

干性很快消失(相对于零温度热库而言),从而使 S-Cat 态也从非经典态变成了经典的统计混合.

参 考 文 献

[1] E. Schrödinger, *Naturwissenschaften*, **23**(1935), 807; **23**(1935), 823; **23**(1935), 844.
 [2] 郭光灿,量子光学,高等教育出版社,(1990),131.
 [3] B. Yurke, W. Schleich and D. F. Walls, *Phys. Rev. A*, **42**(1990), 1703.
 [4] S. Song, C. M. Caves and B. Yurke, *Phys. Rev. A*, **41**(1990), 5261.
 [5] 张晓龙、郭光灿、彭肇辉、谢常德,物理学进展, **14-2** (1994),173.
 [6] B. Yurke and D. Stoler, *Phys. Rev. Lett.*, **57** (1986), 13.
 [7] K. Tara, G. S. Agarwal and S. Chaturvedi, *Phys. Rev. A*, **47**(1993), 5024.
 [8] 彭石安、郭光灿,物理学报, **39**(1990),51; 彭石安、郭光灿,科学通报, No. 8(1990), 579.
 [9] A. Mecozzi and P. Tombesi, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 1055.
 [10] Yang Weiguo (杨卫国) and Guo Guangcan (郭光灿), Two-mode Schrödinger's Cat State by Cross

Phase Modulation (to be published).
 [11] M. D. Reid and L. Krippner, *Phys. Rev. A*, **47** (1993), 552.
 [12] T. A. B. Kennedy and P. D. Drummond, *Phys. Rev. A*, **38**(1988), 1319.
 [13] M. Brune et al., *Phys. Rev. A*, **45**(1992), 5193.
 [14] V. Bužek, H. Moya-Cessa and P. L. Knight, *Phys. Rev. A*, **45**(1992), 8190.
 [15] C. M. Savage, S. L. Braunstein and D. F. Walls, *Opt. Lett.*, **15**(1990), 628.
 [16] L. Davidovich et al., *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993), 2360.
 [17] M. V. Berry, *Proc. Roy. Soc. London A*, **392** (1984), 45.
 [18] Wu Jinwei (吴锦伟) and Guo Guangcan (郭光灿), Geometric Phases and Schrödinger's Cat State (accepted by *ACTA PHYSICA SINICA*, Overseas Edition).
 [19] V. Bužek, A. Vidiella-Barranco and P. L. Knight, *Phys. Rev. A*, **45**(1992), 6570.
 [20] G. S. Agarwal and K. Tara, *Phys. Rev. A*, **46** (1992), 485.
 [21] Xia Yunjie and Guo Guangcan, *Physics Lett. A*, **138**(1989), 218.
 [22] M. S. Kim and V. Bužek, *Phys. Rev. A*, **46**(1992), 4239.

平衡方程输运理论与电子关联¹⁾

雷 啸 霖

(中国科学院上海冶金研究所,上海 200050)

摘要 1984年丁秦生和雷啸霖提出的热载流子输运平衡方程理论把电场作用下多电子运动化为一个单粒子(质心)的力学运动加上相对电子的统计运动,这使得非线性输运得到简洁描述,成为实际系统输运研究中很有用的方法. 它的成功也重新引发了学术界的 $\langle 1/\tau \rangle$ 与 $1/\langle \tau \rangle$ 之争. 争论使人们认识到当前存在两类不同的输运理论. 通常的玻耳兹曼方程、久保公式等代表弱电子耦合极限,得出的线性电阻率正比于 $1/\langle \tau \rangle$; 而雷-丁平衡方程理论、力关联函数公式等则代表强电子耦合极限,得出的线性电阻率正比于 $\langle 1/\tau \rangle$. 两种理论都在广泛使用,各有自己的适用范围和局限.

关键词 热载流子输运,非线性输运,平衡方程,电子关联

Abstract The balance-equation transport theory of semiconductors, which was proposed by Lei and Ting in 1984 and is based on the separation of the mechanical (center-of-mass) motion from the statistical relative motion of electrons in a many-carrier system under the influence of a strong electric field, gives rise to a concise description of nonlinear electronic transport and often provides results that compare well with experiments. The success of Lei-Ting theory has renewed the discussion

1) 1993年8月9日收到初稿,1994年12月22日收到修改稿.

of the $\langle \frac{1}{\tau} \rangle$ -versus- $\frac{1}{\langle \tau \rangle}$ dispute and demanded a scrutiny into this twenty-years conflict. It is now recognized that there exist two different types of transport theories. The conventional direct solution of the Boltzmann equation and the Kubo formalism represent the limit of weak electron-electron interaction, leading to a linear resistivity proportional to $\frac{1}{\langle \tau \rangle}$; while the Lei-Ting balance-equation theory and the force-correlation formalism represent the limit of strong electron-electron interaction, yielding a linear resistivity proportional to $\langle \frac{1}{\tau} \rangle$. Both types of transport theories are widely used in the literature. Each has its own applicability and limitation.

Key words hot-electron transport, nonlinear transport, balance equations, electron-electron interaction

1 热载流子输运

大家知道,在正常导体中电流密度一般是与电场成正比的。这就是欧姆定律。但实验上早已发现:当电场比较强的时候,电流密度(或载流子的漂移速度)与电场的关系就不再满足欧姆定律了;同时,载流子的平均无规运动能量也将不等于(一般是高于)由晶格温度 T 按统计力学计算的值。这后一事实可用“载流子温度 T_e ”这个概念来表示。强电场输运中载流子温度 T_e 一般要高于晶格温度 T 。这些强电场中的输运现象在半导体中遇到得比较多,常称为热载流子输运。

半导体中热载流子输运的研究已有几十年的历史^[1]。主要的理论方法是基于非平衡分布函数概念的玻耳兹曼方程方法。分布函数 $f(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t)$ 是在存在电场、磁场,存在杂质、声子散射,存在载流子间相互作用情况下输运过程十分完全的描述。只要求得了分布函数,几乎一切输运性质都可得到。分布函数满足玻耳兹曼积分微分方程,它的求解是比较麻烦的。一般来说,只能数值求解。

在许多情况下,为了计算,实际上最有趣的一些输运物理量并不一定要求包含完全信息的分布函数,而只需要知道输运的部分信息就够了。这时可以从玻耳兹曼方程出发导出各阶矩方程,如粒子数平衡方程、动量平衡方程、能量平衡方程等等。这是玻耳兹曼方程框架内的

平衡方程方法。但要得到最后的结果还要作进一步的假设,如采用弛豫时间近似,或者预见假定分布函数的形式(变分方法也属于这一类)。例如,假设分布函数是麦克斯韦分布,但温度是不同于晶格温度 T 的载流子温度 T_e ,即 $f \sim \exp(-\epsilon/k_B T_e)$ (ϵ 是载流子的能量, k_B 是玻耳兹曼常数)。这就是著名的载流子温度模型^[2]。多年来它一直是广泛用于讨论热载流子输运的解析理论方法。又如,假设分布函数是在 \mathbf{k} 空间位移了 $m\mathbf{v}_d/\hbar$ (\mathbf{v}_d 是漂移速度, \hbar 是普朗克常数),温度为 T_e 的麦克斯韦分布,即 $f \sim \exp[-(\epsilon - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_d)/k_B T_e]$, 这就是位移麦克斯韦分布函数方法^[3]。不过应当指出,这两种分布函数以及好几种变分方法采用的分布函数实际上都不可能满足玻耳兹曼方程,因而它们已不完全是玻耳兹曼方程框架内的理论。

近年来,由于大型计算机的发展,纯数值的蒙特-卡罗模拟越来越广泛地用于热载流子输运的理论研究。但由于它需要大量的机时,也不便于进行系统的物理分析,不可能完全替代解析理论。

从 50 年代以来,人们对各种半导体系统的非线性输运行为已作了广泛的实验研究。如果我们注意一下载流子平均漂移速度随电场的变化,就会看到对不同的半导体系统,速度-电场特性偏离线性的起始电场值是大不相同的。从 GaAs-AlGaAs 异质结大约 10V/cm, Ge 大约 10²V/cm, Si 大约 10³V/cm, 到 SiO₂ 达到 10⁶V/cm,

该电场改变了五个数量级。这表明电场本身并不是决定非线性的直接因素。观察同一半导体材料(如 Si)在不同晶格温度下的速度-电场特性,也有类似的情况:从 10K 到 300K,偏离线性的起始电场值改变三个数量级。另一方面,如果我们注意速度-电场特性偏离线性的起始漂移速度,则会发现对所有这些材料以及同一材料在不同温度下的情况,起始漂移速度几乎都是在 10^7cm/s 的量级。由此可见,就决定输运的非线性而言,载流子的平均漂移速度是比电场更为重要的物理量。

从处理方式上看,过去大部分的输运理论(如玻耳兹曼方程、久保线性响应理论等)是在给定电场情况下计算系统的输运性质(漂移速度),即所谓动力响应理论。而本文要介绍的雷-丁平衡方程理论,则是在给定漂移速度情况下计算系统受到的力,又称为力平衡理论。前者以电场为自变量,而后者以漂移速度为自变量。这两种理论原则上当然是等价的,但如果漂移速度是比电场更为基本的物理量,则用力平衡理论显然会方便些^[4,5]。

2 整体运动与相对运动的分函

人们用物体的位置、速度、动能等描述它的机械运动。这些物理量总是相对于某个参考系而言的。容器内气体分子的速度满足麦克斯韦分布。这一表述是在容器为静止的参考系中才成立。如果把容器放到一个运动的列车中,从地面的观察者来看,其中的气体分子显然不满足通常形式的麦克斯韦速度分布率。与此类似,我们通常说大量粒子组成的体系平衡时遵从统计力学规律,是在没有整体运动的参考系中观察的。一个由大量粒子组成的体系如果有整体运动,比较好的办法是将整体运动先分离出去,也就是在相对于整体运动是静止的参考系中来考察组成体系的各个粒子的运动——我们称之为相对运动。如果整体运动能够完全分离,则相对运动将服从平衡统计规律,如吉布斯正则分布。

平衡方程输运理论正是从这样一个观点来

考虑电场作用下由许多载流子构成的体系,认为它实际上包含两种性质不同的运动:整体的基本上是经典的漂移运动和多粒子的无规的统计运动。当然,分离是有条件的。

考虑由 N 个电子组成的系统。为了描述这个系统,通常我们是列举每一个电子的坐标 \mathbf{r}_i 和动量 $\mathbf{p}_i (i = 1, \dots, N)$, 总共有 $6N$ 个变数。为了便于把整体运动与相对运动分开,我们引入体系质心的坐标 \mathbf{R} 和动量 \mathbf{P} :

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N} \sum_i \mathbf{r}_i, \quad \mathbf{P} = \sum_i \mathbf{p}_i, \quad (1)$$

以及每一个电子相对于质心的坐标 \mathbf{r}'_i 和动量 \mathbf{p}'_i :

$$\mathbf{r}'_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{R}, \quad \mathbf{p}'_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{P}/N. \quad (2)$$

我们希望前者能代表体系的整体运动,而后者代表电子的相对运动。

这一点并不严格成立。一方面,质心的运动是有涨落的。质心的速度 $\mathbf{V}(t)$ 需要写成平均值部分 \mathbf{v}_d (它等于输运电子系统的平均漂移速度)与涨落部分 $\delta\mathbf{V}$ 之和:

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{v}_d + \delta\mathbf{V}. \quad (3)$$

存在无规的涨落意味着质心运动并不完全代表整体运动。不过,由于质心的质量是单个电子质量的 N 倍,其涨落随 N 增大而减少。因此,对大量粒子构成的系统,质心运动几乎可以看作体系的整体运动。另一方面,相对电子变数 \mathbf{r}'_i 与 \mathbf{p}'_i 并不是完全独立的,它们要服从约束条件:

$$\sum_i \mathbf{r}'_i = 0, \quad \sum_i \mathbf{p}'_i = 0. \quad (4)$$

或者说, $\mathbf{r}'_{i\alpha}$ 与 $\mathbf{p}'_{j\beta}$ ($\alpha, \beta = x, y, z$) 的对易关系

$$[\mathbf{r}'_{i\alpha}, \mathbf{p}'_{j\beta}] = i\hbar\delta_{\alpha\beta} \left(\delta_{ij} - \frac{1}{N} \right) \quad (5)$$

并不是严格的正则对易关系。但对 N 很大的系统,当这个 $1/N$ 的非对角项可以略去的时候,(5)式可近似当作正则对易关系。

由此可见,对于粒子数很大的系统,在一定条件下,我们可以略去质心运动的涨落,也可以不管相对电子变数 \mathbf{r}'_i 和 \mathbf{p}'_i 受的约束条件,而

认为它们描述一个自由度为 $3N$ 的多粒子体系。这样就实现了整体运动与相对运动的分离。为了简便,我们把相对电子变数所描述的系统称为相对电子系统,组成相对电子系统并由一组变数 r_i' 和 p_i' 所代表的粒子称为相对电子。

这样一种分离对处理电场作用下的输运问题特别有好处。因为电场 E 对 N 个电子组成的体系的作用是产生一个势能

$$-eE \cdot \sum_i r_i = -eE \cdot R,$$

e 代表单个电子的电荷。这就是说,电场只作用于质心,相对电子完全不感受到电场。在这个意义上我们的系统有点像是行进着的列车:质心相当于列车的整体,它在电场的拉力和摩擦阻力作用下运动,服从经典力学;相对电子好像是车内的乘客,他们通过观察地面上物体的后移可以感觉到列车的运动,但不知道有多大的拉力作用于列车上。由于相对电子感受到的是质心的运动(速度)而不是电场的作用力,加于不同的系统上的电场可以很不一样,但只要质心达到一定的速度,相对电子系统受到的影响就大致相同。因而,是载流子的漂移速度而不是电场本身,更直接地影响输运的非线性行为。这一点符合前面提到的实验事实:虽然不同的半导体系统速度-电场曲线偏离线性的起始电场差别很大,但该点所对应的漂移速度在室温下都接近 10^7 cm/s 的量级。

3 刘维方程与虚拟始态

如果质心与相对电子完全分离,不再有任何相互作用,则没有感受到电场的相对电子组成的多粒子系统要服从平衡态的统计规律。但是,由于输运体系中总要存在电子-杂质和电子-声子的散射,质心与相对电子系统是有耦合的。这使得质心运动要受相对电子运动的影响,反之亦然。相对电子系统不再遵从平衡态的统计规律,描述它的性质一般来说需要用非平衡的密度矩阵 ρ 。按照统计力学,密度矩阵满足刘维方程:

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho], \quad (6)$$

这里 $H = H_e + H_1$, H_e 是相对电子系统自身的哈密顿量,包括动能及电子间的库仑势能, H_1 代表电子-杂质和电子-声子相互作用。原则上说,从任一初始状态出发,经过足够长的时间总可以演化到符合物理要求的最终输运状态。

平衡方程理论最主要之点是选择质心与相对电子完全脱耦的状态作为初态。这个初态一方面足够简单易于处理,同时又已经包含了最终输运状态的主要特征,使系统在尽可能短的时间内就能从初态演化到所要计算的输运终态。为了找这样一个状态,我们可以想像在系统达到所讨论的输运状态后把电场及杂质和声子散射都去掉,看系统会怎样变化。因为 H_1 去掉以后,质心和相对电子系统成为互不相关的孤立系统,质心将以恒定速度 v_d 作惯性运动,相对电子系统经过一定的弛豫时间后将趋于一个温度为 T_e (电子温度)的平衡态:

$$\rho_0 = \frac{1}{Z} \exp(-H_e/k_B T_e). \quad (7)$$

如果电子间的耦合强,弛豫时间将很短。由(7)式描述的状态,包含 v_d 及 T_e 作为参量,就选择为计算非平衡密度矩阵 ρ 的初始状态。 v_d 和 T_e 现在还是不知道,它们将由所建立的平衡方程来确定。

值得注意,这样选择的初态并不是实际问题的真实起始状态,而是为了求解便利而假想的虚始态。由这个虚始态演化到真实终态的过程并不是真实的过程,而是比真实过程快得多的虚拟过程。

4 动量和能量平衡方程

按照海森伯方程计算质心的动量变化率 $\dot{P} = -i[P, H]/\hbar$ 和相对电子系统的能量变化率 $\dot{H}_e = -i[H_e, H]/\hbar$ 的统计平均值,我们就得到动量平衡方程

$$Nm \frac{dv_d}{dt} = NcE + F \quad (8)$$

和能量平衡方程

$$\frac{dE_e}{dt} = e\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_d - W, \quad (9)$$

这里 m 代表单个电子质量, \mathbf{F} 是质心运动受到的阻力, 包括杂质散射引起的阻力 \mathbf{F}_i 和声子散射引起的阻力 \mathbf{F}_p ; $\mathbf{F} = \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_p$; W 是单位时间从电子系统传给声子系统的能量. 它们都是漂移速度 \mathbf{v}_d 和电子温度 T_e 的函数. 这两个方程的物理意义是非常清楚的: (8) 式代表一个质量为 Nm 、电荷为 Ne 的单粒子(质心)在电场 \mathbf{E} 及摩擦阻力 \mathbf{F} 作用下的运动方程; 而 (9) 式则表示相对电子系统能量 E_e 的增加等于电场做的功减去它传给声子的能量. (8) 式和 (9) 式组成了确定系统输运状态的微分方程. 给定电场 E (它可以是随时间变化的) 及初始时刻的漂移速度和电子温度, 以后时刻的漂移速度和电子温度就由这些方程完全决定.

通常人们计算摩擦力及能量转移率到散射势的最低非零阶就可以得到很好的结果. 这时 \mathbf{F}_i , \mathbf{F}_p 和 W 的表达式十分简单, 它们只包含一个与系统有关的函数: 即无外电场又无杂质、声子散射情况下系统处于温度为 T_e 的平衡态的密度关联函数. 这个密度关联函数完全是系统的平衡态的性质, 人们早就研究过了. 现在只要把它用在上面的平衡方程中就可以计算强电场作用下的输运性质. 这使得原来认为很复杂的输运计算变得相当简单. 这一组平衡方程现在已广泛用于三维、二维、一维及各种异质结、超晶格系统中的直流、瞬态和高频率的热载流子输运问题, 得到很好的结果, 被认为是研究电子系统输运性质的很好的方法.

图 1 是理论与实验比较的一个例子, 取自 Hirakawa 和 Sakaki 的论文^[6]. 他们测量的 GaAs-AlGaAs 异质结的高场迁移率与雷-丁平衡方程理论符合得很好, 而与载流子温度模型 (ETM) 的预言则相距甚远.

图 2 取自 Leadley 等人最近的论文^[7]. 他们用雷-丁理论计算了 GaAs-AlGaAs 异质结在零磁场及高磁场中的纵向迁移率随晶格温度的变化, 与实验结果吻合.

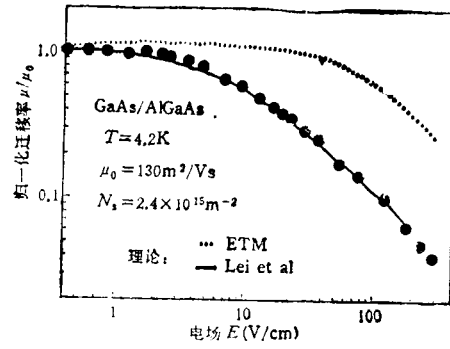


图 1 GaAs-AlGaAs 异质结的归一化的迁移率随电场的变化 [μ_0 代表零电场(线性)迁移率, μ 代表高电场迁移率, N_s 代表载流子浓度]

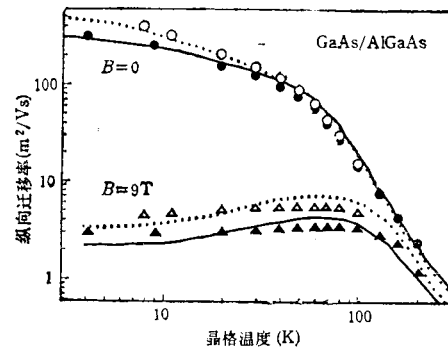


图 2 GaAs-AlGaAs 异质结在零磁场及 $B = 9T$ 的高磁场中的纵向迁移率随晶格温度的变化

除了迁移率、能量损失率等平均值量的计算以外, 在平衡方程理论的框架内还可以相当方便地研究其他输运问题. 例如, 保留质心速度中小的涨落部分到一阶[见(3)式], 可以导出关于 δV 的朗之万方程, 从而计算强场运输的热噪声; 考虑粒子数的涨落 δN , 我们可以用平衡方程理论研究扩散. 另外, 平衡方程理论也不难处理到散射势 H_1 的高阶项, 从而可用来研究载流子分布函数、电-声子耦合模、弱局域化效应等等. 这些方面已有许多文献报道 (见文献[8]的综述).

5 线性响应理论与平衡方程理论

比较一下平衡方程理论与人们熟悉的久保线性响应理论是很有意思的.

久保线性响应理论所讨论的系统可以用哈密顿量 $H = H_0 + H_1 + H_E$ 来描写, 这里 H_0 表示自由电子, H_1 表示杂质和声子散射, H_E 表

示电场的势。久保理论是把 $H_{\mathbf{z}}$ 当作微扰, 把 $\mathcal{H} = H_0 + H_1$ 当作未微扰系统。初始状态是没有整体运动 ($\mathbf{v}_d = 0$) 的状态, 初始密度矩阵为

$$\hat{\rho}_0 = \frac{1}{Z} \exp(-\mathcal{H}/k_B T). \quad (10)$$

由于哈密顿量 \mathcal{H} (包括杂质和声子散射) 所描述的未微扰系统本身已经很复杂, 它的本征解尚不清楚, 因而用久保理论计算输运性质一般是很麻烦的。即使是弱杂质散射下的直流电阻率这个最简单的输运问题也要经过无穷项的求和才能得到合理的解。

另一方面, 如果准到 H_1 的最低阶, 平衡方程理论也可以看作是一种线性响应理论。由于质心已被分离, 剩下的相对电子系统哈密顿量为 $H_0 + H_1$ 。平衡方程理论是把 H_1 当作微扰, 而未微扰系统的哈密顿量是 H_0 , 初始状态具有整体速度 \mathbf{v}_d : 它等于最终输运状态的漂移速度。 H_0 实际上是自由电子, 非常简单易于处理。由于初态已经包含了整体运动, 由初态到末态的过程是纯粹的热化过程, 不需要任何动量弛豫。在强电子-电子耦合情况下, 这个过程是很快。久保线性响应理论的始态没有整体速度, 由始态进展到输运终态不但要有热化过程, 还必须有动量弛豫。这就使从初态到末态的时间可能要长得多。

从这一比较我们就理解为什么平衡方程理论会如此简便地计算非线性输运性质: 它选择的初态已经包含了所要计算的终态的主要特征。如果电子之间耦合强, 只要经过很短的热化过程就可以进入到终态。可见这个理论适合于强电子-电子耦合的系统。

6 $\langle 1/\tau \rangle$ 与 $1/\langle \tau \rangle$ 之争

用平衡方程理论很容易计算弱杂质散射引起的线性电阻率, 得到

$$\rho = \frac{m}{ne^2} \left\langle \frac{1}{\tau_i} \right\rangle, \quad (11)$$

这里 n 是电子浓度, $\tau_i \equiv \tau_i(\mathbf{k})$ 是杂质引起的散射时间, 尖括号代表费米面附近 $k_B T$ 范围内

的一个平均。但是, 从久保线性响应理论或者从玻耳兹曼方程计算弱杂质散射引起的线性电阻率, 却得到

$$\rho = \frac{m}{ne^2} \frac{1}{\langle \tau_i \rangle}. \quad (12)$$

在绝对零度时, 两个结果吻合; 但在有限温度下二者不一致, 在高温下两个公式可以相差数倍。

这样又重新引发了所谓 $\langle 1/\tau \rangle$ 与 $1/\langle \tau \rangle$ 之争。20 多年前, Edwards^[9], Rousseau 等人^[10] 以及 Kenkre 和 Dresden^[11] 曾提出过电阻率的力关联函数理论, 把杂质散射引起的线性电阻率写成力关联函数的形式, 并按散射强度的级数展开:

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 \cdots. \quad (13)$$

对弱散射情况如果只保留到最低阶, $\rho = \rho_0$, 即得到(11)式, 与玻耳兹曼方程和久保理论矛盾。这个结果受到 Argyres 和 Siger^[12] 以及 Huberman 和 Chester^[13] 等人的批评。他们指出: 在(13)式中 $\rho_1, \rho_2 \cdots$ 都是发散的, 不论散射势多么小也不能略去。如果把所有的发散项形式上加起来, 则所得结果与久保理论和玻耳兹曼方程的(12)式一致。这样, 力关联函数理论之所以会得到(11)式被认为是由于不正确地丢掉了级数(13)式的高阶发散项造成的。因而, 力关联函数理论及 $\langle 1/\tau \rangle$ 的电阻率表达式几乎被完全否定了。

但是, 现在回头仔细分析一下可以看出: 上述结论是在系统中没有诸如电子-电子散射, 没有载流子与热浴相互作用的“绝热”条件下得到的。在这个条件下, 唯一能使系统弛豫的因素是杂质散射。如果杂质散射很弱, 弛豫的时间将变得很长。这是为什么(13)式中 ρ_2, ρ_3, \cdots 发散的原因。当存在电子-电子相互作用或载流子与热浴的相互作用等使系统趋于在质心系中热化的因素时, 上述展开式的高阶项不再发散^[14,15], 而且在强电子散射或弱杂质散射时确实是可以略去的。这样, 前面的批评就不再成立。

事实上, 在玻耳兹曼方程的框架内, 考虑到电子-电子散射引起的弛豫时间 τ_e 以后, 有效

散射时间将变为^[16]

$$\tau(k) = \frac{\tau_i(k)\tau_{ee}}{\tau_{ee} + \tau_i(k)} + \frac{\langle\tau(k)\rangle\tau_i(k)}{\tau_{ee} + \tau_i(k)}. \quad (14)$$

这就是说,有电子-电子散射时计算电阻率应当用 $\langle\tau(k)\rangle$ 取代(12)式中的 $\langle\tau_i\rangle$ 。如果电子-电子散射很弱, $\tau_{ee} \gg \tau_i(k)$,则有 $\langle\tau(k)\rangle \simeq \langle\tau_i(k)\rangle$,我们仍得到(12)式,即通常的玻耳兹曼方程和久保理论的结果。反之,如果电子-电子相互作用很强, $\tau_{ee} \ll \tau_i(k)$,则有 $\langle\tau(k)\rangle \simeq \langle 1/\tau_i(k)\rangle^{-1}$,我们便得到(11)式,即平衡方程理论和力关联函数理论的结果。

迄今为止,用所有主要的输运理论计算弱杂质散射产生的线性电阻率得到的都是上述两个结果之一。就是说,目前的输运理论就处理电子-电子相互作用而言,或者属于弱电子关联极限或者属于强电子关联极限。如果电子-电子散射时间与杂质散射时间属于同一量级,结果可能处于这两个极限之间。目前,能够处理任意强度电子关联的输运理论还有待建立。以两种极限之一作为出发点向中间延伸不失为理论上及实际上可取的办法。

7 结语

本文从物理上简要地介绍了雷-丁平衡方程输运理论。它是多载流子系统强电场运输的一种参量化的简洁描述。依据研究的对象和问题的具体情况,参量是多种多样的。基本参量是载流子整体(质心)运动的平均速度 v_d 和相对电子系统的温度 T_e 。

平衡方程理论最主要之点是选择由(7)式描述的虚拟始态。它在主要特征上已很接近所要计算的输运终态,因而由始态演化到终态所需的时间很短,使微扰处理很有效。

任意强度电场下的输运由普适形式的力及能量平衡方程(8)和(9)式决定。其中的摩擦阻力 F 和能量损失率 W 的表达式准到散射的最低阶时很容易计算:它们除了依赖于杂质和声

子散射势以外,只决定于电子系统在没有外场也没有散射情况下的平衡态的密度关联函数,因而能够相当方便地得到强电场下的输运性质。

平衡方程理论是强电子关联的输运理论。强的电子关联驱使电子在质心系中迅速热化。正是这一点使得输运理论的描述大为简化。迄今玻耳兹曼方程基本上是在没有电子关联的情况下求解的,只代表弱电子关联极限。电子关联的强弱是相对于杂质和声子散射而言的。低维半导体系统常有较高的载流子浓度,而强电场下载流子温度的提高又增强了电子关联的效果。这使得高场输运研究在许多情况下用平衡方程理论往往是比较合适的。

参 考 文 献

- [1] H. E. M. Conwell, *High Field Transport in Semiconductors Academic*, New York, (1967),1.
- [2] K. Hess, in *Physics of Nonlinear Transport in Semiconductors*, Edited by D. K. Ferry, J. R. Barker and C. Jacoboni, Plenum, New York, (1980),1.
- [3] H. Fröhlich, *Proc. Roy. Soc. London A*, **188** (1947),521,532.
- [4] C. Jacoboni and L. Reggiani, *Rev. Mod. Phys.*, **55**(1983),645.
- [5] X. L. Lei and C. S. Ting, *Phys. Rev. B*, **30** (1984),4809;**32**(1985),1112.
- [6] K. Hirakawa and H. Sakaki, *J. Appl. Phys.*, **63**(1988),803.
- [7] D. R. Leadley et al., *Phys Rev. B*, **48**(1993),5457.
- [8] X. L. Lei and N. J. M. Horing, *Int. J. Mod. Phys. B*, **6**(1992),805.
- [9] S. F. Edwards, *Proc. Phys. Soc.*, **86**(1965),977.
- [10] J. S. Rousseau, J. C. Stoddart and G. J. Morgan, *J. Phys. C*, **5**(1973),L175.
- [11] V. M. Kenkre and M. Dresden, *Phys. Rev. A*, **6**(1972),769.
- [12] P. N. Argyres and J. L. Siger, *Phys. Rev. B*, **9**(1974),3197.
- [13] M. Huberman and G. V. Chester, *Adv. Phys.*, **24**(1975),489.
- [14] X. L. Lei, *Phys. Rev. B*, **41**(1990),8085.
- [15] L. Y. Chen, C. S. Ting, and N. J. M. Horing, *Phys. Rev. B*, **42**(1990),1129.
- [16] B. E. Sernelius and E. Söderström, *J. Phys. C*, **3**(1991),1493.