

## 量子信息讲座续讲

## 第三讲 量子纠缠态\*

周正威 郭光灿

(中国科学技术大学量子通信与计算开放实验室 合肥 230026)

**摘 要** 量子纠缠是量子力学的奇妙特性之一.文章对量子纠缠的历史作了简单回顾,介绍了近年来在纠缠的度量 and 纠缠态的判别及其分类方面的主要进展.

**关键词** 纠缠态,纠缠度,纠缠纯化,束缚纠缠态

## QUANTUM ENTANGLED STATES

ZHOU Zheng Wei GUO Guang Can

(Laboratory of Quantum Communication and Computation and Department of Physics,  
University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

**Abstract** Entanglement is one of the intriguing characteristics of quantum mechanics. We review the history of quantum entangled states and the main advances in the measure of entanglement, the distinguishing of entangled states from separable states and the classification of entangled states.

**Key words** entangled states, entanglement measures, purification of entanglement, bound entangled states

## 1 关于量子纠缠的历史回顾

量子纠缠是存在于多子系量子系统中的一种奇妙现象,即对一个子系统的测量结果无法独立于对其他子系统的测量参数.虽然,近些年来,随着量子信息这一新兴领域的蓬勃发展,量子纠缠逐渐成为人们的热门话题,但它并不是什么新生事物,“纠缠”这一名词的出现可以追溯到量子力学诞生之初.

因为量子力学描述的物理实在具有无法消除的随机性,所以,从它诞生之日起,围绕量子力学的争论就从未间断过.其主要表现为以爱因斯坦为代表的经典物理学家和以玻尔为代表的哥本哈根学派之间的冲突.自从1927年在第五届索尔维会议上爆发了两位科学巨人的第一次论战开始,到爱因斯坦逝世的30年间,爱因斯坦不断地给量子力学挑毛病,其间最著名的事例是在1935年同Podolsky和Rosen一起提出的EPR佯谬.关于EPR佯谬的详细讨论可参阅前面的讲座文章<sup>[1]</sup>,这里不再赘述.爱因斯坦等人在EPR的论文中提出如下一个量子

态<sup>[2]</sup>:

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i/\hbar(x_1 - x_2 + x_0)p] dp, \quad (1)$$

其中  $x_1, x_2$  分别指代2个粒子的坐标.这样一个量子态的基本特征是它不可以写成两个子系统量子态的直积形式:

$$\Psi(x_1, x_2) \neq \psi(x_1)\phi(x_2). \quad (2)$$

薛定谔将这样的量子态称为纠缠态.爱因斯坦等人提出纠缠态的目的意在说明在承认局域性和实在性的前提下,量子力学的描述是不完备的.玻尔虽然对此作出了相应的回答,但据玻尔的助手说,EPR的文章对玻尔的影响是极为重大的.因为玻尔从中看到了在考虑多粒子时量子理论会导致纯粹的量子效应.然而,无论是玻尔还是爱因斯坦,都没有洞悉他们所讨论的纠缠态的全部含义,在经过了数十年的努力之后,这些含义才逐渐地被发掘出来<sup>[3]</sup>.

为了将量子力学纳入经典决定论的框架,从20

\* 2000-06-15收到

世纪 50 年代以来,人们提出了一个又一个的隐变量理论.引进这些隐变量的目的,就是希望将量子力学中不能对某些观测量作出精确预言的事实归结为还不能精确知道的隐变量.而一旦这些隐变量决定后,就可以精确地给出任何可观测量.作为一个有价值的隐变量理论,其结果必须在一定条件下回到量子力学给出的结果,同时又能预言某些新的与量子力学不同的东西,这样才能通过新的实验来检验隐变量理论是否正确.到目前为止,只有决定论的隐变量理论可以做到这一点<sup>[4]</sup>.1964 年,爱尔兰物理学家 Bell 在其发表的一篇文章中提出一个不等式,这就是著名的 Bell 不等式<sup>[5]</sup>.在 Bell 所设计的实验中,局域隐变量理论得到的结果满足 Bell 不等式,而量子力学的预言将超出 Bell 不等式的限制.这样,Bell 的理论将 EPR 同玻尔的争论从哲学范畴提升到可以为物理实验所验证的范畴.1969 年,Cluser, Horne, Shimony 和 Holt 推广了 Bell 不等式<sup>[6]</sup>,得到了更易于为实验验证的 Bell 不等式形式,现称为 CHSH 型的 Bell 不等式.近 30 年来,实验物理学家为检验 Bell 不等式进行了不懈的努力.为物理学界所普遍认同的第一个最具说服力的检验 Bell 不等式的实验是法国的 Aspect 小组在 1982 年做出的<sup>[7]</sup>.他们使用的是  $\text{Ca}^{40}$  原子在级联跃迁过程中辐射出的纠缠光子,实验构思十分精巧.实验结果显示,Bell 不等式被违背,从而推翻了决定论的局域隐变量理论.随着实验技术的进一步发展,对 Bell 不等式的检测越来越接近理想的情况.为此,在 1999 年,Aspect 在著名杂志《Nature》上发表文章,对近几十年的实验进展专门做了回顾<sup>[8]</sup>.奥地利的 Zeilinger 小组以及旅美华人科学家史砚华、区泽宇等人,在 Bell 不等式的实验检测方面都开展了卓有成效的工作<sup>[9]</sup>.

然而,纠缠态的功用决不仅仅在于检验基本理论的完备性.随着量子信息科学的开展,纠缠态才找到了其施展作为的主战场.现在,量子纠缠态可以被用于量子密钥分配、量子浓缩编码、量子隐形传态、量子纠错码、量子计算等领域<sup>[10,11]</sup>.对量子纠缠的深入研究无论是对于量子信息的基本理论还是对将来潜在的实际应用都将产生深远的影响.

那么,什么样的量子态才算是纠缠态呢? 对于一个由  $N$  个子系统构成的复合系统,如果系统的密度矩阵不能写成各个子系统的密度矩阵的直积的线性的形式,则这个复合系统就是纠缠的.即

$$\rho \neq \sum_i p_i \rho^{(1)} \otimes \rho^{(2)} \otimes \dots \otimes \rho^{(N)}, \quad (3)$$

这里  $p_i \geq 0$ , 并且  $\sum_i p_i = 1$ .

## 2 纠缠的度量

当两地分享了一定量的纠缠态的时候,纠缠的所有者们可以通过对纠缠态做局域操作并辅以经典通信的手段来行使量子通信、量子计算的功能,如量子隐形传态、量子密钥分配、量子浓缩编码、量子远程计算<sup>[10,11]</sup>等等,这都是要以消耗两地共享的纠缠态为代价的.所以,在量子信息中,纠缠经常被看作是一个非局域的源.于是,如何对纠缠量化就被提升到一个很重要的地位.我们先来介绍由两子系统构成的复合系统的纠缠量化问题.目前,人们已广泛使用四个 Bell 态<sup>[1]</sup>作为量化两子系统系统纠缠的标准,每个 Bell 态的纠缠度定义为 1,也称为一个 ebit(纠缠比特).所谓纠缠度,就是指所研究的纠缠态携带纠缠的量的多少.纠缠度的提出为不同的纠缠态之间建立了可比关系.

纯态纠缠度的定义是建立在渐进等价性的基础上的.我们对渐进等价性可以作如下理解:比如说我们有纠缠态  $|\psi\rangle$  的  $N$  份拷贝,通过对其进行局域操作并辅以经典通信,我们能产生多少 Bell 单重态呢? 一般情况下,能够产生出的 Bell 单重态的数目与  $N$  的比不是一个常数,但随着  $N$  的增长,这个比值越来越逼近某个确定的数值  $E$ ,当  $N \rightarrow \infty$  时,可达到这个确定的比值.理论证明,当  $N \rightarrow \infty$  时, $N$  份  $|\psi\rangle$  和  $NE$  份 Bell 单重态之间的变换近似为可逆变换<sup>[12,13]</sup>.这样,我们在数学极限意义下定义了态与态之间的等价关系,称为渐进等价性.这里,数值  $E$  就是纯态  $|\psi\rangle$  的纠缠度.采用渐进等价性的理由是:对于未来的量子信息过程,往往要处理同一纠缠态的大量拷贝,如此一来,采用不同纠缠态作为非局域的源,它们之间的变换关系近似为大数行为.另外的一个原因是:近来的理论表明,只有局域么正等价的纠缠态之间才存在基于局域操作和经典通信限制下的可逆变换<sup>[14]</sup>,在一般情况下,纠缠态之间的确定性的可逆变换是无法实现的,我们只能在数学极限意义下寻求等价性关系.

在给出具体的纠缠度定义之前,我们先来谈谈量化纠缠度所遵循的原则.在承认蒸馏纠缠(在下面我们作详细介绍)是一种好的纠缠度定义的前提下,最近波兰科学家 Horodecki 父子将定义纠缠度的假定前提分成三组<sup>[15]</sup>.(1) 明显假定:(a) 非负

性,即  $E(\rho) \geq 0$ ; (b) 当  $\rho$  为非纠缠态,则  $E(\rho) = 0$ ; (c) 4 个 Bell 态的纠缠度为 1. (2) 基本假定: (a) 局域操作下的单调性: 如果仅对纠缠态  $\rho$  的各个子系实施局域的量子操作,以  $p_i$  的概率获得量子态  $\rho_i$ ,则纠缠的期望值不能增长,即  $E(\rho) \geq \sum_i p_i E(\rho_i)$ ,  $\sum_i p_i = 1$ ; (b) 凸性 (信息抛除下的单调性):  $E(\sum_i p_i \rho_i) \leq \sum_i p_i E(\rho_i)$ ,  $\rho = \sum_i p_i \rho_i$ . (3) 渐进性假定: (a) 部分可加性  $E(\rho^{\otimes n}) = nE(\rho)$ ; (b) 连续性: 如果当  $n \rightarrow \infty$  时  $\langle \psi^{\otimes n} | \rho_i | \psi^{\otimes n} \rangle \rightarrow 1$ , 则  $\frac{1}{n} |E(\rho^{\otimes n}) - E(\rho_i)| \rightarrow 0$ , 这里  $\rho_i$  为  $n$  对的联合态. 这三组假定是对目前所认识到的纠缠态规律的一个概括性的总结,带有相当普遍的意义.

目前,对两子系复合系统中纯量子态的纠缠定量化工作已经完成. 对于一个两子系的纯量子态  $|\psi\rangle_{AB}$ , 它的纠缠度等于任一子系统约化密度矩阵的 Von Neumann 熵  $S(\rho_{(A)})$ <sup>[16]</sup>. 子系 (比如说 A) Von Neumann 熵的求法是: 先求出子系约化密度矩阵  $\rho_A = \text{Tr}_B \rho_{AB}$  的所有本征值  $\{p_i\}$ , 则

$$S(\rho_A) = - \sum_i p_i \log_2 p_i. \quad (4)$$

两子系复合系统的一个特征是它可以进行 Schmidt 分解<sup>[17]</sup>. 比如说一个  $m \times n$  维的复合系统,不妨令  $m \leq n$ , 则此系统中的任一纯态  $|\psi\rangle_{AB}$  可以写成:

$$|\psi\rangle_{AB} = \sum_{i=1}^m \sqrt{p_i} |i\rangle_A |i\rangle_B, \quad (5)$$

这里  $\{|i\rangle_A\}$  与  $\{|i\rangle_B\}$  分别为 A 与 B 子系  $m$  维空间中的一组正交基. 由此我们可以看出两个子系统的 Von Neumann 熵是相等的. 注意,也仅有两子系复合系统中的纯态才一定可以展成 Schmidt 分解的形式,对多子系复合系统中的纯态 Schmidt 分解不再必要,于是,单个子系的 Von Neumann 熵也无法完全刻画多子系系统的纠缠.

定量化纠缠的困难在于混和态纠缠度的定义. 由于在混合纠缠态中,量子关联成分和经典关联成分杂糅在了一起. 我们可以把经典关联看作是量子关联的“噪声”,“噪声”过大就会湮没量子关联成分. 比如说某些混和纠缠态是不违背 Bell 不等式的,但我们可以采用某些特殊的方法从中提取出最大纠缠态,而最大纠缠态是违背 Bell 不等式的. 但是研究混和纠缠态是十分必要的. 原因在于,在实际的纠缠态的产生、传送和存储的过程中,我们无法完全避免其与外界环境、各种噪声和耗散因素相互作用,而作用

的结果会使其从一个纯态变为混和态. 但对某些量子信息过程,仅有纯纠缠态才能胜任,比如量子隐形传态. 基于这一思想,美国科学家 Bennett 等人提出了生成纠缠 (formation of entanglement) 和蒸馏纠缠 (distillation of entanglement) 的概念<sup>[18]</sup>. 这虽然仅是对纠缠度的两个形式化的定义,但其物理意义是十分鲜明的. 生成纠缠  $E_F(\rho_{AB})$  定义为: 通过局域操作和经典通信过程,为制备纠缠态  $\rho_{AB}$  所消耗掉 Bell 态的最小数目,即如果制备  $\rho_{AB}$  的  $n$  份拷贝需要  $k$  个 Bell 态,则生成纠缠  $E_F(\rho_{AB}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k_{\min}}{n}$ . 类似地,蒸馏纠缠  $E_D(\rho_{AB})$  定义为: 通过局域操作和经典通信过程,可以从  $\rho_{AB}$  中提取出的 Bell 态的最大数目,即,有  $n$  份  $\rho_{AB}$  的拷贝,可从中提取  $k'$  个 Bell 态,则  $E_D(\rho_{AB}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k'_{\max}}{n}$ . 生成纠缠和蒸馏纠缠的关系是:  $E_F \geq E_D$ , 当所考虑的态为两子系复合系统的纯态时,  $E_F(\rho_{AB}) = E_D(\rho_{AB}) = S(\rho_{(A)})$ , 与纯态情况下的渐进等价性的定义是相吻合的. 通常人们把通过局域操作和经典通信的手段,从部分纠缠态中提取最大纠缠态的过程叫做纠缠纯化<sup>[18]</sup> (purification of entanglement). 如果部分纠缠态为纯态,则称为纠缠浓缩<sup>[12]</sup>. 纠缠纯化所依据的思想是: 在局域操作和经典通信的前提下,纠缠的期望值不能增加. 这一结论隐含了不能通过局域手段从非纠缠态的系综中获得纠缠态,但这并不能排除利用局域操作和经典通信从一个部分纠缠态的系综中挑出一个子系综,使其拥有更大的平均纠缠. 从  $E_D$  的定义可以看出,  $E_D$  的获取依赖于最佳的纠缠纯化方案. 目前,人们尚未能找到通用的最佳纠缠纯化方案. 所以,在绝大多数情况下,仅能给出  $E_D$  的上限. 同样,对生成纠缠的研究也仍在继续, Wootters 给出了  $2 \times 2$  系统纠缠态生成纠缠的解析求法<sup>[19]</sup>, 但如何求解更高维系统量子态的生成纠缠,迄今仍然是一个未解的难题.

以上的两种纠缠度定义虽未给出明确的结果,但它们分别反映了混和态的两个不同的方面. 尤其是蒸馏纠缠,联系着具体的纠缠纯化操作,是一个与量子信息的实际应用紧密相关的物理概念. 在承认蒸馏纠缠是一种好的纠缠度定义的前提下, Horodecki 父子证明了任何一个满足前面所提的三组纠缠假定的纠缠度  $E(\rho)$  必须满足  $E_D(\rho) \leq E(\rho) \leq E_F(\rho)$ <sup>[15]</sup>.

另外的一族很具代表性的纠缠度定义是由

Vedral等人给出的<sup>[16]</sup>.我们设两子系量子系统所有量子态的集合为  $T$  (如图1). 进一步, 我们将  $T$  分成两个不相交的子集: 包含所有非纠缠态的子集  $D$  和所有纠缠态的子集  $E = T - D$ . 集合  $T$  和  $D$  都是凸集. 这意味着任意的  $\rho, \rho' \in T(D) \Rightarrow \lambda\rho + (1 - \lambda)\rho' \in T(D)$ . 密度矩阵  $\sigma$  的纠缠度定义为:

$$E(\sigma) = \min_{\rho \in D} D(\sigma \| \rho), \quad (6)$$

上式中,  $D$  表示两个密度矩阵之间的距离. 这是一个几何意义非常鲜明的定义, 所谓纠缠度, 就是密度矩阵距离非纠缠态集合的最小距离. Vedral 给出了两种距离度量, 一个是 Von Neumann 相对熵  $S(\sigma \| \rho) = -\text{Tr}\{\sigma \log_2 \frac{\sigma}{\rho}\}$ , 另外一种距离量度是 Bures 矩阵  $D_B(\sigma \| \rho) = 2 - 2 \text{Tr}\{\sqrt{\sqrt{\rho}\sigma\sqrt{\rho}}\}^{1/2}$ . 可以证明, 用 Von Neumann 相对熵定义距离的纠缠度, 在纯态情况下与 Von Neumann 熵的纠缠度相等<sup>[20]</sup>. 这种基于距离的纠缠度定义不依赖于具体的物理操作, 反映了纠缠态区别于非纠缠态的本质. 并且, 利用非纠缠态是凸集的性质, 可以发展有效的数值搜寻方法来求解距离的极小值.

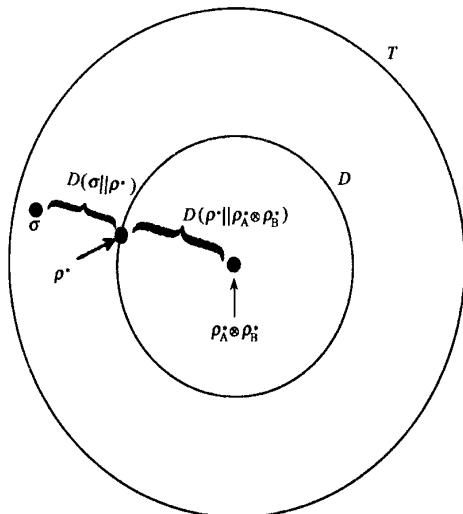


图1

除此以外, 还有很多纠缠度的定义, 这里不再赘述. 迄今为止, 人们仍未放弃寻找物理意义鲜明, 同时又简单、易求解的纠缠度定义.

多子系系统的纠缠态具有很多为两子系系统纠缠态所不具备的性质, 定量化纠缠非常困难, 目前对其的研究尚处于起步阶段. Bennett 等人研究了多子系系统纯纠缠态的定量化问题<sup>[14]</sup>. 前面我们也曾提到, 当子系的数目大于 2 时, 系统的纯量子态不一定能展开成为 Schmidt 分解的形式, 于是, 各个子系的 Von Neumann 熵可能是不相等的, 这启示人们, 描

述多子系系统的纠缠度不能由一个数, 而应由一组数来描述. Bennett 等人定义一组态  $G = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_k\}$  为最小可逆的纠缠生成集. 任何一个多子系系统的纯纠缠态可由这组生成集以渐进可逆的方式实现, 每个生成元都联系着一个纠缠度. 但是, 目前对这个生成集的构成尚不十分清楚.

### 3 纠缠态的判别及其分类

我们在第一节中已给出了纠缠态的定义, 但这种定义是非常形式化的. 一般情况下, 当我们拿到一个具体的密度矩阵的时候, 我们不知道它是否具有子系密度矩阵的直积形式的分解, 也就是说, 我们不知道它是纠缠的还是非纠缠(可分的). 最先研究这个问题并取得重要进展的是 Peres, 他给出了判别两子系系统的量子态为可分的必要条件<sup>[21]</sup>. 这个必要条件是这么陈述的: 两子系系统可分量子态  $\rho_{AB}$  的部分转置矩阵  $\sigma_{AB}$  为半正定. 这里  $\sigma_{AB}$  与  $\rho_{AB}$  矩阵元的关系为:

$$\begin{aligned} \sigma_{m\mu, n\nu} &= \langle m_A | \langle \mu_B | \sigma | n_A \rangle | \nu_B \rangle = \\ &= \langle m_A | \langle \nu_B | \rho | n_A \rangle | \mu_B \rangle = \rho_{m\nu, n\mu}, \end{aligned} \quad (7)$$

此条件可以作为判别纠缠态的充分条件. 即, 如果我们发现一个密度矩阵的部分转置矩阵带有负的本征值, 我们就可以判定这个量子态为纠缠态. 人们将部分转置为负定的情形简记为 NPT, 相反, 部分转置为半正定则记为 PPT. Horodecki 等人随后证明了, PPT 是  $2 \times 2$  和  $2 \times 3$  系统可分态的充分必要条件<sup>[22]</sup>, 但若维度大于  $2 \times 3$ , PPT 仅为必要条件. 同时, PPT 也是一个与不可蒸馏性紧密相关的概念. 任何一个带有 PPT 特性的两子系复合系统的量子态, 即使生成纠缠不为零, 但蒸馏纠缠为零, 即我们无法通过局域操作和经典通信的手段从中提取出 Bell 态. Horodecki 将这种态称为“束缚纠缠态”<sup>[23]</sup>. 这直接导致了纠缠态的分类, 我们将束缚纠缠态以外的纠缠态统称为“可蒸馏的纠缠态”. 最新的研究成果表明, 即使是 NPT 的纠缠态也存在束缚纠缠态的情况<sup>[24]</sup>.

由于无法从束缚纠缠态中蒸馏出 Bell 态, 所以束缚纠缠态不能胜任 Bell 态在量子通信中所扮演的角色. 但束缚纠缠态的存在, 揭示了自然界更为深刻的一面, 即信息的不可逆过程, 这很类似于热力学中的熵增加现象. 近来, 关于束缚纠缠态的研究被普遍开展. 人们发现在束缚纠缠态中存在一种“纠缠激活”的有趣现象<sup>[25]</sup>. 即当两地分享某种可蒸馏的

缠态的同时也分享一定量的束缚纠缠态,在这种情况下,束缚纠缠态可以起到一定的“抽运”作用,使可蒸馏纠缠态具有更强的隐形传态能力.另外,某些高维情况下的束缚纠缠态,其隐形传态的能力也高出了经典限制<sup>[26]</sup>.

#### 4 结语

进入 90 年代以来,随着量子信息科学的蓬勃兴起,量子力学的叠加性和非局域性被重新挖掘出来,开始为人的意志服务.随着实验技术的迅猛发展,量子信息的技术革命必将不可阻挡.现在,量子纠缠在量子信息科学中所占的比重越来越突出.于是,对纠缠态的量化研究以及对其所处的 Hilbert 空间结构的认识,这些关系到量子纠缠本质的问题,也就显得越来越重要.对其的深入理解将有助于人们开发出更多神奇的应用.

本文主要综述了自 1996 年以来,在离散 Hilbert 空间纠缠态的理论研究方面的主要进展.成果无疑是显著的,但有很多重要的问题仍未完全解决,有待于进一步的深入研究.

#### 参 考 文 献

[ 1 ] 郭光灿等.物理,1999,28(2):120[ GUO Guang-Can *et al.* Wuli(Physics),1999,28:120(in Chinese) ]  
[ 2 ] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Phys. Rev.,1935,47:777  
[ 3 ] Milburn G J 著,郭光灿等译.费曼处理器,江西教育出版社,1999,49  
[ 4 ] 苏如铿.量子力学.上海:复旦大学出版社,1997,621—634

[ 5 ] Bell J S. Physics,1964,1:195  
[ 6 ] Clauser J F *et al.* Phys. Rev. Lett.,1969,23:880  
[ 7 ] Aspect A, Grangier P, Roger G. Phys. Rev. Lett.,1982,49:91  
[ 8 ] Aspect A. Nature,1999,398:189  
[ 9 ] Weihs G *et al.* Phys. Rev. Lett.1998,81:5039; Shih Y H, Alley C O. Phys. Rev. Lett.,1988,61:2921; Ou Z Y, Mandel L. Phys. Rev. Lett.,1988,61:50  
[ 10 ] Ekert A K. Phys. Rev. Lett.,1991,67:661; Bennett C H *et al.* Phys. Rev. Lett.,1993,70:1895; Bennett C H, Wiesner S J. Phys. Rev. Lett.,1992,69:2881; Shor P W. Phys. Rev. A,1995,52:R2493  
[ 11 ] Gottesman D, Chuang I L. Nature,1999,402:390  
[ 12 ] Bennett C H *et al.* Phys. Rev. A,1996,53:2046  
[ 13 ] Nielsen M A. Phys. Rev. Lett.,1999,83:436  
[ 14 ] Bennett C H *et al.* LANL e-print quant-ph/9908073  
[ 15 ] Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R. LANL e-print quant-ph/9908065  
[ 16 ] Vedral V *et al.* Phys. Rev. Lett.,1997,78:2275  
[ 17 ] Hughston L P, Jozsa R, Wootters W K. Phys. Lett. A,1993,183:14  
[ 18 ] Bennett C H *et al.* Phys. Rev. A,1996,54:3824  
[ 19 ] Wootters W K. Phys. Rev. Lett.,1998,80:2245  
[ 20 ] Vedral V, Plenio M B. Phys. Rev. A,1998,57:1916  
[ 21 ] Peres A. Phys. Rev. Lett.,1996,77:1413  
[ 22 ] Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R. Phys. Lett. A,1996,223:1  
[ 23 ] Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R. Phys. Rev. Lett.,1998,80:5239  
[ 24 ] Di Vincenzo D P *et al.* LANL e-print quant-ph/9910026  
[ 25 ] Horodecki P, Horodecki M, Horodecki R. Phys. Rev. Lett.,1999,82:1056  
[ 26 ] Linden N, Popescu S. Phys. Rev. A,1999,59:137

(上接第 701 页)

展了密切的国内外合作,也取得很好的研究成果.例如,湘潭大学的钟建新先生领导的小组,通过与欧洲一些单位的合作,1998 年在《Phys. Rev. Lett.》上发表论文 1 篇(第一作者),河南师范大学匡乐满领导的研究小组,连续在《Phys. Rev. A》上发表 4 篇论文.对这样的研究小组也应该给予特别的关注.

(7) 从所收到的结题材料看,大多数的结题报告都按要求整理得很好,但也有些很不认真,报告中讲发表了多少多少论文,可材料中既没提供文章的证据,也没注明文章的页码、卷号等.对这些查无实据的文章,本文没有统计;有些结题材料中还夹杂了一些与基金项目完全无关(因没有提到基金的支持)甚

至不是项目成员完成的论文.对这样的论文,本文没有统计.我们希望在 2000 年的项目结题中,项目执行人要认真做好结题报告,单位主管科研的领导或管理人员能认真审查.所报成果能够有根有据,以免出现虚报造假现象.

(8) 由于对所统计的国际特邀报告,没有找到具体的证明材料,所以本文没能给出被邀专家名单,这是本文不足之处,在以后的结题总结中,希望能看到国际特邀报告的邀请信复印件.

上述看法和建议,可能有不当之处,作者希望能听到批评或建议意见,以便做好来年的总结.