

无衍射光束的特性和生成方法*

顾本源 杨国桢 张国庆 董碧珍

(中国科学院物理研究所, 北京 100080)

摘要 介绍了无衍射光束的概念和传输性质, 描述了应用常规的光学元件和计算机产生的全息图生成无衍射光束的方法及其潜在的应用价值.

关键词 无衍射光束, 贝塞耳光束, 计算全息图, 轴向镜

Abstract The basic concepts and propagation characteristics of diffraction-free beams (or nondiffracting beams) are introduced. We describe some methods of synthesizing (generating) diffraction-free beams with the use of conventional optical elements and computer-generated holograms. Potential applications of the diffraction-free beams are also presented.

Key words Diffraction-free beams, Bessel beams, computer-generated holograms, axicon

1 无衍射光束的性质

光波是一种电磁波, 它在自由空间中传播时遵从波动方程. 平面波是它的最常见的一种解, 在无界的自由空间中传播时, 不会发生衍射而使波前畸变. 沿传播方向上任何一处的垂直平面上, 光强分布都是相同的, 它就是平庸的无衍射光束, 一点也不吸引人. 波动方程中是否还隐存在着别的更诱人的新解呢? 1987年美国Rochester大学的Durnin给出了电磁场的自由空间波动方程的另一类解^[1], 它们的特点是在无界的自由空间中传播时, 与传播方向垂直的每个平面上的光场分布总是保持相同的, 并且具有高度的局域化强度分布, 也就是说光束中电场强度的横向分布很集中. 这类光场绝对不遭受到衍射扩展(diffractive spreading), Durnin将这种光束称作无衍射光束(diffraction-free beams, or nondiffracting beams). 这类无衍射光束具有主光斑尺寸小(约为波长量级)、强度高、方向性好、传输距离远等特点. 它可应用于高精度定向或准直光学系统; 可作为光刀来探测大

物体的性质, 研究它与小尺寸物体的散射作用; 可获取微小颗粒物质的性质; 还可以应用于激光加工技术中. 1987年Durnin等人首次报道了在实验室中应用简单光学系统和常规光学元件生成了无衍射光束中最简单的一种——零阶贝塞耳光束^[2]. 尽管这是个演示性的实验, 但由于这类光束具有“无衍射”传输和横向光场高度局域分布这些新颖特性, 有着十分诱人的应用前景, 国际上迅速地掀起对贝塞耳光束、贝塞耳-高斯光束和Weber光束等的研究热潮, 众多的科学家相继投入到有关的理论和实验研究中, 许多有意义的结果已见报道. 弄清无衍射光束的基本概念、传输特性以及生成它们的方法, 已成为光学研究中相当活跃的领域之一.

光波在无源的自由空间传播时, 其电场分布满足波动方程:

$$(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2})E(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (1)$$

Durnin提出该方程具有下面形式的一类严格解^[1]:

* 中国物理学会第六届全国会员代表大会文稿.

1995年6月19日收到.

$$E(x, y, z \geq 0, t) = e^{i(\beta z - \omega t)} \int_0^{2\pi} A(\phi) e^{ia(x \cos \phi + y \sin \phi)} d\phi, \quad (2)$$

其中 $\beta^2 + \alpha^2 = (\omega/c)^2 = k^2$, $A(\phi)$ 是 ϕ 的任意复函数, c 是光速, ω 是光波的频率. 如果 β 是实数, 那末(2)式代表一类光场, 它在传播过程中不会因衍射而弥散开来, 在与 z 轴垂直的任一平面上的横向电场分布完全保持不变,

$I(x, y, z \geq 0) = I(x, y, z = 0)$. (3) 这就是所谓的无衍射光束. 最简单的轴对称的无衍射场是假定 $A(\phi) = \frac{1}{2\pi}$, 于是相应的电场是

$$E(r, t) = e^{i(\beta z - \omega t)} J_0(\alpha \rho). \quad (4)$$

这里 $\rho^2 = x^2 + y^2$ 和 J_0 是零阶第一类贝塞耳(Bessel)函数, 这个光束是由波矢 k 躺在一锥体表面的一组平面波对称地会聚而成的, 锥角相对于 z 轴为 ϕ . 如果 $\alpha = 0$, 它就简化为一平面

波, 当 $0 < \alpha \leq k = 2\pi/\lambda$ 时, 这是基模贝塞耳光束, 其模向强度剖面以 $(\alpha\rho)^{-1}$ 速度衰减, 见图 1(a). 无衍射光束的有效宽度由 α 决定, 当 $\alpha = k$ 时, 这是一非衰减场的最大可能的 α 值, 其中心光斑尺寸近似(它的最小可能直径)为 $3\lambda/4$, 约为波长量级, 十分窄, 由于 J_0 光束的横向强度分布以 $1/\rho$ 衰减, 因此, 它是非平方可积的, 因而需要无穷大的能量才能产生完整的 J_0 光束. 但是在有限孔径下的研究表明, 能够近似地生成这类光束, 保持横向电场分布不变和高度局域的, 只不过传播距离为有限值. 当孔径尺寸大于波长和在旁轴近似下, 标量衍射理论(scalar diffraction theory)适用于研究光波传播的性质. 通过数值计算 Fresnel 衍射积分, 可以给出孔径对 J_0 光束传播的影响. 图 1(b)给出 J_0 光束的中心强度 $I(\rho = 0, z)$ 沿 z 轴方向分布的情形.

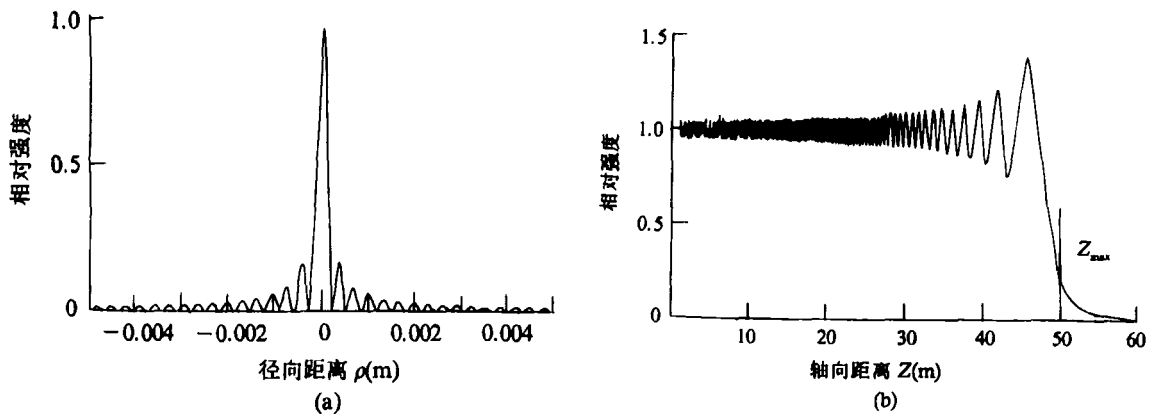


图 1 基模贝塞耳光束 $J_0(\alpha\rho)$

(a) 传播距离到 $z_0 = 25\text{m}$ 时 $J_0(\alpha\rho)$ 光束的横向强度分布,

孔径半径 = 50mm, 波长 $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$;

(b) J_0 光束中心峰强度 $I(\rho = 0, z)$ 沿传播距离的变化

J_0 光束的峰强度在传播过程中围绕初始值振荡, 随着 z 增加, 振荡振幅变大, 振荡周期变长, 最后到达某一距离, 急剧衰减到零. 这种强烈振荡行为类似于光通过尖锐刀口边缘时所产生的 Fresnel 衍射花样. 选择适当的光学系统参数, J_0 光束的传播距离可达到十几米远.

2 无衍射光束的生成

2.1 应用环状狭缝光阑和透镜系统生成基模贝塞耳光束^[2]

1987 年 Rochester 大学的 Durnin 等人为了

证实在有限孔径下可生成无衍射光束,并且能够传播相当远的距离,应用常规光学元件,设计了一个简单的光学系统,如图2所示,来生成零阶贝塞耳光束^[2].在半径为 R ($R = 3.5\text{mm}$)的正透镜(焦距 $f = 305\text{mm}$)的前焦平面上放置一个平均中心直径 $d = 2.5\text{mm}$,宽度 $\Delta d = 10\mu\text{m}$ 的环状狭缝光阑,理想地讲,圆环狭缝上的每一点都可看作是点光源,经过透镜后变换成平面波,不难看到这些平面波的波矢正好躺在一圆锥面上,这正是零阶贝塞耳光束所固有的特征.因此,当用单色波(波长 $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$)照明此环状狭缝时,就会生成零阶贝塞耳光束 $J_0(\alpha\rho)$,光斑参数为 $\alpha = 2\pi\sin\phi/\lambda$, $\phi = \tan^{-1}(d/2f)$.根据几何光学计算,在有限

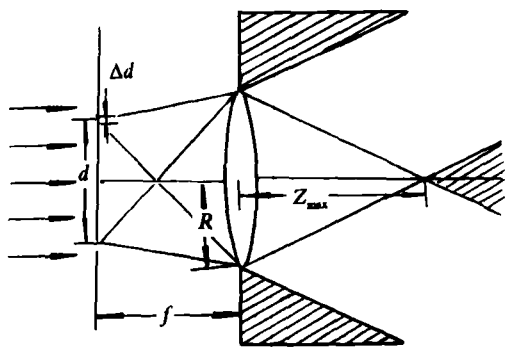


图2 生成 J_0 光束的实验装置

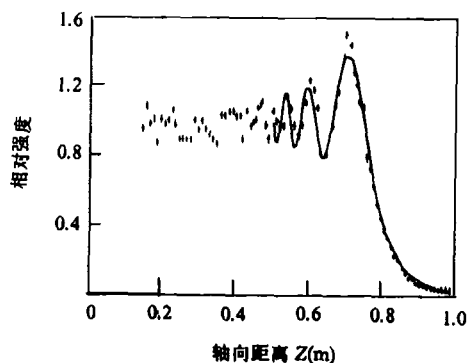


图3 J_0 光束轴向强度分布的理论曲线
(实线)与实验测量数据(点)

孔径下沿 z 轴传播时,所出现的阴影区(shadow zone)离透镜的距离为 $Z_{\max} = R/\tan\phi \approx 2\pi R/\lambda\alpha$,中心光斑半径近似为 $2.405\alpha^{-1}$,应用上述参数, $Z_{\max} = 85\text{cm}$.图3给出理论计算的

J_0 光束轴向强度分布曲线(实线)与实验测量数据(点),两者符合得很好.

2.2 应用旋转棱镜(轴向镜, axicon)生成零阶贝塞耳光束^[3]

Durnin 等人的实验装置系统只是演示性的,因为其能量利用效率太低,入射光能量的绝大部分被窄环光阑挡住而丢失了.1991年 Herman 等人提出采用旋转棱镜(conical lens or axicon)来生成无衍射贝塞耳光束,图4表示入射光波经过旋转棱镜后生成无衍射贝塞耳光束的光路图.图中 R 为入射光束横截面的半径, ϕ 是旋转棱镜的棱角, $\theta = (n-1)\phi$ 为出射光束与光轴的夹角, n 为旋转棱镜材料的折射率, L_{\max} 为无衍射光束的最远传播距离.

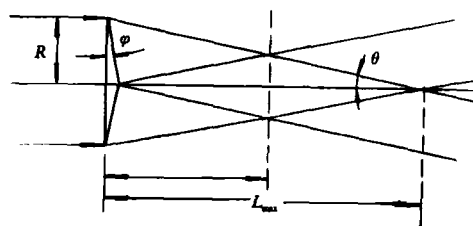


图4 旋转棱镜(Axicon)生成无衍射贝塞耳光束的光路图

由几何光学的折射定理可知,平面光波入射到旋转棱镜上时,出射光波的所有波矢正好旋转对称地分布在一个圆锥的表面上,并且所有波矢都聚合在圆锥的顶点,这正是形成 J_0 光束所必需的条件,经过简单计算,有 $L_{\max} = R/\tan\theta \approx R/(n-1)\phi$,生成的 J_0 光束的中心光斑参数为 $\alpha = R\sin\theta \approx \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\phi$,显而易见,这种方法生成的无衍射光束具有较高的转换效率.

2.3 应用计算机产生的全息图生成一般的无衍射光束^[4]

1989年芬兰的 Helsinki 技术大学的 Vasara 等人提出,采用一台激光器和一片计算机产生的全息图,能够近似地生成横向局域的一般的无衍射光场.他们进行了理论推导,并提出设计、实现编码和加工所需要的全息图的方

法, 实验上采用二元振幅和相位四等级量化的全息图, 演示了可生成任意阶的贝塞耳光束和旋转不对称光束.

如果要生成(1)式的具有角谱分布为 $A(\phi_1)$ 的一般无衍射光束, 可采用单位振幅的均匀平面波照射一张薄的圆状有限孔径(半径为 D) 的全息图, 这个全息图是特殊制作的, 它具有特定的复振幅透射函数

$$t(\rho_1, \phi_1) = \begin{cases} A(\phi_1)e^{-i2\pi\rho_1/\rho_0}, & \rho_1 \leq D \\ 0, & \rho_1 > D, \end{cases} \quad (5)$$

这里 (ρ_1, ϕ_1) 是 $z = 0$ 平面上的极坐标, ρ_0 是一常数, $A(\phi_1)$ 就是(1)式中复值角谱函数, $t(\rho_1, \phi_1)$ 的数值大小限于 0 和 1 之间. 容易看到(5)式中引进线性变化的相位因子 $e^{-i2\pi\rho_1/\rho_0}$ 的目的, 是为了产生一个锥状光波, 这是产生零阶贝塞耳光束所确定的特征. 如果 $A(\phi_1) = 1$, 这样的 $t(\rho_1, \phi_1)$ 精确地等价于一个薄的线性旋转棱镜(axicon)的复振幅透射函数. 应用圆柱坐标下的 Fresnel 衍射积分公式, 计算均匀平面波入射到全息图后沿 z 轴方向光场的传播和分布, 应用稳相原理(principle of stationary phase), 可近似地估计包含快速振荡的被积函数的 Fresnel 积分, 最后得到

$$I(x, y, z) \propto z \left| \int_0^{2\pi} A(\phi_1) \cdot e^{-i2\pi k(x \cos\phi_1 + y \sin\phi_1)/\gamma} d\phi_1 \right|^2 = zI(x, y, z = 0), \quad (6)$$

其中 $2\pi k/\gamma = 2\pi/\rho_0 = \alpha$. 除了 z 因子外, 在传播过程中, 光场的横向强度分布保持不变. 因此, 这个方法提供了生成一般无衍射光束的有效途径. 有限的孔径使得无衍射光束传播的最大距离为 $z_{\max} = \gamma D/2\pi = \rho_0 D/\lambda = L_{\max}$. 图 5 表示直接数值计算 Fresnel 积分所得到的在有限孔径下采用全息图生成近似基模贝塞耳光束的归一化轴向强度随传播距离的变化关系, $D = 10\text{mm}$, $\rho_0 = 1\text{mm}$, $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$, 无衍射传播距离为 $L_{\max} = 15.8\text{m}$.

如果取 $A(\phi_1) = e^{im\phi_1}$, m 为整数, 则产生 m 阶贝塞耳光束, 横向强度分布正比于

$J_m^2(\alpha\rho)$. 在实用上, J_1 光束和 J_0 光束特别有用, 尤其是适用于精密准直. 这是由于 J_1 光束中心暗斑的尺寸特别小, 比基模贝塞耳 J_0 光束的中心亮斑的尺寸还稍小些.

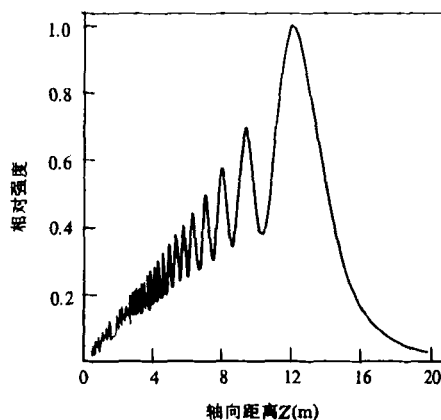


图 5 理论计算的 J_0 光束的归一化轴向强度分布

实际上制作具有(5)式透射函数 $t(\rho_1, \phi_1)$ 的全息图的可能方法之一是采用 Burch 建议的载频方法^[5]. 令 $A(\phi_1) = a(\phi_1)e^{i\psi(\phi_1)}$, 于是 $t(\rho_1, \phi_1)$ 被记录成灰度色调板(gray-tone), 透射系数为

$$T(\rho_1, \phi_1) = \frac{1}{2} \{1 + a(\phi_1) \cos[\Psi(\rho_1, \phi_1)]\}, \quad (7)$$

其中

$$\Psi(\rho_1, \phi_1) = 2\nu\rho_1 \sin\phi_1 + \psi(\phi_1) - 2\pi\rho_1/\rho_0. \quad (8)$$

这里 ν 代表(在 y 方向)载频, 它将使全息图生成的不同衍射级分离开. 在这种方式下, 振幅 $a(\phi_1)$ 和相位 $\psi(\phi_1)$ 记录成一个余弦型光栅的可见度(visibility)变化和位置畸变. 另一方法是制作 Burch 全息图, 技术相对难些, 不过采用简单的二元振幅编码全息图时, $A(\phi_1)$ 的相位信息仍然储存在干涉条纹的位置上, 但是现在其振幅信息记录在条纹的宽度上, 而不是可见度上. 用来生成高阶无衍射贝塞耳光束的全息图的二元振幅编码(binary-amplitude-coded)透射函数示于图 6(a)~(f)中.

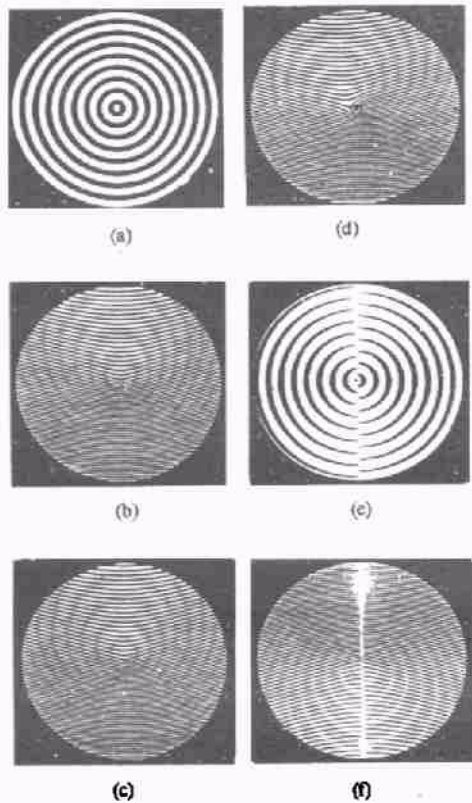


图6 产生无衍射高阶贝塞耳光束的全息图的二元振幅编码的透射函数

- (a) 为产生 $J_0(a\rho)$ 光束的共轴全息图 (on-axis hologram);
 (b) 产生 $J_0(a\rho)$ 光束的高轴全息图 (off-axis hologram);
 (c) 产生 $J_1(a\rho)$ 光束的高轴全息图;
 (d) 产生 $J_0(a\rho)$ 光束的高轴全息图;
 (e) 产生 $J_1(a\rho) \cos\phi$ 光束的共轴全息图;
 (f) 产生 $J_1(a\rho) \cos\phi$ 光束的高轴全息图

当然还有其他方案来生成无衍射光束,例如, Cox 等人^[6]应用空间滤波的 Fabry-Perot 共振腔中生成无衍射光束;应用投影限制集的扩展形式 (extended version of projections-onto-constraint-sets, EPOCS) 算法来设计衍射光学元件,以控制波前传播产生无衍射光束阵列^[7,8].

3 结束语

应当指出,无衍射贝塞耳光束的中心光斑具有极小尺寸,约为波长数量级,但是这一点并不违反海森伯的测不准原理 $\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar/2$,

或者衍射定律的,这是因为基模贝塞耳光束的横向强度分布为 $J_0^2(a\rho)$,当 ρ 很大时,横向强度以 $1/\rho$ 衰减,因此光束的均方根半径 Δx 为无限大.

自 1987 年 Durnin 提出无衍射光束的概念之后,在光学界引起了一场争论.有人认为 Durnin 所谓的无衍射光束是严格的自由空间中波动方程的解,在无限大的空间传播时,它才存在,其横向光场分布才不依赖于传播距离.但是 Durnin 的无衍射光束在其横向上的光场能量不是平方可积的,需要无限大的能量才能产生这类光束,一旦光学系统的孔径有限时,同样会有衍射效应,使贝塞耳光束只能传播到有限距离就衰减掉了.人们认为 Durnin 的无衍射光束是有名无实的,然而,仔细的数值计算和实验表明,在有限的孔径下,贝塞耳光束仍然可以传播到相当远的距离,保持其理想无衍射光束的主要特征,所生成的无衍射光束在高精度准直和精密测量等领域有着广泛的应用前景,随着衍射光学元件的设计和制作加工技术的进步,能够生成高能量和高转换效率的无衍射光束,使得无衍射光束的研究方兴未艾,成为光学方面活跃的领域之一,期望有新的长足进步.当然,还存在着许多悬而未决的问题,例如,在有限孔径下(相当于有源情形下)或者任意的光学系统中,如何找到真正的理想的无衍射光束的解,以及如何高质量地生成它们,是光学物理学家面临着的一项重要挑战.

参考文献

- [1] J. Durnin, *J. Opt. Soc. Am. A*, 4(1987), 651.
 [2] J. Durnin, J. J. Miceli, Jr. and J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.*, 58(1987), 1499.
 [3] R. M. Herrman and T. A. Wiggins, *J. Opt. Soc. Am. A*, 8(1991), 932.
 [4] A. Vasara, J. Turunen and A. T. Friberg, *J. Opt. Soc. Am. A*, 6(1989), 1748.
 [5] W. H. Lee, *Progress in Optics* XVI, E. Wolf, ed., North-Holland, Amsterdam, (1978).
 [6] A. J. Cox and D. C. Dibble, *J. Opt. Soc. Am. A*, 9(1992), 282.
 [7] J. Rosen, *Opt. Lett.*, 19(1994), 369.
 [8] R. Piestun and J. Shamir, *Opt. Lett.*, 19(1994), 771.