

- [26] M. Sommer, D. L. Bertsch, B. L. Dingus et al., *Astrophys. J. Lett.*, **422** (1994), L63.
- [27] J. Ryan, K. Bennett, W. Collmar et al., *Astrophys. J. Lett.*, **422** (1994), L67.
- [28] B. E. Schaefer, S. D. Barthelmy, D. M. Palmer et al., *Astrophys. J. Lett.*, **422** (1994), L71.
- [29] C. Kouveliotou, G. J. Fishman, C. A. Meegan et al., *Nature*, **362** (1993), 728.
- [30] C. Kouveliotou, G. J. Fishman, C. A. Meegan et al., *Nature*, **368**(1994), 125.
- [31] T. Cline, U. D. Desai, B. F. Teegarden et al., *Astrophys. J. Lett.*, **255** (1982), L45.
- [32] S. Kulkarni and D. Frail, *Nature*, **362** (1993), 728.
- [33] T. Murakami, Y. Tanaka, S. Kulkarni et al., *Nature*, **368** (1994), 127.
- [34] S. Kulkarni, D. Frail, N. E. Kassim et al., *Nature*, **368** (1994), 129.
- [35] K. Hurley, M. Sommer, C. Kouveliotou et al., *Astrophys. J. Lett.*, **431** (1994), L31.
- [36] J. I. Katz, *Astrophys. J.*, **422** (1994), 248.
- [37] S. Mao (毛淑德), *Astrophys. J. Lett.*, **389** (1992), L41.

“薛定谔猫”——宏观量子叠加态¹⁾

吴锦伟 郭光灿

(中国科学技术大学物理系, 合肥 230026)

摘要 综述了近年来在量子光学方面关于“薛定谔猫”态的研究进展, 包括其渊源、定义、制备、性质和可能的应用。“薛定谔猫”态本质上是两个宏观可区分的态相干叠加, 它涉及量子力学的基本问题。对这样一个问题进行研究, 将有助于对量子力学的解释进行探讨。

关键词 “薛定谔猫”态, 相干叠加, 宏观可区分

Abstract The progress of “Schrödinger’s cat” states in the field of quantum optics is summarized. The origin, definition, preparation, qualities and possible application of “Schrödinger’s cat” states are included. “Schrödinger’s cat” states are quantum superpositions of coherent states with macroscopically different phases or amplitudes. They are relevant to the fundamental problems of quantum mechanics. The study of this kind of states is helpful to the interpretation of quantum mechanics.

Key words “Schrödinger’s cat” state, coherent superposition, macroscopical difference

1 问题的由来

薛定谔于1935年提出了后来被称为“薛定谔猫”的佯谬^[1]。大意如下: 设想在一个盒子里装着一只猫, 一只毒药瓶, 一个放射源, 还有一些传动装置。设想放射源在每一秒的时间内有1/2的几率放射一个粒子, 这个粒子通过一些传动装置使毒药瓶打翻, 毒药被释放, 猫被毒死。而如果没有粒子被放射, 则猫仍然活着。

按照哥本哈根学派对于态函数的理解, 我们可以设想用一个态函数 ψ 描写被关在盒子里

的猫。我们先盖上盖子。经过一秒的时间, 猫有1/2的几率活着, 也有1/2的几率死了。在我们没有揭开盖子时, 猫处于一种半死半活的状态。一旦我们揭开盖子, 相当于“测量”猫的死活, 我们只能看到一种状态, 猫要么死了, 要么活着, 这相当于猫的两种不同的“本征态”。

薛定谔的本意, 是想用这个佯谬来说明测

1) 国家教育委员会博士点基金和国家自然科学基金资助项目。
1994年5月31日收到初稿, 1994年11月7日收到修改稿。

量过程波包的收缩,而且这里的态是宏观的态——死猫与活猫。

2 量子光学中的“薛定谔猫”态

近年来在量子光学的文献中,出现了许多关于“薛定谔猫”态(Schrödinger's cat state,以下简称 S-Cat 态)的讨论。现在所谓的 S-Cat 态在物理上有更明确的含义,不再是像“死猫”和“活猫”这种易引起争议的不可逆的生物学上的状态。延用这个名字只是表达当初薛定谔的基本思想,并且使问题显得更加通俗和形象。

例如光场的下面这样一个态就是典型的 S-Cat 态:

$$|\alpha\rangle = \frac{1}{2} e^{|\alpha|^2/2} (\text{ch}|\alpha|^2)^{-1/2} (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle). \quad (1)$$

这实际上就是偶相干态^[1],它表示成两个相干态 $|\alpha\rangle$ 和 $|-\alpha\rangle$ 的相干叠加,而这两个相干态是宏观可区分的,它们具有 π 的位相差,众所周知,相干态 $|\alpha\rangle$ 是最接近于经典极限的量子光场。在经典极限下,相干态对应于经典单色波,后者的位相角由 α 的幅角 φ 确定,而电场的振幅 E_0 与 $|\alpha|$ 成正比。相干态与经典波之间的区别主要表现在光场各种物理量的量子起伏上^[2]。

所以, S-Cat 态可以这样定义:具有宏观可区分的两个或多个态的相干叠加。

这里的“宏观”意指相干态是一种对应于经典波的量子态,所以宏观可区分也就是经典可区分之意。可区分既可以是上面所举例子中的光场位相之不同,也可以是光场振幅之分别。例如这样的态

$$|\psi\rangle = \frac{1}{N_{\pm}} (|\alpha\rangle \pm |0\rangle). \quad (2)$$

它也是 S-Cat 态,其中 N_{\pm} 是归一化常数。相干态 $|\alpha\rangle$ 与真空态 $|0\rangle$ 具有振幅上的区别,而且都是有经典波对应的态。

这里还要注意的定义中的“相干叠加”,是为了与混合态相区别。混合态是不具有相干性的态的相加,而 S-Cat 态的微妙之处,也正

是基于这种相干性。

根据以上所述,我们可以区分两种 S-Cat 态,位相 S-Cat 态[如式(1)]和振幅 S-Cat 态[如式(2)]。

3 S-Cat 态的意义

S-Cat 态光场是一非经典光场,表现出纯粹的量子行为,在经典理论中不可能具有这种行为。所以,在量子光学上制备 S-Cat 态将可以对量子力学的诸多预言进行实验的检验,从而“看出”经典理论无法解释的量子效应。

态叠加原理是量子力学区别于经典力学的重要原理。这是一种几率幅的相加,而经典力学中只有几率的相加。S-Cat 态无一例外都是态的叠加,而且涉及的态都在经典极限下对应于经典单色波。这就是 S-Cat 态之所以倍受关注的原因。它同时具有量子和宏观两种特征。关于量子与经典的分界线问题,是诸多文章讨论的对象,这里涉及到宏观与微观的划分,从而决定是用经典理论还是用量子理论处理。而 S-Cat 态处于这样的一个焦点上,这就是它奇特的理论背景。

正如本文第五部分将指出的那样,许多 S-Cat 态都具有压缩性,即某一方向的量子噪声比真空涨落要小,从而也是压缩态光场。这种具有压缩的非经典光场对于精密测量有很重要的意义,并有可能应用于光通信,达到更高的保真度。

不具有压缩性的那些 S-Cat 态也将具有别的非经典性质,有可能发现别的应用。

4 量子光学 S-Cat 态的制备

量子光学上制备 S-Cat 态的方法有多种,以下分门别类地加以归纳。

4.1 量子非破坏性测量和反作用逃逸过程产生 S-Cat 态^[3,4]

量子非破坏性测量(quantum nondemolition measurement,简称 QND)和反作用逃逸(back-action-evading,简称 BAE)是近年来量子光学上讨论很多的课题^[5]。

QND 测量首先是由前苏联的 V. B. Braginsky 等人提出的,当时是为了探测天体的微弱引力波.引力波的信号很弱,甚至低于标准量子起伏的噪声,QND 测量就是为了克服这种噪声,获得其他测量方法所无法获得的超高精度.

BAE 是就“后级测量系统”对探测器的作用而言的.后级测量系统可能通过相互作用哈密顿量干扰被测力学量,这种作用被称为反作用(back-action),通常将抑制这种作用称为“反作用逃逸”,而做到了反作用逃逸的测量称为“反作用逃逸测量”(back-action-evading measurement),简称 BAE 测量.

QND 过程中包含 BAE. QND 测量是通过测量读出模的合适的正交分量,获得关于信号模的一个正交分量的信息,而又不破坏信号模待测的物理量.也可以通过测量读出模的光子数,在信号模中自然地产生 S-Cat 态.

在 BAE 测量中,是测量之后再对信号进行放大,需要较大的增益,而采用 QND 测量,只要读出模中测得的光子数足够多,不需要太大的增益,其中输入信号采用压缩真空.由于信号模和读出模的关联,对读出模进行零拍测量,即可在信号模中产生 S-Cat 态.

4.2 非线性过程产生 S-Cat 态

这是一大类产生 S-Cat 态的方法,其中还可以细分.

Yurke 和 Stoler^[6]利用非谐振子哈密顿量 $\hat{H} = \omega \hat{n} + Q \hat{n}^k$ ($k \geq 2$) (3) 来获得 S-Cat 态,其中 \hat{n} 为光子数算符, $Q \hat{n}^k$ 为非线性项.

当 k 为偶数时,通过一段合适的作用时间,初始的输入相干态 $|\alpha\rangle$ 可以演化为如下的 S-Cat 态:

$$|\alpha, t = \pi/2Q\rangle = (1/\sqrt{2}) [e^{-i\pi/4} |\alpha\rangle + e^{i\pi/4} |-\alpha\rangle]. \quad (4)$$

Tara 等人^[7]利用如下的 Kerr 介质的哈密顿量

$$H = \hbar \chi a + 2a^2 \quad (5)$$

产生了 a^N 的本征态^[8]

$$|\psi\rangle = \sum_{m=0}^{N-1} c_m |\alpha e^{2\pi i m/N}\rangle \quad (6)$$

使得

$$a^N |\psi\rangle = \alpha^N |\psi\rangle.$$

这是一种具有 N 个分量的位相 S-Cat 态.当 $N = 2$ 时,即为奇相干态或偶相干态. Mecozi 等人^[9]利用非线性双折射产生了 S-Cat 态.其哈密顿量如下:

$$H = \omega(a^\dagger a + b^\dagger b) + k(ab^\dagger - a^\dagger b) + (Q/2)(ab^\dagger + a^\dagger b)^2, \quad (7)$$

a 和 b 分别是信号模和泵浦模的消灭算符.

初态为 $|0\rangle_a |\beta_0\rangle_b$, 可得到如下的 S-Cat 态:

$$|\text{out}, t = \pi/2Q\rangle = \frac{1}{2} [e^{-i\pi/4} (|\beta_0\rangle_b - |-\beta_0\rangle_b) |0\rangle_a + |0\rangle_b (|i\beta_0\rangle_a + |-i\beta_0\rangle_a)]. \quad (8)$$

这是一种双模 S-Cat 态.最近,我们的研究结果表明,利用交叉位相调制也可以产生 S-Cat 态^[10].

Reid 等人^[11]在非简并参数振荡中产生了 S-Cat 态.这是一种抽运模、信号模与空闲模的非线性相互作用,其哈密顿量如下:

$$H_1 = i\hbar g(a_3 a_1^\dagger a_2^\dagger - a_3^\dagger a_1 a_2) + i\hbar \epsilon (a_3^\dagger - a_3) + \sum_{i=1}^3 (a_i^\dagger \Gamma_i + a_i \Gamma_i^\dagger). \quad (9)$$

它可以产生具有确定的信号-空闲光子数差 m 的态

$$|\varphi_m\rangle = \int_{\phi=0}^{2\pi} e^{-im\phi} \left| \frac{\sqrt{\lambda}}{g} e^{i\phi} \right\rangle_1 \left| \frac{\sqrt{\lambda}}{g} e^{-i\phi} \right\rangle_2 d\phi.$$

对其中的一个模式作正交位相分量的测量,另一个模式上就得到 S-Cat 态.当 m 为偶数时,

$$|\Phi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|i\gamma_0\rangle + |-i\gamma_0\rangle); \quad (10)$$

当 m 为奇数时,

$$|\Phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|-i\gamma_0\rangle - |i\gamma_0\rangle), \quad (11)$$

其中 γ_0 是某个实参数.

此外, Kennedy 等人^[12]还讨论了利用自位

相调制产生 S-Cat 态的方法。

非线性过程是量子光学中很重要的过程,制备 S-Cat 态的具体方法也比较多,限于篇幅,不再赘述。

4.3 光场-原子相互作用产生 S-Cat 态

光场与原子相互作用也是量子光学的一大课题。在这里我们介绍两种制备 S-Cat 态的方法。

Brune 等人^[13]通过弥散原子与场耦合来操纵腔内的光子数,从而达到了制备 S-Cat 态的目的。

让一个具有合适速度的叠加态原子(上,下能级的相干叠加)通过腔内光场,光场原来处于相干态。当原子从腔内出来以后,测量它处于上能级 $|e\rangle$ 还是下能级 $|f\rangle$,可以得到腔内光场如下的态函数:

$$|\psi^{(\pm)}(\alpha)\rangle = \frac{|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle}{\sqrt{2(1 \pm \exp(-2|\alpha|^2))}}, \quad (12)$$

其中“+”,“-”号分别对应于原子处于 $|f\rangle$ 和 $|e\rangle$ 能级。

Bužek 等人^[14]则在共振 J-C 模型中产生了 S-Cat 态。J-C 模型是只包含一个原子和单个量子场模,而且除旋转波近似外不作任何其他假定的两能级模型^[2]。

在共振 J-C 模型中,当光场初态为相干态时,原子出现复杂的“崩塌”和“复原”效应。

设系统初态为

$$|\psi_{A-F}(t=0)\rangle = |\psi_A(t=0)\rangle \otimes |\psi_F(t=0)\rangle,$$

在系统演化到复原时间的一半时,原子与场瞬时地解除关联,这时的场即为 S-Cat 态。特别在强场极限下,这样得到的场态是纯态。

此外 Savage 等人^[15]也讨论了单原子色散制备宏观量子叠加态的问题,与 Brune 等人的方法基本相似。

4.4 量子开关制备 S-Cat 态

Davidovich 等人^[16]讨论了一类量子开关(quantum switch),并且利用两个量子开关实现了非定域微波场,在他们的方法中也可以实现 S-Cat 态:

$$|\phi_{\pm}\rangle = \frac{1}{N_{\pm}} (|\alpha\rangle \pm |0\rangle), \quad (13)$$

其中 N_{\pm} 是归一化系数。这是一种振幅 S-Cat 态。

4.5 利用几何位相制备 S-Cat 态

Berry 引进的几何位相^[17],促进了大量的研究工作的出现,Berry 位相是一种纯属几何性质的拓扑位相。Berry 的研究结果表明,当描述一个量子力学系统的哈密顿量中包含某个绝热变化的参数 R 时,可能会在系统的态函数中引起位相的变化,即使 R 在初始时刻和演化的终点具有相同的数值。比如著名的电磁 A-B 效应,就可以用 Berry 位相加以解释。而在 Berry 的工作之前,人们一直认为参数 R 的绝热变化对系统的态不起实质性的影响。

我们讨论了一种求几何位相的矩阵方法^[18],指出了利用变质量谐振子制备 S-Cat 态的可能性。根据我们的分析,变质量谐振子的哈密顿量中包含了非线性因素,这是制备 S-Cat 态成为可能的根本原因。

我们的分析结果中可能得到的是偶相干态,这是一种典型的 S-Cat 态。

5 S-Cat 态的性质

S-Cat 态是一种具有非经典性质的态^[19,20]。它可能具有的非经典性质有:(1)压缩性,(2)高阶压缩性,(3)亚泊松光子统计,(4)光子数振荡,但不是每一个 S-Cat 态都同时具有这四种性质。

奇相干态是一种具有亚泊松统计但没有压缩的态,而偶相干态是一种具有压缩但不具有亚泊松统计的态^[21]。它们分别是只包含奇光子数态和偶光子数态的 S-Cat 态,都表现了光子数的振荡行为。

S-Cat 态对耗散作用是极为敏感的,耗散会使 S-Cat 态从相干叠加的纯态迅速变成一种统计混合的态,从而使不同成分之间的相干性消失。

Kim 等人^[22]研究了有限温度热库对 S-Cat 态的影响,发现有限温度热库使 S-Cat 态的相

干性很快消失(相对于零温度热库而言),从而使 S-Cat 态也从非经典态变成了经典的统计混合.

参 考 文 献

[1] E. Schrödinger, *Naturwissenschaften*, **23**(1935), 807; **23**(1935), 823; **23**(1935), 844.
 [2] 郭光灿,量子光学,高等教育出版社,(1990),131.
 [3] B. Yurke, W. Schleich and D. F. Walls, *Phys. Rev. A*, **42**(1990), 1703.
 [4] S. Song, C. M. Caves and B. Yurke, *Phys. Rev. A*, **41**(1990), 5261.
 [5] 张晓龙、郭光灿、彭肇辉、谢常德,物理学进展, **14-2** (1994),173.
 [6] B. Yurke and D. Stoler, *Phys. Rev. Lett.*, **57** (1986), 13.
 [7] K. Tara, G. S. Agarwal and S. Chaturvedi, *Phys. Rev. A*, **47**(1993), 5024.
 [8] 彭石安、郭光灿,物理学报, **39**(1990),51; 彭石安、郭光灿,科学通报, No. 8(1990), 579.
 [9] A. Mecozzi and P. Tombesi, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 1055.
 [10] Yang Weiguo (杨卫国) and Guo Guangcan (郭光灿), Two-mode Schrödinger's Cat State by Cross

Phase Modulation (to be published).
 [11] M. D. Reid and L. Krippner, *Phys. Rev. A*, **47** (1993), 552.
 [12] T. A. B. Kennedy and P. D. Drummond, *Phys. Rev. A*, **38**(1988), 1319.
 [13] M. Brune et al., *Phys. Rev. A*, **45**(1992), 5193.
 [14] V. Bužek, H. Moya-Cessa and P. L. Knight, *Phys. Rev. A*, **45**(1992), 8190.
 [15] C. M. Savage, S. L. Braunstein and D. F. Walls, *Opt. Lett.*, **15**(1990), 628.
 [16] L. Davidovich et al., *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993), 2360.
 [17] M. V. Berry, *Proc. Roy. Soc. London A*, **392** (1984), 45.
 [18] Wu Jinwei (吴锦伟) and Guo Guangcan (郭光灿), Geometric Phases and Schrödinger's Cat State (accepted by *ACTA PHYSICA SINICA*, Overseas Edition).
 [19] V. Bužek, A. Vidiella-Barranco and P. L. Knight, *Phys. Rev. A*, **45**(1992), 6570.
 [20] G. S. Agarwal and K. Tara, *Phys. Rev. A*, **46** (1992), 485.
 [21] Xia Yunjie and Guo Guangcan, *Physics Lett. A*, **138**(1989), 218.
 [22] M. S. Kim and V. Bužek, *Phys. Rev. A*, **46**(1992), 4239.

平衡方程输运理论与电子关联¹⁾

雷 啸 霖

(中国科学院上海冶金研究所,上海 200050)

摘要 1984年丁秦生和雷啸霖提出的热载流子输运平衡方程理论把电场作用下多电子运动化为一个单粒子(质心)的力学运动加上相对电子的统计运动,这使得非线性输运得到简洁描述,成为实际系统输运研究中很有用的方法. 它的成功也重新引发了学术界的 $\langle 1/\tau \rangle$ 与 $1/\langle \tau \rangle$ 之争. 争论使人们认识到当前存在两类不同的输运理论. 通常的玻耳兹曼方程、久保公式等代表弱电子耦合极限,得出的线性电阻率正比于 $1/\langle \tau \rangle$; 而雷-丁平衡方程理论、力关联函数公式等则代表强电子耦合极限,得出的线性电阻率正比于 $\langle 1/\tau \rangle$. 两种理论都在广泛使用,各有自己的适用范围和局限.

关键词 热载流子输运,非线性输运,平衡方程,电子关联

Abstract The balance-equation transport theory of semiconductors, which was proposed by Lei and Ting in 1984 and is based on the separation of the mechanical (center-of-mass) motion from the statistical relative motion of electrons in a many-carrier system under the influence of a strong electric field, gives rise to a concise description of nonlinear electronic transport and often provides results that compare well with experiments. The success of Lei-Ting theory has renewed the discussion

1) 1993年8月9日收到初稿,1994年12月22日收到修改稿.