

生命科学中的物理问题讲座

第八讲 人脑电图的复杂性¹⁾

徐京华

(中国科学院上海生物化学研究所, 上海 200031)

摘要 利用非线性动力学复杂性的测度研究了人脑电图在不同的功能状态下的信息传递, 并定义了不同层次的复杂性的测度, 认为这种方法可作为研究人脑高级功能的一种方法。

关键词 人脑电图, 复杂性, C_1 -复杂性, C_2 -复杂性

自从1929年人脑皮层上的电变化可以在人的头皮上测量到, 人们对它产生了很大的兴趣, 认为可从中取得有关人脑活动的信息。半个多世纪过去了, 但进展不像想像的那样好。现在看来主要原因在于脑电图的多变和不平稳性质。过去人们用线性的理论去研究它, 对它进行频谱分析并在头皮上安装了很多电极用插值的方法来测绘大脑皮层电位空间分布图, 但结果也不理想。早期脑电图对诊断脑中大型病变(如肿瘤)还有些用处, 现在已经被X射线、NMR等方法所取代。虽然如此, 但脑电图仍不失为一种获取人脑活动信息而又对受试者干扰最少的一种手段。

近年来由于非线性科学的发展, 特别是混沌动力学的发展给脑电的研究带来了新的希望。于是从80年代的中期开始, 有很多人从事研究脑电图是不是可以用混沌动力学的奇异吸引子的理论来说明。要描述一个奇异吸引子不外用测量如Kolmogorov熵、李氏指数和分维等参数等方法^[1-7]。但是在混沌动力学中, 讨论的问体大都是低维的吸引子, 在自然界中很多问题都有大量的自由度, 只在某些情况下(如“自组织”), 才会出现少数维数起作用的情形。脑电的变化是大量神经细胞活动的统计结果。所以, 这种情况是很不稳定的, 由此曾产生很多争论, 就是究竟要有多长的时间的序列才能满足数学的要求, 来刻画一个奇异吸引子。后来,

由两位数学家^[8]的工作解决了。他们做了一个估计:

$$D_2 = 2 \log N,$$

这里 D_2 是相关维数, N 是时间序列的点数。但是问题并未就此解决, 以后又有人^[9]提出把一个白噪声的时间序列加以过滤也可得到一个类似脑电图样的低维吸引子。我们测量脑电时用的仪器都有一定的频带限制, 都可能起一个滤波的作用。因此, 脑电图的时间序列是否是个吸引子又成了问题。为了避开这些一时无法澄清的问题, 我们曾建议用复杂性的测度来研究脑电图和通过脑电图来研究大脑的信息传输^[10,11]。

1 复杂性的物理意义

在生物学中常常谈到复杂性, 人们认为生命现象是非常复杂的, 同时又认为它是有序的。但这两个概念是不同的。复杂的东西不一定有序, 有序的东西不一定就复杂。因此, 我们需要一个确切的复杂性的定义。这个概念首先是由Kolmogorov提出来的^[12]。他的定义简单地说就是一件事物的复杂性可以用描写这事物的所用的计算机语言的长度来衡量。这个定义到现在也还没有证明它的存在性, 但有实现它的算

1) 国家自然科学基金资助项目。
实验资料由北京中医学院杨秦飞教授提供。

法^[13,14]。在这里不去讨论数学的详细的细节，只对计算的操作做一简单地描述。

例如，有一个离散的时间序列 (x_1, x_2, \dots, x_n) 把这些数取一个平均值 m ，然后把序列中比 m 大的取值为 1，比 m 小的取值为零。这样就得到一个 $(0,1)$ 序列。这样做表面上看来是硬性地改变了原来序列的性质，但在后面可见到这是种合理的统计物理的粗粒化的处理。在这样的一 $(0,1)$ 时间序列中的一串字符 $S(s_1, s_2, \dots, s_m)$ 后再加一个或一串字符称为 Q ，看 Q 是否属于 SQv (SQv 是 SQ 字符串中减去最后的一个字符)。出现的字句如果已经有过，那么这个字符称为“复制”，如没有出现过，则称为“插入”。“插入”时用一个“●”把前后字符分开。下一步把“●”前面的所有字符看作是 S 再重复上述操作。例如序列(0010)的复杂度可由下面的步骤取得：

(1) 第一个字符永远是插入：0●，

(2) $S = 0, Q = 0, SQ = 00, SQv = 0$, Q 属于字句 $SQv, 0●0$,

(3) $S = 0, Q = 01, SQ = 01, SQv = 00$, Q 不属于 $SQv, 0●01$,

(4) $S = 001, Q = 0, SQ = 0010, SQv = 001$, Q 属于 $SQv, 0●01●0$ 。

这时复杂度 $c(4) = 3$ 。符号序列 0000... 应是最简单的， $0●000\dots c(n) = 2$ 。如 010101... 应是 $0●1●010101\dots c(n) = 3$ 。

如上所述我们用“●”把字符串分成了段，段的数目就定义为复杂度 $c(n)$ 。根据文献[14]的研究，几乎所有的 $(0,1)$ 序列的 $c(n)$ 都趋向一个定值，即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c(n) = b(n) = \frac{n}{\log n}. \quad (1)$$

所以， $b(n)$ 是随机序列的渐近行为，我们可以用它来使 $c(n)$ 归一化，成为相对复杂度

$$C(n) = \frac{c(n)}{b(n)}.$$

用这种函数来表达时间序列的复杂变化，可以看出完全随机的序列 $C(n)$ 趋于 1，而它规律的和周期运动则趋于零。

我们知道在非线性的动力学研究中，时间序列的分维代表了动力系统的有关自由度。在一个非常复杂的系统中，有时只有少数自由度在起作用。那么对复杂相的度量又有什么意义呢？根据文献[14]我们知道，当 $(0,1)$ 序列的字符出现的概率为 0.5 时， $C(n)$ 趋向于 $hb(n)$

$$h = -[p \log p + (1-p) \log(1-p)]. \quad (2)$$

这是一个熵函数。所以，我们可以把测定一个时间序列的复杂度看成是确定这个序列所需的信息量。用这个测度我们曾对人脑电图的复杂度进行了研究^[10]。

既然复杂度与信息量有着明确的关系，而脑的主要功能是信息处理，那么我们就可用信息论的理论框架来研究大脑皮层的信息传递。

2 复杂度的随机性与结构性

如上所述，复杂性的概念是与事物的有序性和随机行为有关，但在上节中所定义的复杂度仍然是与熵相联系，也就是说，还是对随机性的一种表述。但是，完全可以有既是非常复杂而又有一定结构并不简单随机的事物。完全随机的事物并不复杂，如一升理想气体。所以，上述的复杂度 $C(n)$ 并没有表达出结构的复杂性的问题。因此，我们参照文献[15]定义了两种复杂度^[16]。第一种复杂度我们称之为 $c_1(n)$ 复杂度。即如有动力学系统的时间符号 $(0,1)$ 序列 $\{S_i\}_{i=1}^N$ ，其中 N 足够大，则会有长度为 n 个的字节 $c_1(n)$ ，这样的字节会有 2^n 个。在序列 $\{S_i\}_{i=1}^N$ 中取子序列 $\{S_i\}_{i=1}^{2^n}, \dots$ ，令 $N_s(n)$ 为在子序列出现的序列数。我们定义 $c_1(n)$ 复杂度是长度为 n 的允许字节数：

$$c_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_s(n)}{2^n}. \quad (3)$$

这个复杂度实际上与上一节中的定义等价。再进一步我们定义另一个复杂度 $c_2(n)$ ，即长度为 n 的子字节 $\{S_i\}_{i=1}^{2^n}$ 中有字节长度 $n-1$ 的 $(s_1, s_2, \dots, s_{n-1})$ ，但没有字节 (s_1, s_2, \dots, s_n) ，称这种字节为禁止字节。它们在序列中的数为

$N_f(n)$ 。定义这种复杂度 $c_2(n)$ 为

$$c_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N_f(n)}{n}. \quad (4)$$

对完全随机的序列, 有

$$c_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N_s(n)}{n} = 1, \quad (5)$$

$$c_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N_f(n)}{n} = 0.$$

这表示随机运动并不复杂。

当动力系统处于正常的周期运动 $n \leq k$ 中而时间序列所有的字节长度为 $n \leq k$ 时, 我们有 $N_s(n) \leq k$ 。禁止字节 $N_f(n) \leq 2N_f(n) \leq k$, 那么我们就有

$$c_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N_s(n)}{n} = 0, \quad (6)$$

$$c_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N_f(n)}{n} = 0.$$

这意味着周期运动既不是随机的也不复杂。用这两种测度来研究脑电图有可能给我们带来更多的有关结构性的知识。由于 c_1 和 c_2 在序列

中的分布不匀, 因此用它们在序列中的概率来表示:

$$C_1 = \sum_i \frac{p_{ai} \log_2 p_{ai}}{n}, \quad (7)$$

$$C_2 = \sum_i \frac{p_{fi} \log_2 p_{fi}}{n},$$

这里

$$p_{ai} = \frac{N_{ai}}{\sum_i N_{ai}}, \quad (8)$$

$$p_{fi} = \frac{N_{fi}}{\sum_i N_{fi}}.$$

为了验证上述的定义, 我们可取众所熟知的单峰映射 (图 1):

$$x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n). \quad (9)$$

这里可用三个图来比较 (图 2—4)。这是在单峰映射的书中所常看到的分岔图与李氏指数的比较。在同样的条件下作 c (图 2), c_1 (图 3) 和 c_2 (图 4)。在三张图上可看到当 λ 趋向 4 时, c_1 趋向 ∞ , 而 $c_2(n)$ 则趋向于零。

如果用 Cantor 集合做例子来计算 c_2 , 就可看出它与分四系, Cantor 集合共有三个符号, 令为 1, 2, 3 毫无问题, 这个系统只有 1 和 2 对长度为 n 的禁止字节为 2。

$$c_2(n) = \frac{\{\lim \log 2\}}{n} = \frac{\log 2}{\log 3}. \quad (10)$$

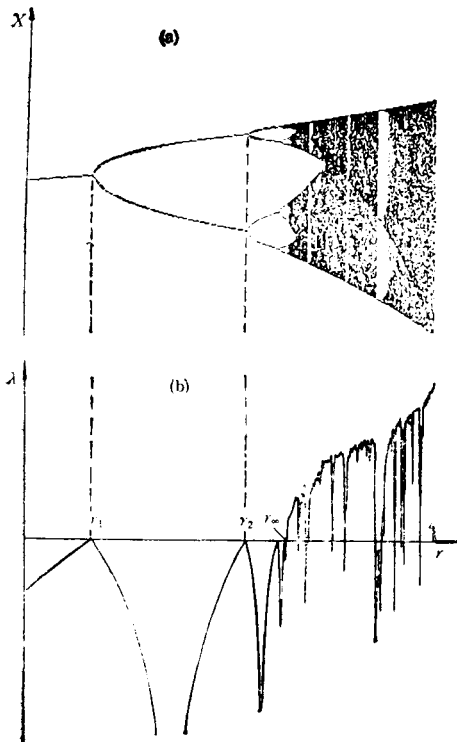


图 1 常见的单峰映射分岔图和李氏指数 (Lyapunov exponents) 的比较

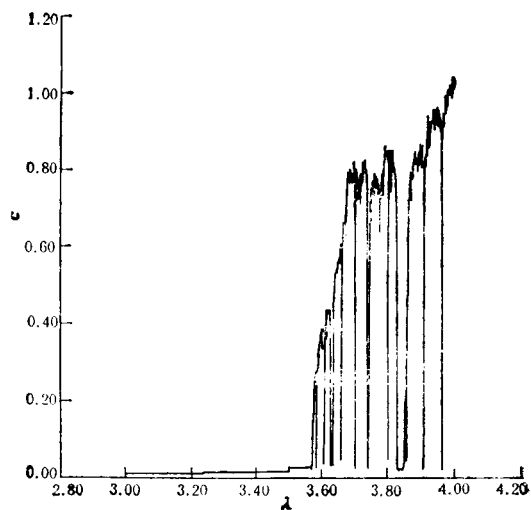


图 2

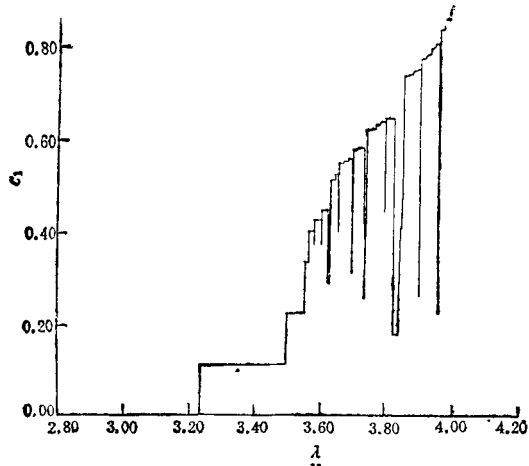


图 3

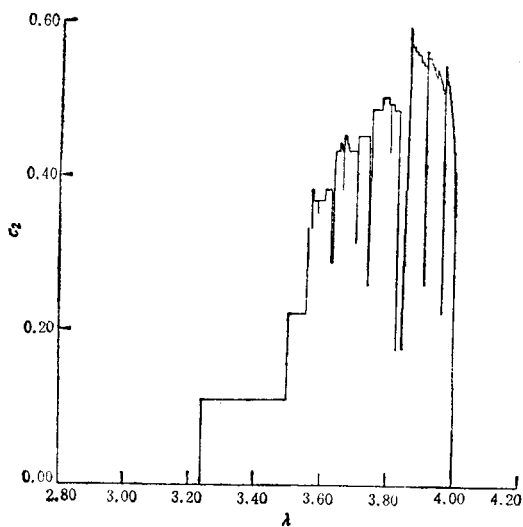


图 4

这恰好是集合的维数。有了这些参量的测量方法和明确了它们的物理意义，我们就可进一步来研究脑电图的变化和生理功能的关系。

3 大脑皮层的信息传递

根据过去大量的脑电图的研究，人们确定了一套头皮电极的定位。

通常医学应用的脑电采样频率在 100—250Hz，而研究者有时会用到 1000Hz。这样就可在一秒中取得 1000 个离散的点子的时间序

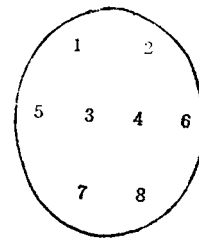


图 5

FT_{p1} = 1, 左额叶; FT_{p2} = 2, 右额叶; C₃ = 3, 左顶叶; C₄ = 4, 右顶叶; T₃ = 5, 左颞叶; T₄ = 6, 右颞叶; O₁ = 7, 左枕叶; O₂ = 8, 右枕叶

列。如同时在八道导联采样，那么如在导联 1 取得时间序列 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，在导联 5 处取得 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 这类的时间列。由于脑电图的变化类似随机或准随机的性质，我们可以用时间延迟的方法建立一个 m 维的相空间，其中的矢量为

$$X(t) = [x(t), x(t + \tau), x(t + 2\tau), \dots, x(t + m\tau)],$$

这些矢量在相空间中可以有一定的概率分布。如对导联 1，可得系统 $[s_1, s_2, \dots, s_n]$ ，其对应的分布为 $[p_s(s_1), p_s(s_2), \dots, p_s(s_n)]$ ；对导联 5，有 $[q_1, q_2, \dots, q_n]$ ，其对应的分布为

$$[p_q(q_1), p_q(q_2), \dots, p_q(q_n)].$$

因此，有联合概率 $p_{sq}(s_i, q_j)$ ，即 $s = s_i, q = q_j$ 时的联合概率。这时我们就可以定义熵^[17]

$$\begin{aligned} H(s) &= - \sum_i p_s(s_i) \log p_s(s_i), \\ H(q) &= - \sum_j p_q(q_j) \log p_q(q_j). \end{aligned} \quad (11)$$

联合概率的熵

$$H(s, q) = - \sum_{i,j} p_{sq}(s_i, q_j) \log p_{sq}(s_i, q_j). \quad (12)$$

从这里可以计算信息传输量或相互信息量。

$$MI(s, q) = H(q) + H(s) - H(s, q). \quad (13)$$

相互信息量是代表从测量一处的信息可得到的另一处的信息。我们同样可以用时间延迟的办法得到信息传输的是间序列。

$$\begin{aligned} sq(\tau) &= MI[s(t), q(t + \tau)] \\ \tau &= 1, 2, 3, \dots, k. \end{aligned} \quad (14)$$

这代表从点 s 输向点 q 的信息量,反过来

$$q_s(\tau) = MI[q(t), s(t + \tau)]$$

$$\tau = 1, 2, 3 \dots k. \quad (15)$$

这代表从点 q 输向点 s 的信息量。在具体计算时我们常取 512 个点,即半秒钟传输的信息。脑电图共用八个导联,那么就有 $8 \times 8 = 64$ 条传输通道和它们的信息传输时间序列。测量这时间序列的复杂度就可得到一个 $8 \times 8 = 64$ 的矩阵。矩阵的行代表从这里输出的信息,矩阵

列代表从这里收到的信息。用三种不同的复杂度测量可得到大脑信息传输的三种复杂度。我们用这种方法研究了很多不同功能状态的人脑信息传输的情况,得到很有趣味的结果^[18]。由于篇幅的关系,我们只选择了一些比较典型的例子:

(1) 正常人在闭着眼睛时的安静的状态(图 6—8)。

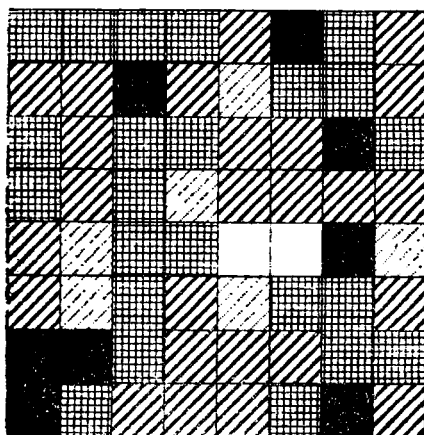
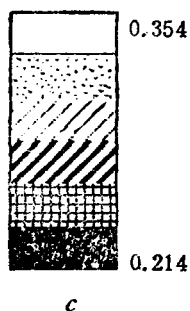


图 6

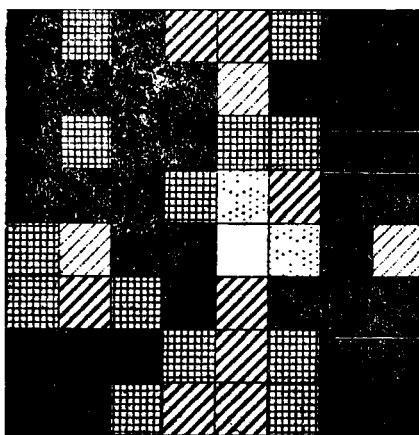
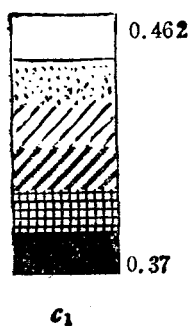


图 7

(2) 正常人在闭着眼做心算时的状态(图 9—11)。

从图 9—11 我们看到有一个十字形的高复杂度的图像。这表示第五导联输送给其他导联的信息量增加,同时也增加了收到其他导联的信息。第五导联是左颞叶的位置。这与我们从

神经生理学的已知道的事实相符。当然在病理情况和睡眠状态就会出现更为有意义的结果。经过实际的观察,我们发现 C_1 和 C_2 不但在物理意义上是不同的概念,而且在研究脑功能者中也不同。 C_1 代表时间序列在相空间中轨迹的复杂度,而 C_2 则代表在相空间中限制轨迹

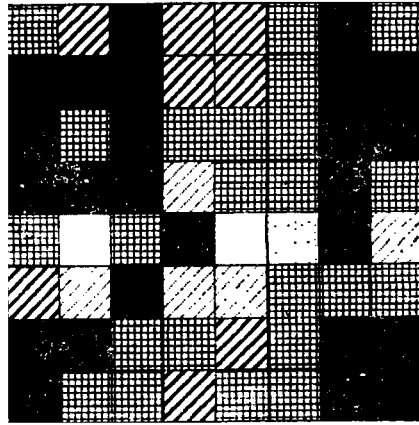
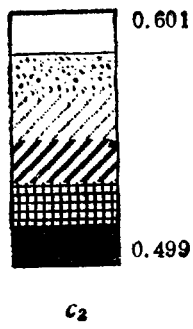


图 8

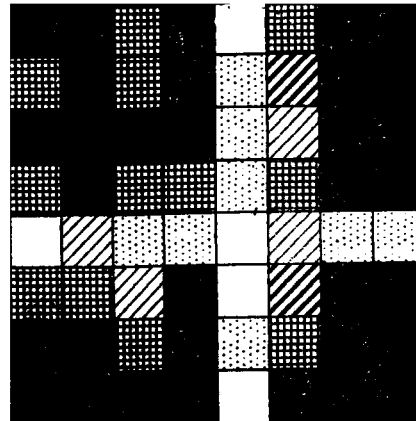
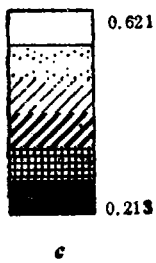


图 9

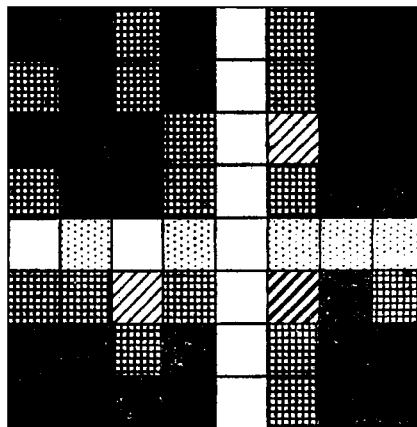
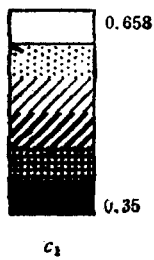


图 10

运动的障碍,好像在相空间中出现了个迷宫, C_2 则是它的复杂度。在一些生理或病理情况下会有很多不同的表现。如果 C_1 很高而 C_2 并

没有相应的变化,那就意味着没有结构或少结构的运动,像有些精神病人中就会出现。反过来,如 C_2 高而 C_1 低,则表示运动受到某种约

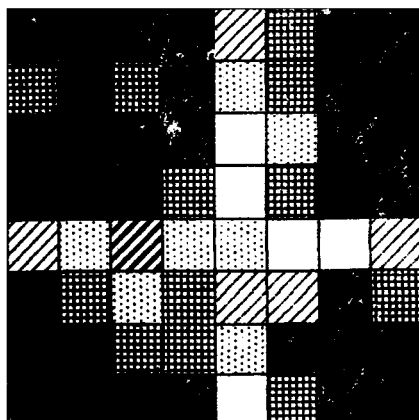


图 11

束, 如轻度睡眠状态。这里就不详细介绍了。

参 考 文 献

- [1] P. E. Rapp et al., *Phys. Lett. A*, **411-1** (1985), 336.
- [2] A. Babloyantz and J. M. Salazar, *Phys. Lett. A*, **411-1** (1985), 152.
- [3] W. J. Freeman and C. A. Skarda, *Brain Res. Rev.*, **41** (1985), 14.
- [4] I. Dvorsak and Siska, *Phys. Lett. A*, **140-1** (1989), 63.
- [5] N. Xu and J.H. Xu, *Bull. Math. Biol.*, **5**(1988), 551.
- [6] J. H. Xu and X. B. Wu, *Mathematical Approach to Brain Diagnostics*, Eds. I. Dvorsak and A. V. Holden, Manchester Univ. Press, (1991), 305.
- [7] A. M. Albano et al., *Chaos in Biological Systems.*, eds. A. V. Holden and I. F. Olson, (1989), 20.
- [8] J. P. Eckmann and D. Ruelle, *Physica D.*, **56** (1992), 185.
- [9] P. E. Rapp et al., *Phys. Rev. E*, **47**(1993), 2289.
- [10] X. B. Wu and J. H. Xu, *Acta Biophys. Sinica.*, **7**(1991), 103.
- [11] Xu, J. H. and Wu, X. B., *Biological Modelling and Simulation*, eds. Eisenfeld, D. S. Levine and Witten, Elsevier Science Pub. B. V., North-Holland, (1992), 375-381.
- [12] A. V. Kolmogorov, *Probl. Inform. Trans.*, **1** (1965), 1.
- [13] D. A. Lempel and Ziv., *J. IEEE Trans. Inform. Theor.*, **IT-22** (1976), 75.
- [14] F. Kasper and H. G. Schuster, *Phys. Rev. A.*, **36** (1987), 842.
- [15] D' Alessandro and A. Politi, *Phys. Rev. Lett.*, **64** (1990), 1069.
- [16] J. H. Xu, Z. R. Liu and R. Liu, it will appear in *Chaos, Soliton and Fractals*, (1994), 4.
- [17] J. A. Vastino and H. Swinney, *Phys. Rev. Lett.*, **60** (1989), 1773.
- [18] J. H. Xu and X. B. Wu., *Science in China B.*, **24** (1994), 57.

(上接第 102 页)

据中国光学光电子行业协会统计, 1992 年激光加工产品(含激光器)全年销售额为 3122.6 万人民币, 较 1991 年增长 106%, 1993 年激光加工产品(含激光器)为 3929 万人民币, 较 1992 年增长 25.8%, 说明我国激光加工事业正在蓬勃发展。

参 考 文 献

- [1] 李力钧, *现代激光加工及其装备*, 北京理工大学出版社, (1993), 4.
- [2] Belforte David, *Industrial Laser Annual Handbook*, Tulsa Okla Pennwell Books, (1992), 8.
- [3] S. G. Anderson, *Laser Focus World*, **30-1**(1994), 62.