

# 氢原子相干态研究的进展与启示\*

刘全慧 王 鑫

(湖南大学物理系,长沙 410082)

**摘 要** 近年来的理论及实验研究都表明,在实空间中,期望用氢原子定态波函数的叠加以得到满足最小测不准关系的同时又不发生扩散的相干态(即薛定谔曾期待过的氢原子相干态)是不可能的.但若把三维氢原子体系映射到另外的空间,则可以发现氢原子体系可以存在真正的相干态,可这种相干态都不随物理的时间而是随另一个“虚假的时间”因子而演化.文章评述了这一现象,研究了这一现象对我们寻找一般量子力学体系相干态的启示.

**关键词** 氢原子,相干态,经典对应原理

谐振子相干态是迄今为止求得的最完美的经典态.该相干态具有如下三个特点:(1)它在位形空间中定域化;(2)它在相空间中具有最小测不准关系;(3)它沿经典轨道运行.有了谐振子相干态进一步的支持,量子力学的经典对应原理似乎就可以高枕无忧了.对于其他任意的量子力学体系,我们一般认为最多只是计算上一时的困难,原则上都可以构造出类似的经典态(或相干态).

众所周知,物质是由原子组成的.最简单的原子是氢原子.它也是迄今为止唯一可严格求解能级的原子体系.若对氢原子体系可以构造出与谐振子相干态相似的经典态,则量子力学的经典对应原理才可以谈得上坚如磐石.而我们一直对这一原理坚信不移,对氢原子相干态的构造也是满怀信心.整整 70 年过去了,人们美好的梦想终于有了事与愿违的结果<sup>[1-11]</sup>.对于氢原子来说,这种能在位形空间中定域的氢原子相干态在理论上是不存在的!它沿经典轨道运动几周后就开始散布(spreading),继而波包的首追上波包的尾并发生干涉而形成一个个小的波仓,似乎是原来的波包发生了分裂(separation),然后又回复(revival)到波包原来的形状.这一过程不妨简称为 SSR.由于经典粒子决不具有 SSR,亦即量子氢原子决不可能在大量子数时给出经典的氢原子.我们当然不能据此推翻旧有的经典对应原理,但我们现在可以怀疑,进而对整个量子力学体系本身进行推敲.

尽管 SSR 不可避免,却不能说它是或不是现实的可能.这样,在理论上寻找氢原子经典态并在实验上验证之仍是十分必要的.由于谐振子相干态一点问题也没有,若能把谐振子和氢原子体系通过某种变量代换而联系起来,则我们就可以利用谐振子相干态来构造氢原子相干态.而我们确实找到了这种变换,也进行了大量的这方面的研究.值得注意的是,此时的氢原子相干态并非原来认为的与谐振子相干态类似的氢原子经典态,它们仍然只是谐振子相干态.即若通过逆变量代换把这种氢原子相干态换回到位形空间,该波包依然是 SSR.如果我们在实验上观察氢原子经典态时发现它的确与谐振子相干态类似,则说明经典对应原理成立无疑,有问题的是量子力学理论体系;如果实验上发现的是与量子力学理论相符合的有 SSR 的经典态,则经典对应原理的内容就应作补充.实验结果表明,量子力学的理论体系是正确的,有问题的是经典对应原理.换句话说,经典的氢原子模型(即氢原子的行星轨道模型——平方反比力场模型)不可能完全是量子力学氢原子模型的经典极限.

有趣的是,不认为量子氢原子对应于单个经典氢原子,而认为对应于经典氢原子的一个统计系综,则氢原子的经典态具有 SSR 的性质就不难得到解释<sup>[4]</sup>.于是,氢原子经典态、相干

\* 1995 年 5 月 9 日收到初稿,1996 年 1 月 5 日收到修改稿.

态的研究对研究对应原理、量子力学的统计意义等量子力学基本问题无疑都具有重大意义。关于这方面的具体细节值得专文论述。本文只就氢原子相干态的研究过程及为什么要引入一个虚假的时间因子,以及该因子在经典力学中的地位等问题作一个简单的评述。研究这一问题是必要的,它对我们寻找一般的量子力学相干态将提供新的视野。

## 1 氢原子相干态的研究进展

氢原子相干态的研究几乎是与量子力学的建立同时起步的。在 1926 年,薛定谔成功地构造出了谐振子相干态之后,曾试图解决氢原子的相干态问题,但由于遭遇了“极大的计算困难”(great computational difficulties)而放弃了<sup>[11]</sup>。值得注意的是,薛定谔期待中的相干态是一种满足最小测不准关系、且在位形空间中不发生扩散的经典态。自 1926 年以后,该问题的研究长期没有任何进展。直到七、八十年代,由于短脉冲激光能激发高激发态的里德伯原子,要求理论对该原子的性质有所说明,人们又重新对氢原子相干态发生兴趣。在这方面,第一篇较有影响的文章出现在 1973 年,Brown 用带高斯权重叠加定态波函数的方法构造出了一个在圆轨道上运行的氢原子波包<sup>[1]</sup>,该波包最初是满足最小测不准关系的,但在圆轨道上运行几周后便开始发生 SSR。该波包尽管简单,却包含了用氢原子定态函数构造的波包必发生 SSR 这一本质特征。因此,它一直是近年来理论及实验研究的重要波包<sup>[2-4]</sup>。认识到氢原子波包总有 SSR 是相干态研究过程中的一大事情。例如说,1979 年前后,Nieto 和 Simmons 还试图建立适用于一般量子力学体系的相干态理论<sup>[12]</sup>。但同时他们发现用他们的方法构造出的氢原子径向运动相干态却是不令人满意的<sup>[12]</sup>。1988 年,Yezell 和 Stroud 在实验上观察到的氢原子波包就是这样一个随时间演化而发生 SSR 的波包<sup>[2-3]</sup>。现在,理论和实验物理学家都已经有了结论,即薛定谔曾经追求的那种满足最小测不

准关系和不发生 SSR 的氢原子相干态是不存在的<sup>[4-5]</sup>。

综合以往我们对最小测不准波包的研究成果,例如自由粒子最小测不准波包总是随时间的平方而扩散等例子<sup>[13]</sup>,我们在研究氢原子相干态的过程中,获得了一个一般性的结论<sup>[4-5]</sup>,即一切能级差与量子数差之间的关系为非线性的量子力学体系都不具有薛定谔曾期待过的相干态。这是容易理解的,因为波包的扩散是难以避免的;这样,对于束缚态体系来说,SSR 一般也就难以避免。这是否说明相干态的研究可以就此止步了呢?不是,因为谐振子相干态无疑是存在的,我们可以把周期运行体系与谐振子相干态联系起来,而利用谐振子相干态来构造体系的相干态。

三维空间中的氢原子波包随时间的演化发生 SSR,并不能排除该波包随别的物理量演化时不发生 SSR。因此,理论物理学家把氢原子体系从三维空间映射到另外一些空间,在该空间中,可以发现氢原子可以以新的“虚假的时间”参量作简单谐振动<sup>[5-9]</sup>,这样就可以仿照谐振子相干态构造氢原子相干态。这方面的研究可以说是丰富多彩<sup>[5-8]</sup>。但总的看来,不外两方面,一种是用群论的方法,把氢原子映射到群表示的空间,构造氢原子相干态<sup>[6-7]</sup>;另一种则是用一种非线性坐标及时间变换,把三维氢原子变换成四维空间中带约束的四维谐振子后,再来构造氢原子相干态<sup>[5-8]</sup>。这些氢原子相干态相对于新的时间变量都不发生 SSR,因此理论上都很优美。除此之外,这些氢原子相干态还有一个共同点,它们都是随同一个所谓的“虚假的时间”而演化<sup>[5-9]</sup>。这是容易理解的,由于已有结论只有谐振体系才存在相干态,而氢原子体系中没有一个物理的空间自由度是随时间作谐振动的,假如存在这样一个时间变量,就一定只是“虚假的时间”变量了。尽管在氢原子相干态的研究中,从“虚假的时间”的引入到认识它真实的含义并不十分容易,我们发现,若认真研究一个经典的氢原子(即经典开普勒问题)的时间进程问题,不难发现这个“虚假的时间”因子正

是所谓的“偏近点角”<sup>[9]</sup>。

## 2 经典开普勒运动中的周期性

经典开普勒问题在本质上是一个二维问题,我们知道在轨道平面内的坐标变量  $x, y$  随时间的演化方程为<sup>[14]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} &= -\frac{3}{2}e + \sum_{k=0}^{\infty} k^{-1} J_{k-1}(ke) \cos k t, \\ \frac{y}{a} &= (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \sum_{k=0}^{\infty} k^{-1} J_{k-1}(ke) \sin k t, \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $a$  为椭圆的半长轴,  $e$  为偏心率,  $J_n(z)$  为  $n$  阶贝塞耳函数:

$$J_n(z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \exp[i(z \sin u - nu)] du. \quad (2)$$

无疑,  $x, y$  都不随时间  $t$  作简谐振动,故它们在量子力学中都不可能随时间  $t$  演化而不发生扩散的相干态。

一个有意思的问题是,既然有了  $x$  和  $y$  关于时间  $t$  的明显的演化方程,那么径向变量  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  关于时间  $t$  的明显的演化方程一定容易得到.但事实远非如此,历史上曾作过艰难的努力试图得到这一演化方程,但都失败了. Goldstein 评述此问题为“艰难的问题”(formidable problem)<sup>[15]</sup>.已经知道的最好结果是<sup>[15]</sup>

$$r = a(1 - e \cos u), \quad (3)$$

其中  $u = t + 2 \sum_{k=1}^{\infty} k^{-1} J_k(ke) \cos k t$  为所谓的偏近点角<sup>[15]</sup>,它的几何意义见文献[9, 15].

于是,我们看到,历史上的物理学家及数学家们在探索开普勒问题的时间进程时,已经找到了这样一个中间变量——偏近点角  $u$ ,空间自由度  $r$  是关于该量作简谐振动的.这是否提示我们在量子力学中引入该量,然后构造关于该量而演化的不扩散的相干态呢?的确如此.已经获得的不发生扩散的氢原子相干态的确都

是随偏近点角  $u$  而演化的<sup>[9]</sup>,尽管它们的获得完全没有参考经典开普勒问题中关于时间进程问题的研究而走了一段小小的弯路。

## 3 结论与讨论

这样,从氢原子相干态的研究中,我们有如下结论和启示:

(1) 薛定谔曾经梦想的那种始终满足最小测不准关系且随时间演化不发生扩散的相干态,对氢原子以及一切能级与量子数间的关系为非线性的量子力学体系都是不会存在的.对于这些体系来说,量子力学处理的经典极限并非该体系的经典结果,即原来的经典对应原理不完全适用。

(2) 一般说来,若指望一个量子力学束缚态体系有相干态,则必须找到这样一个空间,把该量子力学体系映射到该空间中,该体系会以一个新的变量作简谐振动.假如这一映射是成功的,则我们就可以仿照谐振子体系而构造相干态;若与该量子力学体系对应的经典力学体系中存在着这样一个变量,则可以把体系的经典哈氏量先作变量代换,而使之化成一个谐振子哈氏量,再量子化,然后求相干态.这为我们寻找一般量子力学体系的相干态提供了重要的启示。

(3) 氢原子相干态的理论与实验的研究结果支持了量子力学的统计解释,动摇了哥本哈根解释中认为现有量子力学完备地描述了单个粒子的观点.值得注意的是,统计解释是当今国际上最流行的对量子力学的解释,当今世界上统计解释集大成者 L. E. Ballentine 也因之成为 Phys. Rev. 中负责量子论的编委.但目前国内的量子力学教材大都把哥本哈根解释奉为圭臬,真正贯彻了量子力学统计解释的教科书只有关洪先生的《量子力学中的基本概念》(高教版, 1990年)一种.因此,我们认为有必要注意和加强对量子力学统计解释的研究。

### 参 考 文 献

[1] S. Brown, *Am. J. Phys.*, **41**(1973), 525.

- [ 2 ] J. A. Yeazell and C. R. Stroud, Jr., *Phys. Rev. Lett.*, **60** (1988), 1494.
- [ 3 ] M. Nauenberg, C. Stroud J. Yeazell, *Sci. Am.*, **270** (1993), 6.
- [ 4 ] M. Mallalieu and C. R. Stroud, *Phys. Rev. A*, **49**(1994), 2329.
- [ 5 ] C. Gerry, *Phys. Rev. A*, **33**(1986), 6.
- [ 6 ] C. Gerry and J. Kiefer, *Phys. Rev. A*, **37**(1988), 665.
- [ 7 ] E. D. Prunele, *Phys. Rev. A*, **42**(1990), 2542.
- [ 8 ] P. Kustaanheimo and E. Stiefel, *J. Reine Angew. Math.*, **218**(1965), 204.
- [ 9 ] B. R. Johnson, *Phys. Rev. A*, **35**(1987), 1412.
- [ 10 ] M. Nauenberg, *Phys. Rev. A*, **40**(1989), 1133.
- [ 11 ] E. Schrödinger, *Letters on Wave Mechanics*, edit. by K. Przibram, Phil. Lib., (1967).
- [ 12 ] M. M. Nieto and L. M. Simmons, Jr., *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1977), 207; *Phys. Rev. A*, **19**(1979), 438; *Phys. Rev. D*, **20**(1979), 1342.
- [ 13 ] W. Pauli, *Pauli Lectures on Physics*, The MIT Press, (1973).
- [ 14 ] C. W. Misner et al., *Gravitation*, Freeman, (1973), 648.
- [ 15 ] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, (1980), 98, 124.

## 电子回旋共振等离子体技术\*

丁振峰 邬钦崇 任兆杏

(中国科学院等离子体物理研究所,合肥 230031)

**摘要** 微波电子回旋共振是一种先进的低温等离子体技术,它具有优良的综合指标,提高了微电子、光电子集成电路制造工艺等应用领域中的低温等离子体加工水平.文章介绍了电子回旋共振等离子体产生原理、特点及重要的实验研究结果.

**关键词** 电子回旋共振,高密度等离子体源,微波传输、吸收

在低温等离子体技术的发展过程中,早期的直流和始于60年代中期的射频(13.56MHz)等离子体在应用工艺中发挥了十分重要的作用.但是,直流等离子体为有极放电,运行气压高且密度低,电离率和粒子活性低;虽然射频放电提高了等离子体密度,也可以实现无极放电,但运行气压较高,密度、电离率、粒子活性仍然较低.随着各领域应用技术的飞速发展,人们迫切期望采用低气压、高密度等离子体加工技术.通过借鉴热核聚变中等离子体产生和加热原理,发展并形成了微波电子回旋共振(electron cyclotron resonance, ECR),它在各应用领域,尤其是半导体工业中得到了重要的应用.为了满足不断提高的应用要求,ECR等离子体的应用及机理研究成为近年来一个热点.

本文将给出 ECR 等离子体的产生原理及特点,着重介绍与应用有关的实验研究,最后对目前应用与研究中存在的若干问题进行讨论.

### 1 ECR 等离子体的产生及特点

#### 1.1 微波电子回旋共振原理

在稳态的外磁场中,电子受洛伦兹力的作用在垂直磁力线的平面中作拉莫尔(Lamor)回旋运动,回旋运动角频率  $\omega_{ce} = eB_0/m_e$  ( $B_0$  为磁场强度,  $e$ ,  $m_e$  分别为电子的电荷和质量).当它与沿磁场传播的右旋圆极化微波频率相等时,电子在微波电场中将被不断同步、无碰撞加速而获得能量.如果在两次碰撞之间电子能量高于气体粒子的电离能、分子离解能或某一状态的激发能,那么将产生碰撞电离、分子离解和粒子激活,从而实现等离子体放电和获得活性

\* 国家自然科学基金重点资助项目.

1995年7月10日收到初稿,1995年10月4日收到修改稿.