

多重分形谱及其在材料研究中的应用*

王晓平 吴自勤

(中国科学技术大学天文与应用物理系 合肥 230026)

摘要 详细讨论了多重分形谱中各参量的物理意义,指出了随机多重分形谱中出现异常区的原因,提出了一种舍去少量异常小的分布概率的方法,局部消除了异常区,最后介绍了一些多重分形谱在材料研究中的应用.

关键词 多重分形,分形,材料研究,应用

MULTIFRACTAL SPECTRA AND THEIR APPLICATIONS IN MATERIALS RESEARCH

Wang Xiaoping Wu Ziqin

(Astronomy and Applied Physics Department, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

Abstract The meaning of each parameter of multifractal spectra is discussed in detail. The reason for the appearance of the anomalous segment in stochastic multifractals is indicated. A method in which anomalous small probabilities are neglected to partially eliminate such segments is proposed. Various applications of multifractals in materials research are presented.

Key words multifractal, fractal, materials research, application

分形在材料科学研究中,特别是在薄膜研究和断口研究中已得到广泛的应用^[1-3].分形给出的分数维虽然可用来定量描述材料中出现的复杂的自相似图形,但一个简单的分数维常常不足以描写自相似图形的丰富内涵,例如,它难以区分许多分形结构分布的不均匀程度,因此需要引入多重分形,即以分数维的谱对复杂的图形结构进行定量的描述^[4].为了说明多重分形谱,我们先介绍多重分形谱的基本概念,再介绍其在材料研究中的一些应用.多重分形谱的计算并不复杂,而多重分形谱所定量描述的内容比单一的分数维要丰富得多,可以在材料研究中进一步推广.在实际问题中,多重分形主要用来描述物理量不均匀的随机的概率分布,在应用中会遇到概率分布不断减小时分形谱出现异常的问题.在本文中介绍这种异常谱出现的原因和局部消除它的措施.

1 规则多重分形

图1(a)和(b)是两种一维的规则多重分形.图1(a)是一种质量分布不均匀的Cantor集,每操作一次原有线段除了中间一段 $1/3$ 舍去之外,余下两段的质量(或其他物理量)分布概率分别为 0.6 (较粗的线段)和 0.4 (较细的线段),且总质量保持不变(而简单的常规Cantor集则每操作一次,余下线段的质量分布都是均匀的).这样操作下去,得到不同尺寸下(0)无数个分布概率组成的集,如表1所示,其中 P 为分布概率的值, N 为具有相同分布概率的元素的数目.

这些不同尺寸下的概率数据集可以按

* 1998-09-14收到初稿,1998-11-09修回

表1 两种一维的多重分形 Cantor 集/表示到 $1/3^4$ 时, $1/3^k (k > 4)$ 的数据很容易推算出来/

| | $D_0 = 0.63$ 的 Cantor 集 | $D_0 = 1.0$ 的 Cantor 集 |
|-----------|---|--|
| $= 1$ | $P: 1.0$ $N: 1$ | $P: 1.0$ $N: 1$ |
| $= 1/3$ | $P: 0.6 \quad 0.4$ $N: 1 \quad 1$ | $P: 0.6 \quad 0.2$ $N: 1 \quad 2$ |
| $= 1/3^2$ | $P: 0.6^2 \quad 0.6 \times 0.4$ $\quad 0.4^2$ $N: 1 \quad 2 \quad 1$ | $P: 0.6^2 \quad 0.6 \times 0.2$ $\quad 0.2^2$ $N: 1 \quad 4 \quad 4$ |
| $= 1/3^3$ | $P: 0.6^3 \quad 0.6^2 \times 0.4$ $\quad 0.6 \times 0.4^2 \quad 0.4^3$ $N: 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1$ | $P: 0.6^3 \quad 0.6^2 \times 0.2$ $\quad 0.6 \times 0.2^2 \quad 0.2^3$ $N: 1 \quad 6 \quad 12 \quad 8$ |
| $= 1/3^4$ | $P: 0.6^4 \quad 0.6^3 \times 0.4$ $\quad 0.6^2 \times 0.4^2 \quad 0.6 \times$ $\quad 0.4^3 \quad 0.4^4$ $N: 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$ | $P: 0.6^4 \quad 0.6^3 \times 0.2$ $\quad 0.6^2 \times 0.2^2 \quad 0.6 \times$ $\quad 0.2^3 \quad 0.2^4$ $N: 1 \quad 8 \quad 24 \quad 32 \quad 16$ |

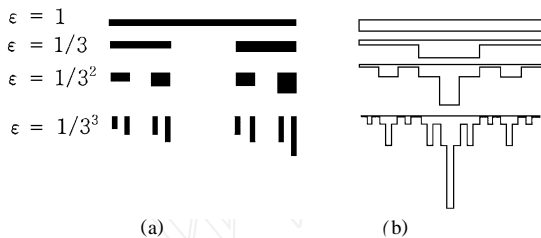


图1 两种一维的多重分形 Cantor 集
(黑色 $D_0 = 0.63$, 白色 $D_0 = 1.0$)

$P(\epsilon)$ 的大小组成许多子集, 如 $D_0 = 0.63$ 的 Cantor 集(图1中黑色的集)中 $P(\epsilon)$ 最大的子集为 $P(\epsilon) = 0.6^k (\epsilon = 1/3^k)$, 最小的子集为 $P(\epsilon) = 0.4^k (\epsilon = 1/3^k)$; $D_0 = 1.0$ 的 Cantor 集(图1中白色的集)中 $P(\epsilon)$ 最大的子集为 $P(\epsilon) = 0.6^k (\epsilon = 1/3^k)$, 最小的子集为 $P(\epsilon) = 0.2^k (\epsilon = 1/3^k)$. 可以很容易地令 $P(\epsilon) = \epsilon^f$, 从 $\ln P(\epsilon)/\ln(\epsilon)$ 中求出最大和最小 $P(\epsilon)$ 子集的奇异指数 f . 如对 $D_0 = 0.63$ 的 Cantor 集, 从 $0.6^k = 3^{-k}$, 得到 f 的极小值 $f_{\min} = -\ln 0.6/\ln 3 = 0.46$, 这个 $P(\epsilon)$ 最大的子集的最小; 从 $0.4^k = 3^{-k}$, 得到 $f_{\max} = -\ln 0.4/\ln 3 = 0.83$, 这个 $P(\epsilon)$ 最小的子集的最大. 对 $D_0 = 1.0$ 的 Cantor 集, 则有 $f_{\min} = -\ln 0.6/\ln 3 = 0.46$, $f_{\max} = -\ln 0.2/\ln 3 = 1.46$.

从表1中再各举一个中等大小的 $P(\epsilon)$ 的子集: $\epsilon = 1/9^k (k$ 每增大1, ϵ 减为原值的 $1/9$) 时, $P(\epsilon) = (0.6 \times 0.4)^k (k = 1, 2, 3, \dots, D_0 =$

$0.631)$, 或 $\epsilon = 1/9^k, P(\epsilon) = (0.6 \times 0.2)^k (k = 1, 2, 3, \dots, D_0 = 1.0)$, 得到的 f 分别是
 $f = -\ln(0.6 \times 0.4)/\ln 9 = 0.65 (D_0 = 0.631)$,
 $f = -\ln(0.6 \times 0.2)/\ln 9 = 0.96 (D_0 = 1.0)$,
 即 f 值处于 f_{\min} 和 f_{\max} 之间. 由此可见, 概率随尺寸减小的 $P(\epsilon)$ 子集可表示为

$$P(\epsilon) \sim \epsilon^f, \quad (1)$$

而 f 是标志 $P(\epsilon)$ 子集大小的重要参数或奇异指数. 原则上多重分形集有无限多个 $P(\epsilon)$ 子集, 而且每一 $P(\epsilon)$ 子集含无限多个数据 ($\epsilon \rightarrow 0$), 各子集的 f 形成实际上连续的分布. 由此可见, $f = f_{\max} - f_{\min} = 0.37 (D_0 = 0.631)$ 时) 描述最大和最小 $P(\epsilon)$ 子集之间的差别. 如果将 $D_0 = 0.631$ 的 Cantor 集的概率分布生成元由 $(0.6, 0, 0.4)$ 改为 $(0.7, 0, 0.3)$, 则 $f_{\max} = 1.10, f_{\min} = 0.32, f = 0.78$, 即最大和最小 $P(\epsilon)$ 的差别更大, 由此可见, f 表示 $P(\epsilon)$ 分布的不均匀程度. 同样地可以对 $D_0 = 1.0$ 的 Cantor 集的 f 进行类似的分析.

从多重分形集的上述数据中还可以看出, 随着 ϵ 的减小, 各个 $P(\epsilon)$ 的元素数 $N(\epsilon)$ 的数目一般不断增加, 由此可得出

$$N(\epsilon) \sim \epsilon^{-f(\epsilon)} \quad (2)$$

对 $D_0 = 0.631$ 的集, 因为最大和最小 $P(\epsilon)$ 子集的 $N(\epsilon)$ 始终为 1 (表1), 所以 $f(f_{\max}) = f(f_{\min}) = 0$. 对中间的 $f = 0.65$ 的子集, 可以从 $\ln N(\epsilon) - \ln \epsilon$ 曲线在 $\epsilon \rightarrow 0$ (至少在远小于 1 时) 的斜率得出 $f(\epsilon) = 0.63$. 对 $D_0 = 1.0$ 的集, f_{\min} 的子集 $N(\epsilon)$ 始终为 1, 故 $f(f_{\min}) = 0$; 但 f_{\max} 的子集的元素数目一倍一倍地增大, 即 $N(\epsilon) = 2^k (\epsilon = 1/3^k)$, 因此, $f(f_{\max}) = \ln 2/\ln 3 = 0.63$. 由此可见, $f(\epsilon)$ 表示各 $P(\epsilon)$ 子集中元素数目随 ϵ 减小而增大的速度.

图2中 a, b 曲线是用解析方法推导出的 $D_0 = 0.631$ 和 $D_0 = 1.0$ 的 Cantor 集的 $f(\epsilon)$ - ϵ 谱. 其中 a 为钟状曲线, 两头的 $f(\epsilon)$ 均降到 0; b 为向右的钩状曲线, 左侧一头的 $f(\epsilon)$ 降到 0, 右侧一头只降到 0.63 (因为 $P(\epsilon)$ 最小的子集中, $N(\epsilon)$ 随 ϵ 的减小而一倍倍地增加).

它们都具有中间大、两头小的特点. $D_0 = 0.631$ 的 Cantor 集的生成元由 $(0.6, 0, 0.4)$ 改为 $(0.7, 0, 0.3)$ 时, 图 2 中的钟型曲线 a 将变宽为曲线 a' (由原来的 0.37 增大到 0.78). 对 $D_0 = 1.0$ 的集可以将生成元从 $(0.2, 0.6, 0.2)$ 改为 $(0.4, 0.2, 0.4)$, 此时概率 $P(\alpha)$ 最小的子集的 $N(\alpha)$ 始终为 1, 概率 $P(\alpha)$ 最大的子集随 α 的减小而一倍倍地增加 [$f(\alpha_{\min}) = 0.63$], 得到的是向左的钩状曲线 (图 2 中 b 曲线). 由于 $(0.4, 0.2, 0.4)$ 生成元引起的概率分布比 $(0.2, 0.6, 0.2)$ 更均匀一些, 钩状曲线 b 的宽度显著减小. 由此可见, 典型的多重分形谱既可以是钟状, 也可以是钩状. 一维时, $f(\alpha)$ 的最大值可以小于 1 (a 曲线) 或等于 1 (b, b' 曲线), 前者的 $P(\alpha)$ 分布在间断的区间 (图 1 的黑色集), 而后者的 $P(\alpha)$ 分布在所有区间 (图 1 的白色集). 以上分析可以推广到二维的概率集和三维的概率集. 相应的 $f(\alpha)$ 的最大值可以分别为 2 和 3.

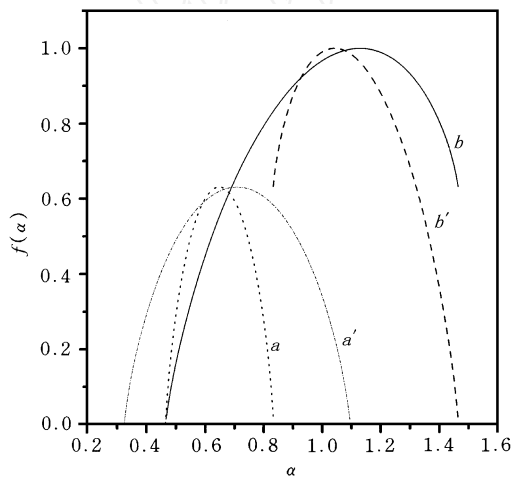


图 2 Cantor 集的多重分形谱

$D_0 = 0.631$ 的多重分形的生成元的两个概率相等 (均为 0.5) 时, 多重分形转化为普通的简单的 Cantor 集, 多重分形谱转化为 $f(\alpha) = 0.63, f(\alpha) = 0.63$ 的一个点 (根据公式 1 和 2). 相应地, $D_0 = 1.0$ 的多重分形在生成元的 3 个概率相同时转化为平庸的直线段, 如仍用 $f(\alpha) - \alpha$ 表示, 则分形谱转化为 $(1, 1)$ 一个点.

2 随机多重分形

图 3 是 Au/a - Ge (非晶锗) 双层膜在 100 °C 退火 70min 后的晶化分形图. 利用盒计数法^[1,5], 很容易得到其分维数为 1.69. 计算的方法是用尺寸为 ϵ 的方格 (取 $\epsilon = 1$ 时的方格尺寸等于图 1 的全部面积) 去覆盖, 方格内有分形晶化“花”的像素的格子为黑, 否则为白, 计算黑方格的数目 $N(\epsilon)$. 改变 ϵ 的尺寸, 同样计算出对应于各个 ϵ 的黑方格个数 $N(\epsilon)$, 显然, ϵ 愈小, $N(\epsilon)$ 愈大. 由 $\log N(\epsilon) - \log \epsilon$ 的斜率的负值就得到简单分维数 D_0 .

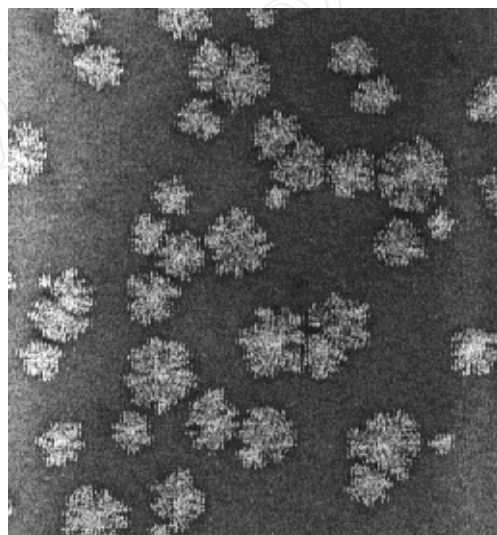


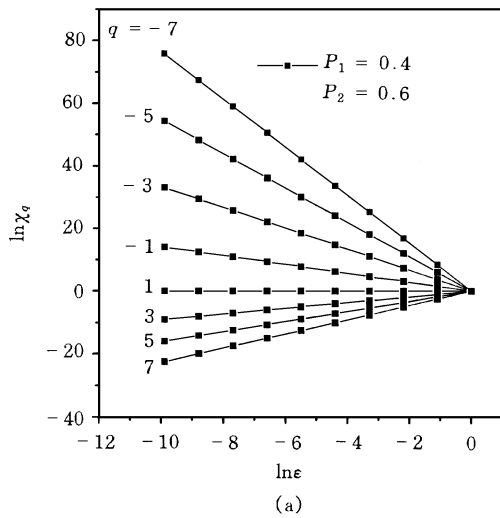
图 3 Au/a - Ge 双层膜在 100 °C 退火 70min 后的 TEM 结果

用这种盒计数方法还可以方便地得到多重分形谱. 如对图 3 的花状分形图形, 可以得到一个概率分布集, 即以 ϵ 大小的方格覆盖图形, 计算每一方格中的“花”的像素数 (n_{ij}), 除以全部“花”的总像素数 ($\sum n_{ij}$), 就可以得到方格中的属于“花”的概率 P_{ij} , 即 $P_{ij} = n_{ij} / \sum n_{ij}$, 显然在随机图形中得不到它的解析表达式, 获得多重分形谱的方法需求助于统计物理的有关公式. 定义配分函数 $q(\epsilon)$ 为

$$q(\epsilon) = \sum P_{ij}^q(\epsilon) = \sum (n_{ij} / \sum n_{ij})^q, \quad (3)$$

即将它定义为概率 P_{ij} 的 q 次方之和, q 可以从物理

到 + ,但实际上可以看到 $|q|$ 达到 10 后,再大的 $|q|$ 对分形谱已无甚影响(一维情况下, P_{ij} 转化为 P_i , 可以用于描述多重分形 Cantor 集), q 被称作权重因子,不同的 q 表示不同的 P_{ij} 在配分函数中具有的重要作用. 当 q 正得甚大时,配分函数中最大的 $P(\)$ 起决定作用; 当 q 负得显著时,最小的 $P(\)$ 起决定作用. 当 $q=0$ 时,所有的 P_{ij} 对 q 的贡献都是 1, 即不论 P_{ij} 大小都起同等作用(相当于简单分维数的盒计数法中,将有像素的盒子一律视为黑盒子). 配分函数一般可以是 的幂函数[如(3)式所示], 式中的幂 q 被称作质量指数, 如图 4 的



$\ln_q - \ln$ 曲线族所示, 它们的斜率是 q 的函数. 图 4(a) 是规则分形的曲线族, 它在全部范围内均保持为直线, 而对应图 3 的随机分形的 $\ln_q - \ln$ 曲线[图 4(b) 中实线], 在 $q = -1$ 时基本上保持为直线, 而 $q < -1$ 的曲线基本上分为两段, 大的区域(I 区)斜率绝对值大, 小的区域(II 区)斜率绝对值小(在下一节中我们将探讨这种现象出现的原因). 可以定义广义分形维数^[5]

$$D_q = [1/(q-1)] \ln \chi_q / \ln (\) \quad (0)$$

$$= [1/(q-1)] \ln (\) \quad (4)$$

当 $q=0$ 时, 得到的 D_0 等于简单分维数.

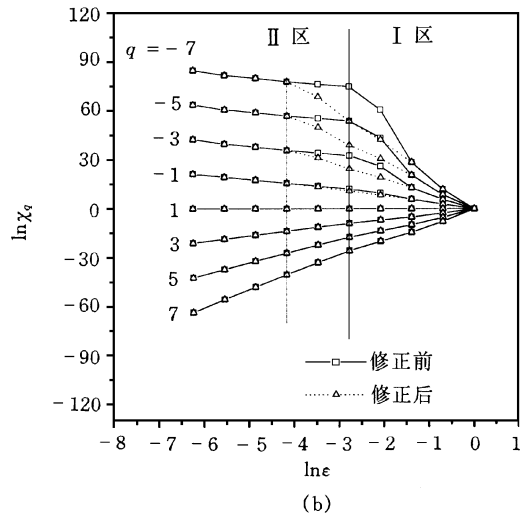


图 4 多重分形的 $\ln_q - \ln$ 曲线
(a) 规则分形; (b) 随机分形

统计物理告诉我们: $q - q$ 经勒让德变换可以得到

$$= d \ln \chi_q / d q, \quad (5)$$

$$f(\) = q - q. \quad (6)$$

由此可得到随机分形图形的分形谱 $f(\) -$.

根据图 4(b) II 区的斜率得到分形谱 $f(\)$ 是典型的钟状曲线. 根据图 4(b) I 区的斜率得到不符合“中间大, 两头小”的异常曲线. 对出现异常情况表现的解释是: 在负 q 区[小 $P(\)$ 起主要作用的区域], $P(\) \sim$ 标度关系不再成立. 进一步的分析认为, 在 $q < -1$ 时出现了相变^[6-8].

3 局部消除随机多重分形谱异常部分的方法

对随机多重分形中实际的 P_{ij} 数据分析后得出, 异常分形谱曲线的出现和小概率 P_{ij} 呈现异常的涨落有关. 从规则分形的 $P(\)$ 可以看出, 最小的 $P(\)$ 随 ϵ 的下降成幂函数均衡地减小, 图 4(a) 的 $\ln_q - \ln$ 曲线族中未出现分区现象; 而随机分形中由于图像处理过程中可能出现像素很少的图形碎片, 所以随 ϵ 的下降可以出现 $P(\)$ 的过快减小[例如图 4(b) 中 $q = -1/8$, 即 $\ln \epsilon = -2.08$ 时, 最小概率 $P(\)$ 仅包含

很少的几个像素 J , 从而引起 q 在一定范围内异常增加. 随 q 的继续下降, 只含一个像素的 $P(q)$ 增多, 因为像素不能按理论要求无限地细分下去, 即最小的 $P_{ij}(q) = n_{ij}/n$ 中的分子始终为 1, 分母中的总像素也始终不变, 此时最小 $P_{ij}(q)$ 不随 q 的减小而继续减小, 于是对应的 q 值的下降速度开始异常地减缓. 最小的 $P(q)$ 的个数随 q 的减小可以增大, 但在 q 中的影响较小, 导致 $-q$ 部分的 q 值偏小. 上述两种情形 [$P(q)$ 降低过快和过慢] 将产生 $\ln q - \ln P(q)$ 中增长异常快而范围过窄的区和增长异常慢的区, 引起了 $f(\alpha)$ 的异常部分.

局部解决异常部分的一个办法是, 忽略一部分很小的 $P(q)$, 认为它们是实际图形中引起的误差. 操作时可按较大的几个 q 值外推一小 q 期望的 $P(q)$ 曲线, 当实验中 $P(q)$ 比期望值小很多时, 可将此 $P(q)$ 忽略. 一般忽略的 $P(q)$ 包括的像素总数应小于分形图形总像素的 2%, 保证修正后的图形不会失真.

经这样处理之后, $\ln q - \ln P(q)$ 满足标度率的部分 (区) 显著延长并且斜率的绝对值下降. 比较图 4(b) 中虚线 (修正后) 和实线 (修正前) 后可以看到: $\ln q - \ln P(q)$ 曲线族中偏高的点降低了, 从而使满足标度规律的区明显拓宽, 相应的多重分形谱也能更加准确地描述分形图形的分布特征.

除上述方法外, 还可以对图形进行多次测量, 例如在 TEM 照片上先选一个区域进行分布概率的计算, 再在略微偏离前一区域的位置选几个相同大小的区域进行分布概率的计算, 最后对这些分布概率进行统计平均.

尽管上述方法有效地提高了多重分形谱描述随机分形图形分布的精度, 但由于实验所获得的图形枝叉都有一定的宽度, 所以当尺寸为 l 的方格大小和枝叉宽度相当时, 将导致对分形图形不能进一步“细化” (理论上分形可以无限细化), 即 l 再减小时, 最小 $P(q)$ 将保持不变, 即 $P(q) = 1/n_{ij}$, 造成 $P(q) \sim l^{-q}$ 标度关系失效, 不可避免地产生多重分形谱中缩小的异常区域. 因此上述方法只能局部消除多

重分形谱中的异常部分.

4 多重分形在材料研究中的应用

4.1 薄膜中晶化区的分布

多重分形谱可以较好地描述非晶态薄膜中分形晶化区的随机分布. 常用的方法是在材料分形晶化过程中用 TEM 或电视成像系统记录不同时间分形晶化薄膜的形貌, 然后对这些记录的图形进行多重分形处理. 我们用 TEM 记录了 a-Ge/Au 双层膜在 100 °C 退火 60min 和 70 min, 120 °C 退火 40min 的分形图形 (图 3 是 100 °C 退火 70min 的照片), 并得到了相应的多重分形谱, 如图 5 所示. 多重分形谱的结果表明, 退火温度越高, 退火时间越长, 分形谱越窄, 说明晶化区的分布越均匀^[9]. 黄立基等还用多重分形谱方法描述了薄膜中磁性集团的聚合特征^[10].

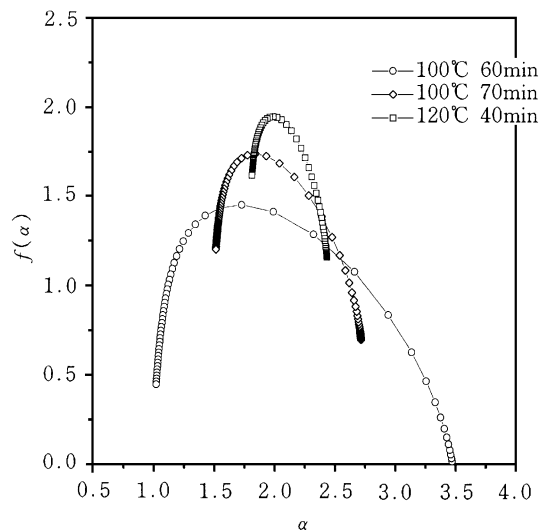


图 5 Au/a-Ge 双层膜在不同条件热处理后分形晶化区分布的多重分形谱

4.2 局域晶体生长速度的分布

晶体分形生长是常见的现象, 多重分形可以用来描述晶体生长中各个位置生长速率的分布. 例如: Ohta 和 Honjo 研究了 NH_4Cl 的分形生长过程^[11]. 他们每隔 5—10s 就记录下晶体的分形生长图形, 并采用多重分形中的广义维度和分形谱作为参数来表征分形生长概率. 结

物理

果表明,这种方法和生长面积、垂直生长速率及拉普拉斯方程等描述生长概率的方法是一致的,说明多重分形谱方法也可确定晶体分形生长的动力学过程.

4.3 电子在固体中的散射

李华等用多重分形谱方法描述了二次电子在固体表面出射点的分布,结果显示二次电子分布满足多重分形特征^[8]. 系统研究表明:对相同的材料,随入射电子能量的增加, μ_{\min} 减小, μ_{\max} 增加;对相同的入射电子能量,随材料原子序数的减小, μ_{\min} 增加. 因为 μ_{\min} 对应二次电子出射中心区域的概率(概率大);而 μ_{\max} 对应出射边缘区域的概率(概率小),所以随入射电子能量的增加和材料原子序数的减小,二次电子出射点的分布更加分散. 此外他们还用多重分形谱描述了二次电子在材料体内的空间分布^[8].

4.4 沉积模型

固体表面上的固体生长模型(SOS)可广泛地用来描述晶体薄膜的生长. 王兵等采用多重分形谱方法研究了在SOS生长过程中生长表面的粗糙度的变化^[12]. 结果表明,多重分形谱的谱宽和谱高 $f(\mu)$ 随薄膜厚度 h 的增加而减小,并且 $f(\mu)$ 与 h 在较宽的

范围内满足 $f(\mu) \sim h^{-1}$ 和 $f(\mu) \sim h^{-2}$ 的关系,其中 $\mu_1 = -0.92$, $\mu_2 = -0.87$. 用简单分形维数表征薄膜生长模型时,可以使用几个不同的定义,得到的分维有相当大的差别,从而在应用时使人感到困惑^[13].

参 考 文 献

- [1] 吴自勤. 物理, 1992, 21: 550—555
- [2] 丁菊仁, 柳百新. 物理, 1990, 19: 81—82
- [3] 龙期易, 龙期威, 穆在勤. 物理, 1994, 23: 158—164
- [4] Halsey T C *et al.* Phys. Rev. A, 1986, 33: 1141—1151
- [5] 王坚. 物理, 1992, 21: 747—751
- [6] Lee J, Stanley H E. Phys. Rev. Lett., 1988, 61: 2945—2948
- [7] Blumenfeld R, Aharony A. Phys. Rev. Lett., 1989, 62: 2977—2980
- [8] Li Hua, Ding Zejun, Wu Ziqin. Phys. Rev. B, 1995, 51: 13554—13559; 1996, 53: 16631—16636
- [9] 王晓平, 陈志文, 张庶元等. 电子显微学报(待发表)
- [10] Huang L J, Liu B X, DING J R *et al.* Phys. Rev. B, 1989, 40: 858—861
- [11] Ohta S, Honjo H. Phys. Rev. Lett., 1988, 60: 611—614
- [12] Wang Bing, Wang Yan, Wu Ziqin. Solid State Commun., 1995, 96: 69—72
- [13] Nakamura M. Phys. Rev. B, 1989, 40: 2549—2554, 3358—3359; 1990, 41: 12268—12269

超短脉冲超强激光等离子体中新的能量吸收机制*

曹 莉 华

常 铁 强

(国防科技大学应用物理系 长沙 410073)

(北京应用物理与计算数学研究所 北京 100088)

常文蔚 岳宗五

(国防科技大学应用物理系 长沙 410073)

摘 要 介绍了超短脉冲超强激光等离子体中几种新的能量吸收机制. 强激光照射等离子体时, 相对论效应导致电子质量增大, 相对论电子等离子体频率减小, 激光能更深入地进入等离子体产生强烈吸收. 结合二维粒子模拟结果, 着重介绍了真空加热和 $J \times B$ 加热这两种重要的能量吸收机制, 粒子模拟结果清晰地描述了这两种吸收机制.

关键词 激光等离子体相互作用, 超短脉冲超强激光, 真空加热, $J \times B$ 加热, 二维粒子模拟

* 国家 863 惯性约束聚变主题项目; 惯性约束聚变青年科学基金、中国博士后科学基金、国家自然科学基金资助项目
1998 - 10 - 16 收到初稿, 1999 - 01 - 04 修回