华等,第四届全国湿度与水分学术交流会论文集,出版单位同[1],(1992),9—14.
- [11] 赵锡平,STC-'91 论文集,出版单位同[3],(1991),388—389.
- [12] 骆如枋、陆德仁等,第三届全国湿度与水分学术交流会论文集,出版单位同[1],(1990),46—49.
- [13] 顾长志、孙良颜等,STC-'91 论文集,出版单位同[3],(1991),411—412.
- [14] 王天宝、冯宝康等,无机材料学报, 6-4.

激光振荡的蝴蝶效应¹⁾

谭维翰

(上海科学技术大学物理系,上海 201800)

在简要叙述激光振荡理论发展之后,着重讨论了决定性混沌在激光振荡理论的应用及一些新结果。

关键词 激光振荡,蝴蝶效应,决定性混沌

Abstract

After a general description of the development of laser theory, in this paper we will make a discussion with emphasis put on the application of deterministic chaos theory in the study of single mode laser oscillation, and give some new results obtained recently.

Key words laser oscillation, butterfly effect, deterministic chaos

60 年代激光技术的兴起,在光学史上带来一次真正的飞跃,在科学与技术进步上产生巨大影响,并创造了巨大的工业产值。30 多年的

发展表明,一方面激光技术应用趋于成熟与普

1) 国家自然科学基金与中国科学院上海光学精密机械研究所联合量子光学实验室资助项目。

及;另一方面激光科学本身包括对一些基础问题的研究也从未停止过,激光振荡就是这样-一个例子.早在1961—1962年有开腔模式理论^[1],三能级及四能级光泵抽运、激光振荡阈值及速率方程理论^[2,3].1964年有半经典激光振荡理论,烧孔效应与兰姆(Lamb)凹陷^[4,5],还有多模竞争(气体激光与固体激光)^[6,7],及有激光振荡的全量子理论^[8-10].但最令人不能忘记的是尖峰效应与模式跳变.对尖峰效应与模式跳变的描述分别为^[11]:“激光脉冲波形并不是光滑的,而是由许多很短的几乎无规分布的短脉冲所组成,短脉冲上升的时间约为0.1μs,脉冲宽度1μs量级”;“用同时测定激光场图、尖峰结构和模式振荡频率的方法,可以发现在振荡过程中模式的跳变,即由一种模式跳变到另一种模式”.当时对尖峰结构的解释曾有弛豫振荡模型^[12],但它很难解释尖峰结构的无规出现.模式跳变也是无规的.这种无规性可能是外界的干扰引起的,也可能不是.即在完全没有外界无规因素(阻尼除外)影响下,由确定的动力学方程所描述的系统,由于其解非常灵敏地依赖于初值,事实上已表现出无规与混沌性质.这就是通常所说的决定性混沌(deterministic chaos)^[13,14].1963年洛伦茨(Lorenz)从预报天气角度研究了简化的对流传热即Benard方程.他从数值求解中发现方程的解非常灵敏地依赖于初值,并称之为蝴蝶效应.意即大气环流,可能会因蝴蝶翅膀拍打而受到巨大影响,以致影响气象预报^[14].

以后Lorenz研究过的简化的对流传热方程称之为Lorenz方程.Lorenz方程含有的阻尼项为耗散型.实际上早在1892年Poincaré研究过的保守体系[不包含能量耗散(如阻尼)的体系]的运动方程也呈现出混沌运动^[15].1976年Haken注意到激光单模振荡方程就是Lorenz方程^[16].于是,有关决定性混沌思想很快进入到激光领域中来.这样可以做到:(1)借用激光振荡手段,研究混沌的发生及控制混沌的发生与发展.(2)研究激光振荡产生混沌自身的规律.本文主要介绍单模激光振荡Lorenz模

型的理论与实验研究进展,最后也包含了作者最近的一些研究结果.

一、激光单模振荡的Lorenz模型

参照文献[17],单模激光振荡方程(半经典理论)可写为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{T_2} u + \delta\omega v, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{T_2} v - \delta\omega u + \frac{2\mu E}{\hbar} \Delta, \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t} = -\frac{\Delta - \Delta_0}{T_1} - \frac{2\mu E}{\hbar} v, \\ \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{N\mu\pi\omega_0}{cn} v, \\ \epsilon \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = \frac{N\mu\pi\omega_0}{cn} u, \end{cases} \quad (1)$$

式中 u, v 分别为原子极化的实部与虚部; Δ 为粒子数反转; E 为场的振幅; ϕ 为位相; μ 为偶极矩; N 为单位体积的原子数; ω_0 为原子的跃迁频率. T_1, T_2 ,分别为纵、横弛豫时间.对于单模情形,可取 $\frac{\partial E}{\partial z} \simeq \frac{\partial \phi}{\partial z} \simeq \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$,又设振荡频率与原子跃迁频率为共振 $\delta\omega = 0$,故 $u = 0$,再加上腔的损耗 ν_c ,则上式可写为

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{T_2} v + \frac{2\mu E}{\hbar} \Delta, \\ \frac{\partial \Delta}{\partial t} = \frac{\Delta_0 - \Delta}{T_1} - \frac{2\mu E}{\hbar} v, \\ \frac{\partial E}{\partial t} = N\mu \frac{\pi\omega_0}{n^2} v - \nu_c E. \end{cases} \quad (2)$$

先求解上式的稳态解,得

$$\begin{aligned} v_s &= \frac{2\mu E_s}{\hbar} T_2 \Delta_s = \frac{\nu_c E_s}{N\mu\pi\omega_0} n^2, \\ \Delta_s &= \frac{\hbar\nu_c n^2}{2\pi\mu^2\omega_0 N T_2}, \\ \left(\frac{2\mu E_s}{\hbar} \right)^2 &= \frac{1}{T_1 T_2} \left(\frac{\Delta_0}{\Delta_s} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3)$$

然后令

$$\lambda = \frac{\Delta_0}{\Delta_s} - 1, \quad r = \frac{\Delta_0}{\Delta_s},$$

$$\sigma = \nu_c T_2, \quad b = \frac{T_2}{T_1}, \quad \tau = \frac{t}{T_2}, \quad (4)$$

$$X = \sqrt{b\lambda E/E_s}, \quad Y = \sqrt{b\lambda\nu/\nu_s},$$

$$Z = \frac{\Delta_0 - \Delta}{\Delta_s},$$

则(2)式可简化为

$$\begin{cases} \dot{X} = -\sigma(X - Y), \\ \dot{Y} = -Y - XZ + rX, \\ \dot{Z} = XY - bZ. \end{cases} \quad (5)$$

(5)式即 Lorenz 方程。(5)式的稳态解为

$$\begin{cases} (X_s, Y_s, Z_s) = (0, 0, 0) & r \leq 1, \\ (X_s, Y_s, Z_s) = (\pm \sqrt{b(r-1)}, \pm \sqrt{b(r-1)}, r-1) & r > 1. \end{cases} \quad (6)$$

我们感兴趣的是 $r > 1$, 即激光振荡定态解(6)式的稳定性。令 $X = X_s + X'e^{i\lambda t}$, $Y = Y_s + Y'e^{i\lambda t}$, $Z = Z_s + Z'e^{i\lambda t}$, 代入(5)式, 得到决定特征根方程为

$$\begin{vmatrix} -\lambda - \sigma & \sigma & 0 \\ 1 & -\lambda - 1 & -c \\ c & c & -\lambda - b \end{vmatrix} = 0$$

$$c = \pm \sqrt{b(r-1)}, \quad (7)$$

即

$$P(\lambda) = \lambda^3 + (\sigma + b + 1)\lambda^2 + b(\sigma + r)\lambda + 2b\sigma(r-1) = 0. \quad (8)$$

图 1 给出 $P(\lambda)$ 随 λ 变化的定性关系。当 $r = 1$ 泵浦达到阈值, 有一个模式开始振荡, 对应于特征根 $\lambda_1 = 0$; 另外两个模式为阻尼振荡, 对应于 $\lambda_2 = -b$, $\lambda_3 = -(\sigma + 1)$ 。当 $r > r_1$ 时, 有一对共轭复根, 但实部仍为阻尼的。

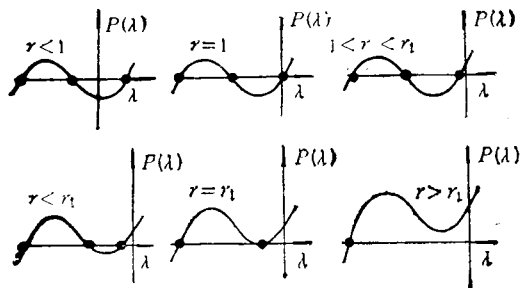


图 1 特征多项式 $P(\lambda)$ 随 λ 的变化曲线

物理

但当 $r = r_c$, $r_c = \sigma \frac{\sigma + b + 3}{\sigma - b - 1}$ 时, $\lambda = \pm i \cdot \sqrt{b(\sigma + r_c)}$ 为纯虚数。这就是 Hopf 分岔, 运动轨迹表现为稳定的极限环。当 $r > r_c$ 时, 这时 Hopf 分岔失稳, 运动轨迹为绕着一个极限环运动, 运动几周之后, 又跳到另一极限环运动几周, 而且绕极限环运动的周数及其跳动的频率几乎是完全无规的, 很灵敏地依赖于初值, 这就是 Lorenz 说的蝴蝶效应。又因 Lorenz 方程是完全确定的, 并不包含不确定的如无规力等因素, 故解的混沌属决定性混沌。图 2 是典型的数值计算结果, 参数为 $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $(r_c = \sigma \frac{\sigma + b + 3}{\sigma - b - 1} = 24.74)$, $r = 28 > r_c$ 。

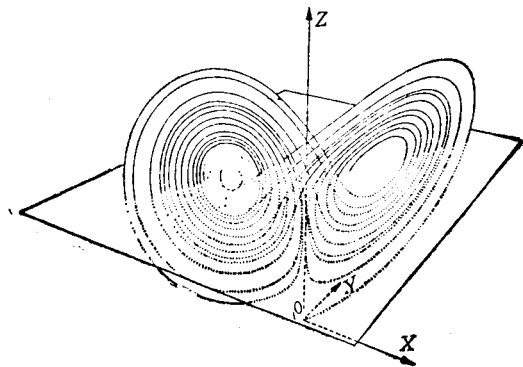


图 2 Lorenz 吸引子

二、Lorenz 模型的激光实验验证

上面分析表明有两个阈值 $r = 1$ 与 $r = r_c$, 前一阈值为激光振荡阈值, 当 $r = \frac{\Delta_0}{\Delta_s} > 1$, 激光开始振荡。当 $1 < r < r_c$ 时振荡是稳定的, 即使由于某种原因偏离了稳态值 (X_s, Y_s, Z_s) , 也会很快回到或者被吸引到不动点 (X_s, Y_s, Z_s) 来。只有当 $r > r_c$, 动点 (X, Y, Z) 才会离不动点越来越远, 进入不稳的极限环, 最终发展为混沌。要通过激光单模振荡实验来观察这一现象, 首先要考虑的是第二阈值 $r \geq r_c$, 即

$$\sigma > b + 1, \quad (9)$$

$$r = \frac{\Delta_0}{\Delta_s} \geq r_c = \sigma \frac{\sigma + b + 3}{\sigma - b - 1}. \quad (10)$$

按 σ, b 的定义即(4)式, (9)式可表示为 $v_c > \gamma_1 + \gamma_2$, $\left(\gamma_1 = \frac{1}{T_1}, \gamma_2 = \frac{1}{T_2}\right)$, 这个条件称之为“坏腔”条件。在满足(9)式即“坏腔”条件下, 改变 σ 使得 r_c 为最小, 得

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= b + 1 + \sqrt{4(b+1)(b+2)}, \\ r_{\min} &= 5 + 3b + \sqrt{8(b+1)(b+2)} > 9. \end{aligned} \quad (11)$$

(11)式的含义为, 就算 $b = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \ll 1$, 泵浦的超阈值 $r = \frac{\Delta_0}{\Delta_s}$ 也必须在九倍以上才有可能观察到混沌现象。这个要求无疑是苛刻的, 在一般的激光器中很难满足, 故 Weiss 等人^[10]建议用 N_2O 激光泵浦的 NH_3 远红外激光器。图 3 为 NH_3 分子部分能级图。每一转动能级 (J, K 为转动能级量子数) 均因 N 原子穿过 H_3 原子平面而反演分裂 (inversion splitting) 为 a, s 两个能级。选择规则为 $a \leftrightarrow s, \Delta K = 0$, 泵浦波长为 $10.78\mu m$, 激光跃迁波长为 $81.5\mu m$ 。跃迁谱线的加宽为近乎均匀的压力加宽, 只有几个 MHz。这样小的加宽与高增益就使得实现“坏腔”及“高超阈值”两个条件变得容易。图 4 是将激光振荡频率准确调谐到原子中心频率情况下观察到的激光脉冲序列随时间的演变行为与

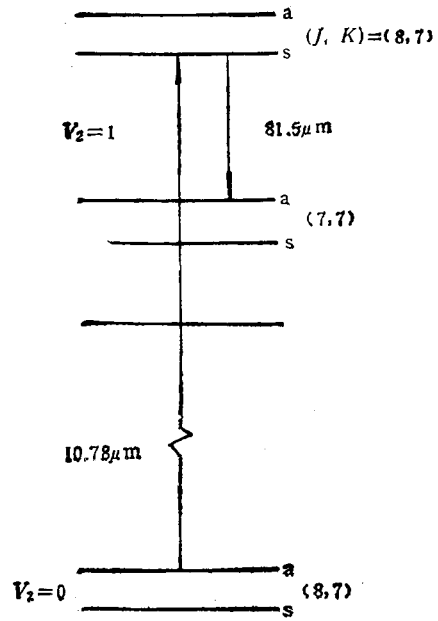


图 3 红外激光氨分子的部分能级 (v 为振动能级量子数)

Lorenz 模型的双蝴蝶翼完全一致。图 4 (a) 所表示的激光脉冲绕一个翼螺旋地放大又随机跳到另一个翼螺旋地放大, 如此反复, 由一个翼到另一个翼。当参量不一样, 便是图 4 (b), 虽也包括放大与跳跃, 但是另一种脉动。

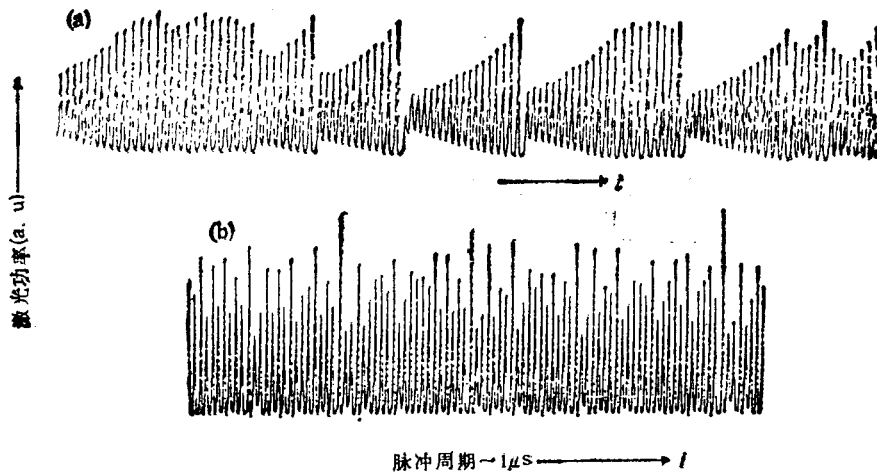


图 4 混沌脉冲图

(a) 调谐到中心频率, 气压为 8Pa; (b) 调谐到中心频率, 气压为 3Pa

三、失谐对激光振荡蝴蝶效应的影响

如上所述, 遍过激光单模振荡实验检验 Lorenz 模型, 虽已得到实验与理论相符结果, 但实验条件较苛刻, 主要因为要满足第二阈值 $r > r_c$, 对超阈度要求太高 $\frac{\Delta_0}{\Delta_1} > 9$, 一般激光器均不满足此要求. 但这一结论是在激光振荡频率 ω 与原子跃迁频率 ω_0 为共振情况下 $\delta = \omega_0 - \omega = 0$ 得到的. 如果有失谐, $\delta = \omega_0 - \omega \neq 0$, 影响又会怎样呢? 我们在另一篇文章中仔细研究了这个问题^[9]. 我们得出的结果是在 $b = \frac{T_2}{T_1} = 1$ 情况下, 第二阈值为

$$R_c = \frac{\sigma(\sigma + 4) - \sigma^2\delta^2}{\sigma - 2}. \quad (12)$$

很明显, 随着失谐 δ 的增加, R_c 下降到与第一阈值 $1 + \delta^2$ 相等时, 稳定振荡亦随之消失. 由 $R_c \geq 1 + \delta^2$ 及(12)式得

$$R_c = \frac{\sigma(\sigma + 4) - \sigma^2\delta^2}{\sigma - 2} \geq 1 + \delta^2. \quad (13)$$

现讨论(13)式的物理意义.

(1) 坏腔 $\sigma > 2$

由(13)式易得

$$\delta \leq \sqrt{\frac{\sigma^2 + 3\sigma + 2}{\sigma^2 + \sigma - 2}} = \sqrt{\frac{\sigma + 1}{\sigma - 1}} = \delta_1. \quad (14)$$

当 $\delta < \delta_1$ 时, 存在稳定振荡区. 但当 $\delta = \delta_1$ 时, 稳定振荡区消失.

(2) 良腔 $1 < \sigma < 2$

同样由(13)式导出存在稳定振荡条件为 $\delta \geq \delta_1$.

(3) 理想腔 $\sigma < 1$.

由(14)式看出, 当 $\sigma \rightarrow 1$ 时, $\delta_1 \rightarrow \infty$. 故要求 $\delta \geq \delta_1$, 越过第二阈值已不可能. 当 $\sigma < 1$ 时, δ_1 为虚数, 即不存在这样的 R_c , 使得(13)式得以满足, 也不存在 r 越过 R_c 进入混沌区问题. 意即在理想腔情况下, 振荡总是稳定的. 图 5, 图 6 为数值求解有失谐情况下单模激光

物理

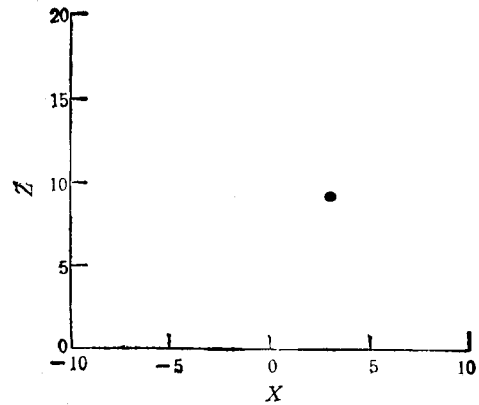


图 5 单模激光振荡相图 Z-X (初值 $X_0 = Y_0 = W_0 = 3.01, Z_0 = 9.01$)

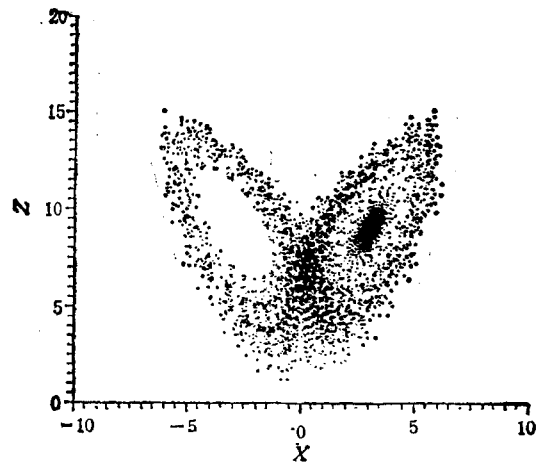


图 6 单模激光振荡相图 Z-X (初值 $X_0 = Y_0 = W_0 = 3.01, Z_0 = 9.01$)

振荡的动力学方程的结果 ($W_0 = \sqrt{b\lambda u_0}/u_1$ 为原子极化的实部). 参数分别为 $\sigma = 4, b = 1, r = 10.64, \delta = 0.8$; $\sigma = 4, b = 1, r = 10.64, \delta = 0.9$. 由这两组参数计算得第二阈值 r_c 分别为 10.88, 9.52. $r - R_c = -0.24, 1.29$. 故图 5 为稳定输出, 图 6 已经是混沌输出了.

上面讨论了单模激光振荡的理论、实验验证、失谐的影响等. 这只能看作光学混沌研究的一个方面, 即随时间演化过程中的混沌现象. 而对时间、空间、时空现象的分析与研究乃非线性动力学的中心问题. 但单模振荡模型, 一般采用平面波近似, 光场在垂直于传播方向的平面内是均匀分布的. 这个近似使得描述光与

物质相互作用的方程大为简化, 伴随而来的就是有关空间模式的形成、对称性的自发破缺、相位奇异点等有趣现象也就从讨论中消失。直到最近才有文章^[19-24]论及光学模式的横向弛豫以及时空混沌现象。这比单一时间混沌现象要复杂得多、要推广麦克斯韦-布洛赫方程, 使之包括有限光束截面引起的衍射损耗, 在传播过程中波面曲率的变化等因素并能解释模式跳变等现象。从利用、控制混沌现象来说, 对光学时空混沌的深入研究, 无疑有其积极意义。

- [1] A. G. Fox and T. Li, *Bell System Tech. J.*, **40** (1961), 453.
- [2] T. H. Maiman, *Phys. Rev. Lett.*, **4**(1960), 564.
- [3] A. Yariv, *Proc. IEEE*, **51**(1963), 1723.
- [4] W. E. Lamb Jr, *Phys. Rev.*, **134** (1964), A1429.
- [5] W. R. Bennett Jr., *Phys. Rev.*, **126**(1962), 580.
- [6] H. Statz and C. L. Tang, *J. Appl. Phys.*, **36** (1965), 1816.
- [7] W. R. Bennett Jr., In Grivet, P. and N. Bloembergen eds., *Proceedings of Third International Congress on Quantum Electronics*, Columbia Univ. Press, New York, 441-458.
- [8] H. Haken, *Handbuch der Physik*, Vol. XXV/2C, eds. by L. Genzel, Springer-Verlag, Berlin, (1969).
- [9] M. O. Scully and W. E. Lamb Jr., *Phys. Rev.*, **159**(1967), 208.
- [10] 谭维翰, *物理*, **10**(1981), 193.
- [11] 固体激光导论编写组, *固体激光导论*, 上海人民出版社, (1974), 150, 476, 463.
- [12] H. Statz and G. deMars, in *Quantum Electronics*, C. H. Townes ed., Columbi Press, New York, (1960), 530.
- [13] E. N. Lorenz, *J. Atmos. Sci.*, **20**(1963), 130.
- [14] Heing G. Schuster, *Deterministic Chaos*, Weinheim Physik-Verlag, (1984), 92, 172.
- [15] H. Poincare', *Les Me' thodes Nouvelles de la Me' chanique Celeste*, Gauthier-Villars, Paris, (1892).
- [16] H. Haken, *Phys. Lett. A*, **53**(1975), 77.
- [17] P. W. Milonni et al., *Chaos in Laser-Matter Interactions*, World Scientific Publishing Co. Pte Ltd, (1987), 117.
- [18] C. O. Weiss and J. Brock, *Phys. Rev. Lett.*, **57** (1986), 2804.
- [19] L. A. Lugiato et al., *J. Opt. Soc. Am. B*, **7** (1990), 1019.
- [20] L. A. Lugiato et al., *Opt. Comm.*, **69**(1989), 387.
- [21] M. Bramlilla et al., *Phys. Rev. A*, **43** (1991), 5090.
- [22] P. Conllet et al., *Opt. Comm.*, **73**(1989), 409.
- [23] F. T. Arecchi et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 2531.
- [24] K. Ikeda et al., *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **99** (1989), 295; K. Otsuka, *Phys. Rev. Lett.*, **65** (1990), 329.

DNA 与 分 形

肖 奕

(华中理工大学物理系, 武汉 430074)

生命体中脱氧核糖核酸(DNA)分子的碱基序列记载着它生长发育的全部指令, 是一部人类至今还没有读懂的“天书”。它是一种表面上看起来不规则但实际上蕴含着有序结构的符号序列。对物理学来说, 这是一个典型的复杂系统。最近的研究发现, DNA 碱基序列也具有自相似性, 存在高度的长程关联。介绍近年来在利用分形理论对 DNA 碱基序列的研究中, 发展起来的二种定量分析符号序列的方法, 即度量空间的 DNA 行走和 Voss 的分解子序列方法。

生物大分子(DNA 和蛋白质)是自然界中典型的复杂系统, 已引起越来越多的物理学家的兴趣。最近 Peng 等^[1], Voss^[2] 和 Li 等^[3] 分别在“*Nature*”, “*Physical Review Letters*” 和 “*Europhysics Letters*” 上报道, DNA 碱基

序列中存在达数千个碱基位置的长程关联。这引起了人们的极大关注。早在 1988 年, 我国内蒙古大学的罗辽复和蔡禄^[4] 就计算了一些有机体的 DNA 的分维, 发现分维与进化水平保持很好的相关性, 而且也指出了核酸序列的长程